

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ ПО ПРИОРИТЕТНОМУ ВИДУ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ ЭНЕРГИИ

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*В данной статье обоснованы и получены критериальные выражения для определения категории динамических звеньев при составлении дискретной цепной динамической модели. В качестве критерия, по которому определяется категория звена, предлагается использовать соотношение величины накопленной и рассеянной энергии.*

### ВВЕДЕНИЕ

Всякая машина состоит из двигателя, передачи и исполнительного органа или механизма. Для определения действующих нагрузок в практике проведения динамических расчетов механических систем машинных агрегатов действительные схемы машин представляют в приведенном виде. Такие схемы представляют из себя цепи, состоящие из приведенных масс (моментов инерции), приведенных жесткостей (податливости) и приведенных моментов трения. При этом инерционными, упругими и диссипативными свойствами обладают все элементы динамической цепи, но обладают ими в разной степени. Например, считается, что валы, являясь упругими звеньями, накапливают незначительную часть кинетической энергии, а установленные на валах детали (зубчатые колеса, шкивы, маховики), наоборот, являются только накопителями кинетической энергии и как упругие звенья не рассматриваются. Причем четкое обоснование такого деления звеньев отсутствует.

В данной статье предложен метод идентификации элементов механической передачи по приоритетному виду трансформируемой энергии.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Построение динамических моделей двигателя и других механизмов, входящих в состав силовой установки, всегда приводится на аксиоматической основе, включающей в себя ряд допущений [1].

В общем случае корректная схематизация подвижной механической системы двигателя предполагает описание ее в виде дискретной цепной динамической модели с упругими и опорными диссипативными соединениями [1]. На основе цепной динамической схемы легко могут быть построены инерционная, упругая и диссипативная матрицы математической модели двигателя [2].

В зависимости от целей исследования и конструктивных особенностей машин приведенные расчетные схемы содержат одну массу или систему сосредоточенных масс, соединенных упругими звеньями (рис. 1) [3] или распределенных в пределах определенных участков (рис. 2) [3].

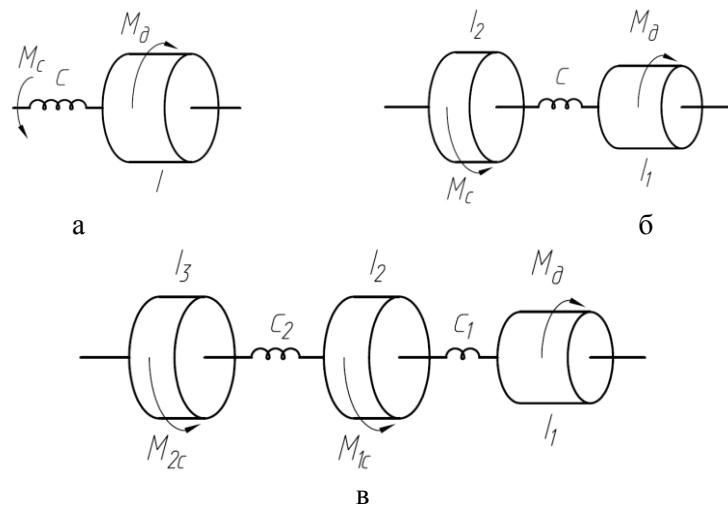


Рисунок 1 – Приведенные расчетные схемы с сосредоточенными массами:  
а – одномассовая схема; б – двухмассовая схема; в – трехмассовая схема

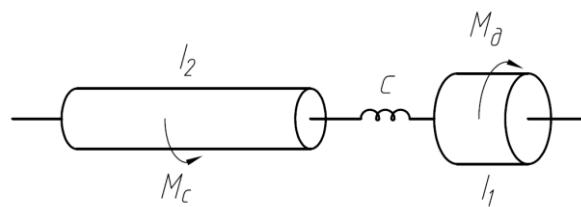


Рисунок 2 – Приведенная расчетная схема с распределенной массой

Приведенные массы могут быть по величине постоянными и переменными. Жесткость упругих звеньев и внешние силы (движущие силы и силы сопротивления) в общем случае являются переменными, зависящими от положения системы или скорости ведущего элемента. В отдельных случаях внешние силы выражаются в функции времени [3].

Каждый элемент механической (динамической) системы может накапливать как кинетическую, так и потенциальную энергию, а также рассеивать часть передаваемой энергии от двигателя к исполнительному органу. Однако в известной литературе [1-3] отсутствуют критерии, по которым при составлении дискретной цепной динамической модели, тот или иной элемент может быть отнесен к инерционным, упругим или диссипативным.

Целью исследования является разработка критерия и получение критериального уравнения для идентификации элементов механических систем машинных агрегатов по приоритетному виду трансформируемой энергии.

### ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Представим инерционный и упругий элементы в наиболее простой форме вращающегося диска толщиной  $l$  и диаметром  $D$  и гладкого вала длиной  $l$  и диаметром  $D$ , нагруженных крутящим моментом  $M_{kp}$  и моментом сопротивления  $M_{copp}$  (рис. 3).

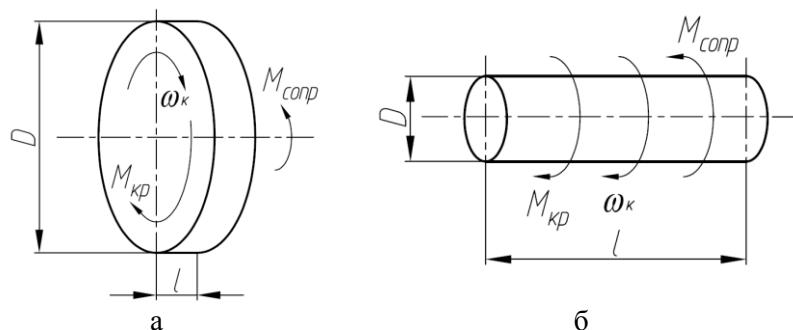


Рисунок 3 – Физические модели элементов динамической системы:

а – инерционный элемент; б – упругий элемент;  
 $\omega_k$  – угловая скорость;  $M_{kp}$  – крутящий момент;  $M_{copp}$  – момент сопротивления

Если элемент силовой передачи при работе в заданном режиме накапливает величину кинетической энергии большую, чем величина его потенциальной энергии, то указанный элемент можно отнести к категории инерционных. В противном случае – к категории упругих.

Каждый из рассматриваемых элементов может входить в кинематические пары, в которых возникают силы и моменты трения. Отнести элемент силовой передачи к категории диссипативных звеньев можно по критерию соотношения энергии рассеиваемой и энергии, передаваемой от двигателя к исполнительному органу.

При равенстве накопленных кинетической и потенциальной энергий элемент можно считать упруго-инерционным звеном. Определим это условие, используя физические модели, приведенные на рис. 3.

Кинетическая энергия, накопленная инерционным звеном

$$W_{\text{кин}} = \frac{I_m \cdot \omega_k^2}{2}, \quad (1)$$

где  $I_m$  – момент инерции маховой массы;  $\omega_k$  – угловая скорость маховой массы.

Потенциальная энергия, накопленная упругим звеном

$$W_{\text{пот}} = \frac{M_{\text{kp}} \cdot l}{I_p \cdot G}, \quad (2)$$

где  $I_p$  – полярный момент инерции сечения упругого звена;  $G$  – модуль сдвига (модуль упругости 2-го рода) материала упругого звена.

Из условия равенства кинетической и потенциальной энергий, накопленных элементом силовой передачи, определим условие, при котором элемент можно отнести к упруго-инерционным

$$\frac{M_{\text{kp}}}{\omega_k} = \sqrt{\frac{I_m \cdot I_p \cdot G}{2l}}. \quad (3)$$

При

$$\frac{M_{\text{kp}}}{\omega_k} > \sqrt{\frac{I_m \cdot I_p \cdot G}{2l}}, \quad (4)$$

звено является упругим, а при

$$\frac{M_{\text{kp}}}{\omega_k} < \sqrt{\frac{I_m \cdot I_p \cdot G}{2l}}, \quad (5)$$

звено является инерционным.

Для сплошного диска толщиной  $l$

$$I_m = \frac{m \cdot D^2}{8}, \quad (6)$$

где  $m$  – масса диска,

$$m = \frac{\pi D^2 \cdot l \cdot \rho}{4}, \quad (7)$$

где  $\rho$  – плотность материала диска.

Полярный момент инерции сечения диска

$$I_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32}. \quad (8)$$

После подстановки соотношений (6) и (8) в (3) с учетом соотношения (7) получим

$$\frac{M_{\text{kp}}}{\omega_k} = \frac{\pi D^4}{32} \sqrt{0,5G \cdot \rho} = \frac{\pi D^4}{32} \cdot k, \quad (9)$$

где  $k$  – коэффициент, учитывающий характеристики материала,

$$k = \sqrt{0,5G \cdot \rho}. \quad (10)$$

Для трубчатого вала (рис. 4) справедливы соотношения

$$I_m = \frac{m}{8} (D^2 - d^2); \quad (11)$$

$$m = \frac{\pi \cdot l \cdot \rho}{4} (D^2 - d^2); \quad (12)$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4). \quad (13)$$

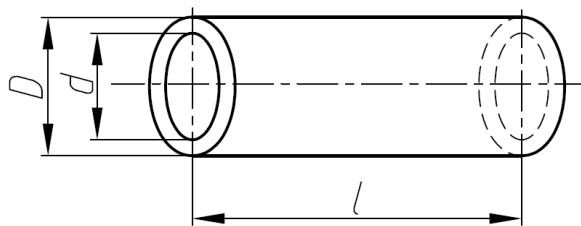


Рисунок 4 – Физическая модель инерционного и упругого звена в виде трубчатого вала

Подставляя (12) в (11) и далее (11) и (13) в (3), после преобразований получим

$$\frac{M_{kp}}{\omega_k} = \frac{\pi D^4}{32} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} + 1} \cdot \left( \frac{D^2}{d^2} - 1 \right) \cdot \sqrt{0,5G \cdot \rho} = \frac{\pi D^4}{32} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} + 1} \cdot \left( \frac{D^2}{d^2} - 1 \right) \cdot k. \quad (14)$$

При выполнении условия (14) трубчатый вал будет являться упруго-инерционным элементом.

При

$$\frac{M_{kp}}{\omega_k} > \frac{\pi D^4}{32} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} + 1} \cdot \left( \frac{D^2}{d^2} - 1 \right) \cdot k, \quad (15)$$

трубчатый вал следует отнести к категории упругих звеньев, а при

$$\frac{M_{kp}}{\omega_k} < \frac{\pi D^4}{32} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} + 1} \cdot \left( \frac{D^2}{d^2} - 1 \right) \cdot k \quad (16)$$

– к категории инерционных звеньев.

В таблице 1 приведены значения  $k$ , рассчитанные для различных материалов [4].

Таблица 1 – Значения параметра  $k$

Материал	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$G$ , МПа	$k$ , кг/(с·м <sup>2</sup> )
Сталь	7700	0,784800	54968
Чугун	7100	0,441450	39587
Латунь	8600	0,353160	38970
Алюминий	2750	0,255060	18727

### ВЫВОДЫ

Полученные критериальные выражения для определения категории динамических звеньев позволяют более корректно осуществлять построение динамических моделей механических систем машинных агрегатов.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вейц В. Л. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания / В. Л. Вейц, А. Е. Кочура. – Л. : Машиностроение, 1976. – 384 с.
2. Вейц В. Л. Динамические расчеты приводов машин / В. Л. Вейц, А. Е. Кочура, А. М. Мартыненко. – Л. : Машиностроение, 1971. – 352 с.
3. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин / М. С. Комаров. – М. : Машиностроение, 1969. – 296 с.
4. Ободовский Б. А. Сопротивление материалов в примерах и задачах / Б. А. Ободовский, С. Е. Ханин. – Х. : Изд-во ХГУ, 1965. – 315 с.

## REFERENCES

1. Veyts V. L. Dinamika mashinnyih agregatov s dvigatelyami vnutrennego sgoraniya / V. L. Veyts, A. E. Kochura. – L. : Mashinostroenie, 1976. – 384 s.
2. Veyts V. L. Dinamicheskie raschetyi privodov mashin / V. L. Veyts, A. E. Kochura, A. M. Martynenko. – L. : Mashinostroenie, 1971. – 352 s.
3. Komarov M. S. Dinamika mehanizmov i mashin / M. S. Komarov. – M. : Mashinostroenie, 1969. – 296 s.
4. Obodovskiy B. A. Soprotivlenie materialov v primerah i zadachah / B. A. Obodovskiy, S. E. Hanin. – H. : Izd-vo HGU, 1965. – 315 s.

**Н. М. Подригало<sup>1</sup>, М. В. Байцур<sup>1</sup>**

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ МАШИННИХ АГРЕГАТІВ ЗА ПРИОРИТЕТНИМ ВИДОМ ЭНЕРГІИ, ЩО ТРАНСФОРМУЄТЬСЯ

<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Для визначення діючих навантажень у практиці проведення динамічних розрахунків механічних систем машинних агрегатів дійсні схеми машин представляють у вигляді ланцюгів наведених мас (моментів інерції), наведених жорсткостей (підатливості) і наведених моментів тертя. При цьому кожен елемент такого динамічного ланцюга деякою мірою має інерційні, пружні й дисипативні властивості, накопичуючи кінетичну або потенційну енергію, а також розсіюючи частину переданої енергії.

У якості критерія, за яким той або інший елемент може бути віднесеній до інерційного, пружного або дисипативного, варто брати співвідношення величини накопиченої і розсіяної енергії. Якщо елемент силової передачі при роботі в заданому режимі накопичує величину кінетичної енергії більшу, ніж величина його потенційної енергії, то зазначений елемент можна віднести до категорії інерційних. У протилежному випадку – до категорії пружних. Віднести елемент силової передачі до категорії дисипативних ланок можна за співвідношенням розсіяної енергії і енергії, переданої від двигуна до виконавчого органа.

Виходячи з цього, отримані критеріальні вираження для визначення категорії динамічних ланок при складанні дискретної ланцюгової динамічної моделі, які дозволяють більш коректно здійснювати побудову динамічних моделей механічних систем машинних агрегатів.

**Ключові слова:** механічна система, динамічна модель, динамічна ланка, ідентифікація, критерій

*Подригало Надія Михайлівна*, доктор технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної і комп'ютерної графіки, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, e-mail: pnadm74@gmail.com

*Байцур Максим Вячеславович*, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технології машинобудування і ремонту машин, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, e-mail: maksim3103@gmail.com

**N. Podrigalo<sup>1</sup>, M. Baytsur<sup>1</sup>**

## IDENTIFICATION OF ELEMENTS OF MECHANICAL SYSTEMS OF MACHINE UNITS BY A PRIORITY TYPE OF TRANSFORMABLE ENERGY

<sup>1</sup>Kharkiv National Automobile and Highway University

To determine the actual loads in the practice of conducting dynamic calculations of the mechanical systems of machine units, the actual schemes of machines are in the form of chains of reduced masses (moments of inertia), reduced stiffnesses (compliance) and reduced friction moments. In addition, each element of such a dynamic chain to a certain extent has inertial, elastic and dissipative properties, accumulating kinetic or potential energy, as well as dissipating part of the transmitted energy.

As a criterion by which an element can be attributed to inertial, elastic or dissipative, one should take the ratio of the amount of accumulated and scattered energy. If an element of power transmission when operating in a given mode accumulates a magnitude of kinetic energy greater than the magnitude of its potential energy, then this element can be classified as inertial. Otherwise – the category of elastic. The power transmission element can be referred to the category of dissipative links by the ratio of dissipated energy and energy transmitted from the engine to the executive body.

On the basis of this, criterion expressions for determining the category of dynamic links in the compilation of a discrete chain dynamic model, which allow more correctly to build dynamic models of mechanical systems of machine units, are obtained.

**Key words:** mechanical system, dynamic model, dynamic link, identification, criterion

Podrigalo Nadezhda, Dr. Sc. (Egn.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Engineering and Computer Graphics, Kharkiv National Automobile and Highway University, e-mail: pnadm74@gmail.com

Baytsur Maxim, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Mechanical Engineering and Machine Repair Technology, Kharkiv National Automobile and Highway University, e-mail: maksim3103@gmail.com

**Н. М. Подригало<sup>1</sup>, М. В. Байцур<sup>1</sup>**

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ ПО ПРИОРИТЕТНОМУ ВИДУ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ ЭНЕРГИИ**

<sup>1</sup>Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Для определения действующих нагрузок в практике проведения динамических расчетов механических систем машинных агрегатов действительные схемы машин представляют в виде цепей приведенных масс (моментов инерции), приведенных жесткостей (податливости) и приведенных моментов трения. При этом каждый элемент такой динамической цепи в определенной степени обладает инерционными, упругими и диссипативными свойствами, накапливая кинетическую или потенциальную энергию, а также рассеивая часть передаваемой энергии.

В качестве критерия, по которому тот или иной элемент может быть отнесен к инерционным, упругим или диссипативным, следует брать соотношение величины накопленной и рассеянной энергии. Если элемент силовой передачи при работе в заданном режиме накапливает величину кинетической энергии большую, чем величина его потенциальной энергии, то указанный элемент можно отнести к категории инерционных. В противном случае – к категории упругих. Отнести элемент силовой передачи к категории диссипативных звеньев можно по соотношению энергии рассеиваемой и передаваемой от двигателя к исполнительному органу.

Исходя из этого, получены критериальные выражения для определения категории динамических звеньев при составлении дискретной цепной динамической модели, которые позволяют более корректно осуществлять построение динамических моделей механических систем машинных агрегатов.

**Ключевые слова:** механическая система, динамическая модель, динамическое звено, идентификация, критерий

*Подригало Надежда Михайловна*, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры инженерной и компьютерной графики, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, e-mail: pnadm74@gmail.com

*Байцур Максим Вячеславович*, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологии машиностроения и ремонта машин, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, e-mail: maksim3103@gmail.com