

**ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ ЗАЛЕЖНОСТІ ЧАСТОТИ ПАТОЛОГІЇ І ЗАХВОРЮВАНOSTІ НА ХРОНІЧНИЙ БРОНХІТ РОБІТНИКІВ ЕЛЕКТРОЗВАРЮВАЛЬНИХ ВИРОБНИЦТВ ВІД СТАЖУ РОБОТИ**

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я.Горбачевського

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ ЗАЛЕЖНОСТІ ЧАСТОТИ ПАТОЛОГІЇ І ЗАХВОРЮВАНOSTІ НА ХРОНІЧНИЙ БРОНХІТ РОБІТНИКІВ ЕЛЕКТРОЗВАРЮВАЛЬНИХ ВИРОБНИЦТВ. Побудовано математичні моделі, що дозволяють оцінити вплив стажу на рівень захворюваності і частоти патології з урахуванням часткової елімінації хворих зі стажових груп.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРА ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТЫ ПАТОЛОГИИ И ЗАБОЛЕВАЕМОСТИ ХРОНИЧЕСКИМ БРОНХИТОМ РАБОЧИХ ЭЛЕКТРОСВАРОЧНЫХ ПРОИЗВОДСТВ ОТ СТАЖА РАБОТЫ – Проведены исследования частоты патологии и заболеваемости хроническим бронхитом рабочих электросварочных производств. Построены математические модели, позволяющие оценить влияние стажа на уровень заболеваемости и частоты патологии с учетом частичной элиминации больных из стажовых групп.

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELS FOR RESEARCH OF THE CHARACTER OF PATHOLOGY AND MORBIDITY ON CHRONIC BRONCHITIS DEPENDENCE AMONG ELECTRIC – WELDING INDUSTRY WORKERS UPON THE LENGTH OF WORK – The research of pathology and morbidity on chronic bronchitis frequency among the electric-welding industry workers was carried out. The mathematical models allowing to evaluate the influence of work length on the level of morbidity and frequency of pathology with the account of partial elimination of patients from experience groups were built.

**Ключові слова:** математична модель, хронічний бронхіт, захворюваність, частота патології.

**Ключевые слова:** математическая модель, хронический бронхит, заболеваемость, частота патологии.

**Key words:** mathematical model, chronic bronchitis, morbidity, frequency of pathology

**ВСТУП** На сьогодні існує значна кількість робіт, присвячених дослідженням впливу віку, стажу й умов праці на стан здоров'я робітників-електрозварювальників. Однак при цьому, як правило, не беруться до уваги такі епідеміологічні процеси, як динаміка руху робітників у стажових групах, особливості статистичної обробки результатів досліджень, що впливають на результати оцінки показників здоров'я робітників.

Згідно з прийнятим визначенням рівень захворюваності населення по досліджуваній нозологічній одиниці – це кількість уперше виявлених випадків даного захворювання у всій досліджуваній вибірці населення за визначений період часу [1,2,3]. При визначенні рівня захворюваності враховуються всі вперше виявлені випадки цього захворювання серед осіб, що не мали його раніше. При цьому спостерігається певна математична залежність між рівнем захворюваності і віком або стажом роботи робітників [5].

Зовсім по-іншому відбувається облік патології, виявленої при проведенні періодичних медичних оглядів. У цьому випадку враховують кількість хронічних хворих, виявлених на момент медичного огляду в досліджуваній групі (віковій, стажовій, професійній і т.д.) незалежно від часу виникнення цих захворювань. Таким чином, при проведенні періодичних медичних оглядів визначається патологія, накопичена за весь період існування кожної з досліджуваних стажових або вікових груп. Рівень такої захворюваності прийнято називати частотою патології [1,2,3].

На сьогодні не існує єдиної думки про причини різкого зниження в ряді випадків захворюваності і частоти патології в старших стажових групах [4]. У доступній нам літературі ми не виявили математичного обґрунтування причин різкого зниження темпу росту частоти патології в старших стажових групах.

Метою проведених досліджень було з'ясувати причини,

що впливають на характер частоти патології і захворюваності на хронічний бронхіт робітників електрозварювальних виробництв.

**МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ** Нами проведено аналіз даних стосовно частоти патології (НП) і захворюваності на хронічний бронхіт (ЗХБ) у чоловіків-електрозварювальників у віковому діапазоні 20 – 60 років зі стажом роботи з даної професії від 0 до 34 років, що працювали на Тернопільському комбайновому заводі (ТКЗ), Житомирському заводі залізних виробів (ЖЗЗВ) і МО Калинівському (МОК). Дані отримано в результаті поглиблених медичних оглядів 424 чоловік, проведених науковцями Інституту медицини праці (м. Київ). Для статистичної обробки матеріалів використували програми, реалізовані в програмних пакетах SPSS 10, Statistica 6.0, Excel, Mathematica 3.0.

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ**

Для спрощення завдання і вирішення його ми виходили з припущення, що частка тих, що знову захворіли на дане захворювання, з числа осіб, що не має цього захворювання, у кожній віковій або стажовій групі однакова.

Для побудови математичної моделі цієї залежності ми виходили з наступних посилянь. Нехай існує якась вибірка  $z_0$ . Ця вибірка за одиницю часу втрачає певну частку своїх елементів – б. Очевидно, що в кожен наступний інтервал часу розмір частини вибірки, що залишилася, буде менше розміру попередньої. Оскільки частка (відсоток) загублених елементів при цьому постійні, то число загублених елементів буде зменшуватися пропорційно до розміру вибірки і в кожний наступний інтервал часу буде менше за попереднього. У математичній моделі, що описує результати наших досліджень,  $x$  – кількість здорових робітників.

Оскільки за одиницю часу кількість здорових робітників  $x$  буде втрачати ту саму частку  $a$  елементів, то  $\frac{dx}{dt} = -ax$ .

У цьому випадку захворюваність  $v$ , що також можна розглядати як величину, що відображає швидкість зміни частоти патології буде дорівнювати

$$v = -\frac{dx}{dt} = ax \quad (1)$$

або  $\frac{dx}{x} = -adt,$  (2)

відповідно  $\int \frac{dx}{x} = -a \int dt,$  (3)

або  $\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = -a(t - t_0)$  (4)

У результаті  $x = x_0 \exp(-a(t - t_0)),$  (5)

Характер такої залежності умовно графічно поданий на рис.1 (ряд 1).

Частоту патології  $y$  в математичному виразі можна представити як різницю між загальною кількістю робітників у досліджуваній генеральній сукупності  $z_0$  (наприклад, загальна кількість робітників даної професії) і кількістю здорових  $x$  у даній (віковій, стажовій і т.д.) досліджуваній групі:

$$y = z_0 - x, \quad (6)$$

У результаті  $y(t) = z_0 - x_0 \exp(-a(t - t_0))$  (7)

Характер такої залежності умовно графічно зображено на рис. 1 (ряд 2).

Такий підхід до оцінки частоти патології справедливий, як і в першому випадку, за умови, якщо частка приросту хворих за одиницю часу в досліджуваній популяції постійна.

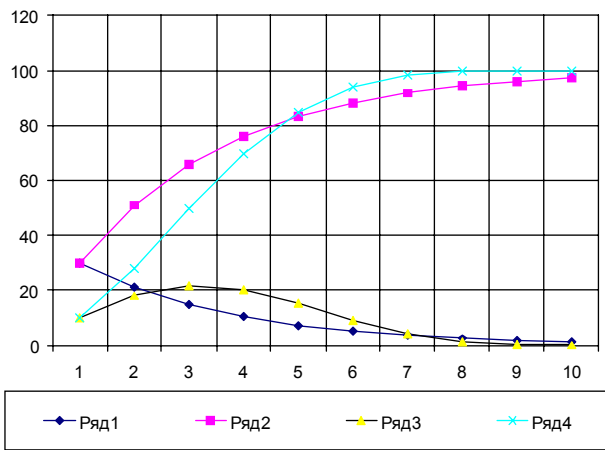


Рис. 1. Зміна кількості елементів за інтервал часу.

У дійсності ж частота випадків захворювань збільшується з віком, а отже, частка тих, що захворіли, з числа здорових з віком і стажем буде збільшуватися. На рис. 1 (ряд 3) графічно подано приклад такої залежності. Звертає на себе увагу той факт, що, не дивлячись на збільшення частоти захворюваності зі стажем і віком, після деякого росту кривої спостерігається її зниження. Частота патології також має іншу залежність від віку або стажу рис. 1, (ряд 4), ніж представлено на рис. 1 (ряд 2).

На нашу думку, важливо побудувати математичні моделі, що описують характер цих залежностей. Це дозволить надалі використовувати їх для прогнозування реальних процесів зміни зі стажем рівня здоров'я робітників на досліджуваному виробництві. Також нам цікаво було встановити, чи є звільнення робітників з підприємства за станом здоров'я єдиною причиною, яка породжує зниження, що спостерігається дослідниками, частоти патології в старших стажових групах.

Для відповіді на поставлені питання нами було проведено дослідження частоти патології органів дихання у робітників-електрозварювальників на всіх трьох підприємствах разом. Сумарна частота хронічних бронхітів на підприємствах представлена на рис. 2 (ряд 1). Було встановлено, що в кожній наступній стажовій групі кількість робітників менша, ніж у попередній. У переважному числі випадків, насамперед у старших стажових групах, це викликано тим, що робітники звільнилися в зв'язку із захворюваннями органів дихання.

Для виключення впливу явища елімінації хворих на частоту патології в досліджуваних стажових групах ми умовно додали тих, які звільнилися за станом здоров'я, до хво-

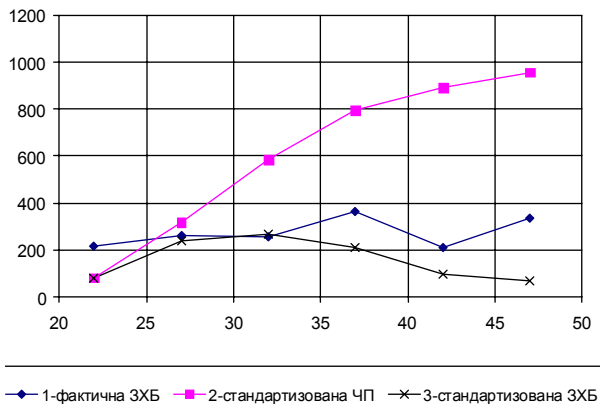


Рис. 2. Фактична і стандартизована частота патології та захворюваність на хронічний бронхіт в різних стажових групах.

рих, які фактично працюють на підприємстві. При цьому виходили з того, що переважна кількість хворих, що звільнилися, це особи із захворюваннями органів дихання, оскільки подальша робота на пилонебезпечному підприємстві несприятливо впливає на перебіг захворювання. Особи з іншими захворюваннями, розвиток яких не пов'язаний з впливом пилового фактора, як правило, з роботи не звільнюються. Для з'ясування характеру залежності між стажем і захворюваністю в цьому випадку не має особливого значення той факт, що не всі звільнені хворіли на хронічний бронхіт, тому що зміна частоти цього захворювання в різних стажових групах підпорядковувалась тим самим статистичним закономірностям, а це означає, що співвідношення частот випадків захворювань у різних стажових групах не зміниться.

Характер залежності частоти патології від стажу з врахуванням вищесказаного виявився іншим (рис. 2, ряд 2). Як видно, крива, що відбиває цю залежність, за своїм характером більшою мірою відповідає кривій, зображеній на рис. 1 (ряд 4).

Якщо ж перетворити частоту патології в захворюваність шляхом вирахування з загальної кількості хронічних бронхітів кожної наступної стажової групи кількість хронічних бронхітів, що мали місце в попередній стажовій групі, то захворюваність від стажу буде мати залежність, представлену на рис. 2 (ряд 3). Ця крива добре узгоджується з кривою на рис. 1 (ряд 3). Характерний хвилястий профіль отриманого графіка свідчить про неможливість застосування для його опису моделі звичайної падаючої експоненти. Складний характер кривої обумовлений, найімовірніше, тим, що на значення її параметрів впливає два різних фактори. Один – зниження темпу росту кількості хворих у кожній наступній стажовій групі в зв'язку зі зменшенням у них кількості здорових робітників. Другий – збільшення частоти захворюваності в кожній наступній стажовій групі в зв'язку зі збільшенням у них середнього віку робітників.

Ми спробували побудувати математичні моделі, що описують криві, представлені на рис. 2, з врахуванням вищесказаного. При цьому ми виходили з таких суджень. Нехай ми маємо різну кількість хронічних бронхітів  $y_n \in \{y_0, y_1, \dots, y_N\}$  у різних стажових групах (що варто розглядати як різні моменти часу) –  $t_n \in \{t_0, t_1, \dots, t_N\}$ . Число робітників у досліджуваних стажових групах –  $z_n \in \{z_0, z_1, \dots, z_N\}$ . Віднімаючи від кількості робітників  $z$  кількість хворих  $y$ , ми одержимо дані про кількість здорових робітників у даній групі  $x_n \in \{x_0, x_1, \dots, x_N\}$  ( $x_n = z_n - y_n$ ). В міру того, що збільшення середнього віку робітників у кожній стажовій групі є чинником, що сприяє росту захворюваності,  $a(t)$  в цьому випадку не є, як у попередніх рівняннях (5, 7), константою.

Щоб визначити залежність  $a(t)$  від часу, ми представимо рівняння:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x \quad (8)$$

у такий спосіб  $a(t) = -\frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} = -\frac{d(\ln(x))}{dt}$ , (9)

Оскільки область значень для кількості здорових робітників є дискретною  $x = z - y$ , то:

$$a\left(\frac{t_n + t_{n+1}}{2}\right) = -\frac{\ln(x_{n+1}) - \ln(x_n)}{t_{n+1} - t_n} \quad (10)$$

Тому  $a_n$  в  $N-1$  моментах часу будуть відповідно рівні  $\{(t_0 + t_1)/2, (t_1 + t_2)/2, \dots, (t_{N-1} + t_N)/2\}$ . На основі цих даних побудуємо графік, що показує тимчасову залежність коефіцієнта  $a(t)$ .

Цю залежність можна описати рівнянням лінійного типу (рис. 3). У даному випадку невикористовано розглядати більш високі порядки і використовувати поліноміальну інтерполяцію, оскільки через малу кількість крапок графік не плавно відхиляється від лінійної залежності, а стрибкоподібно. У результаті ці стрибки при відповідному аналізі розгляда-

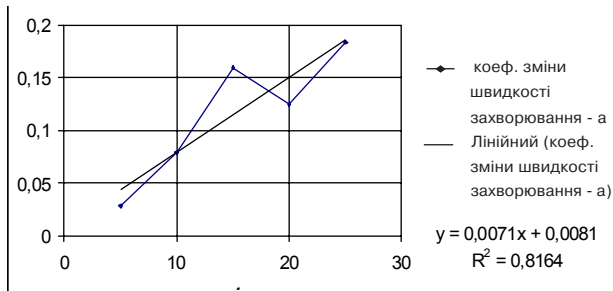


Рис.3. Коефіцієнт зміни швидкості захворюваності з часом.

ються як статистично недостовірні відхилення, якими можна зневажити.

$$a(t) = \alpha \cdot t + \beta \quad (11)$$

$$\text{де } \alpha = 0,0071, \beta = -0,1306$$

Кількість здорових людей у кожній наступній стажовій групі описується рівнянням (8), яке має рішення

$$x(t) = x_0 \exp\left(-\int_{t_0}^t a(\tau) d\tau\right) \quad (12)$$

де  $t_0$  – певний момент часу, у який відоме значення  $x$ .

У нашому випадку, коли відомо, що  $a(t)$  має лінійну залежність, можна взяти інтеграл у такий спосіб

$$x(t) = x_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{2}(t^2 - t_0^2) - \beta(t - t_0)\right) \quad (13)$$

На підставі даного рівняння побудована теоретична крива (рис. 4). Коефіцієнт апроксимації математичної моделі до фактичних даних складає 0,97.

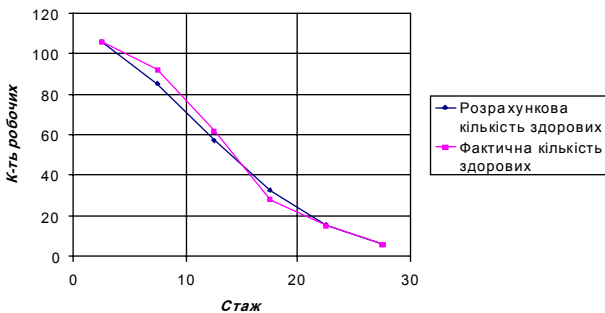


Рис.4. Фактична та розрахована кількість здорових у різних стажових групах.

Кількість нових захворювань за одиницю часу (захворюваність)  $v$  визначається як

$$v(t) = -\frac{dx}{dt} \quad (14)$$

$$\text{тому } v(t) = a(t)x_0 \exp\left(-\int_{t_0}^t a(\tau) d\tau\right) = a(t)x(t)$$

Беручи до уваги те, що в нашому випадку  $a(t)$  має лінійну залежність (11), то

$$v(t) = (\alpha \cdot t + \beta)x_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{2}(t^2 - t_0^2) - \beta(t - t_0)\right) \quad (15)$$

На рис. 5 графічно представлена математична модель і фактичні дані захворюваності на хронічний бронхіт робітників трьох підприємств. Коефіцієнт апроксимації в цьому випадку складає 0,89.

Оскільки частота патології описується рівнянням (6), то в нашому випадку

$$y(t) = z_0 - x_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{2}(t^2 - t_0^2) - \beta(t - t_0)\right) \quad (16)$$

Фактична частота патології і її математична модель представлені на рис. 6. Коефіцієнт апроксимації складає 0,95.

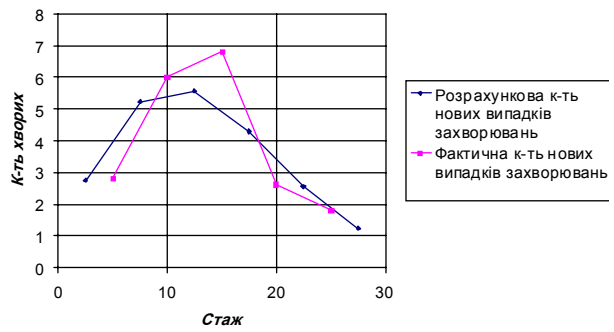


Рис.5. Фактична захворюваність хронічним бронхітом та її математична модель

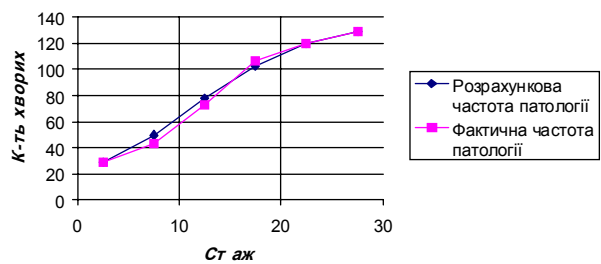


Рис.6. Фактична частота патології та її математична модель

Очевидно, що існує дві основні причини стрімкого зниження рівня захворюваності і темпу росту частоти патології з віком і стажем: звільнення робітників з роботи за станом здоров'я і зниження в кожній наступній стажовій групі абсолютної кількості здорових робітників, що призводить до зменшення абсолютної кількості випадків нових захворювань.

Існує думка, що зниження частоти патології при досягненні певного стажу роботи обумовлене підвищенням реактивності організму в силу тренуваності до шкідливого фактора. Не заперечуючи в принципі можливість таких процесів, вважаємо, що цим не можна пояснити скачок захворюваності в будь-якій стажовій групі, тому що цей процес поступовий, а не стрибкоподібний. Це твердження базується на тому, що на підприємстві працюють люди з різним здоров'ям і тому не може бути одночасного в будь-якій стажовій групі стрибка в стані здоров'я робітників. Наочно це відображено на рис. 7, де графічно представлена зміна частоти патології хронічних бронхітів зі збільшенням стажу роботи. Як видно, на різних підприємствах зниження частоти патології спостерігається в різних стажових групах, а

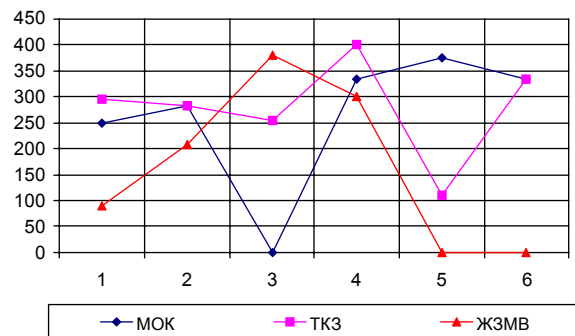


Рис. 7. Патологічна ураженість хронічними бронхітами на ЖЗМВ, МОК, ТКЗ.

на ТКЗ таке зниження спостерігається двічі. Очевидно, це явище не можна пояснити зміною реактивності організму з ростом тренуваності робітників, що залишилися в даній стажовій групі. Явища, що спостерігаються, можуть бути викликані лише нерівномірною селекцією хворих з різних стажових груп.

**ВИСНОВКИ** 1. Запропоновані математичні моделі (15, 16) добре відображають зміни зі стажем частоти патології і захворюваності робітників на хронічний бронхіт.

2. Зниження захворюваності, що спостерігається, і частоти патології, а також зниження темпу росту частоти патології в старших стажових групах не є доказом поліпшення стану здоров'я робітників. Остаточний висновок з цього питання можна зробити лише після належного математичного аналізу отриманих даних.

3. Дослідження стану здоров'я робітників ТКЗ, ЖЗВ і

МОК показали, що в старших стажових групах не спостерігається абсолютне або відносне зниження захворюваності на хронічний бронхіт.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Основы социальной гигиены / Под редакцией Колорова П.В., Гаркова К.Т., Чолокова В.В., Вилчева А.С. М.: Медицина, 1969. – С. 70–77.
2. Статистические методы исследований в медицине и здравоохранении / Под ред. Полякова Л.Е. – Л.: Медицина, Ленинградское отделение, 1971. – С. 144–156.
3. Общая теория и методика санитарно-статистического исследования. – М.: Медгиз, 1960. – С. 35-59.
4. Профессиональные заболевания // Рисот: <http://www.safework.ru/Index.asp>.
5. Многофакторная модель заболеваемости с временной утратой трудоспособности – основа первичной профилактики нефтяников Западной Сибири / Овчаров Е.А., Долгинцев В.И., Мамонов Ю.П., Борш Е.Е. / <http://ecool.far.ru/index.htm> НЕФТЬ И ЭКОЛОГИЯ.

Лихацька Т.В.

**СТАН МІНЕРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ КІСТКОВОЇ ТКАНИНИ У ХВОРИХ НА ХРОНІЧНІ ЗАПАЛЬНІ ЗАХВОРЮВАННЯ ПАНКРЕАТОГАСТРОДУОДЕНАЛЬНОЇ ЗОНИ**

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського

СТАН МІНЕРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ КІСТКОВОЇ ТКАНИНИ У ХВОРИХ НА ХРОНІЧНІ ЗАПАЛЬНІ ЗАХВОРЮВАННЯ ПАНКРЕАТОГАСТРОДУОДЕНАЛЬНОЇ ЗОНИ – Проведено обстеження 50 хворих на хронічний гастродуоденіт в поєднанні з хронічним панкреатитом. Проводили клініко-лабораторні та інструментальні обстеження, в тому числі денситометричне дослідження мінеральної щільності кісткової тканини поперекового відділу хребта. Виявлено, що у хворих на хронічний гастродуоденіт в поєднанні з хронічним панкреатитом має місце остеодифіцит різного ступеня, який поглиблювався зі збільшенням віку.

СОСТОЯНИЕ МИНЕРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ КОСТНОЙ ТКАНИ У БОЛЬНЫХ ХРОНИЧЕСКИМИ ВОСПАЛИТЕЛЬНЫМИ ЗАБОЛЕВАНИЯМИ ПАНКРЕАТОГАСТРОДУОДЕНАЛЬНОЙ ЗОНЫ – Проведено обследование 50 больных хроническим гастродуоденитом в сочетании с хроническим панкреатитом. Проводили клинико-лабораторные и инструментальные исследования, в том числе денситометрическое исследование минеральной плотности костной ткани поясничного отдела позвоночника. Выявлено, что у больных хроническим гастродуоденитом в сочетании с хроническим панкреатитом имеет место остеодифицит разной степени, который углубляется с увеличением возраста.

STATE OF BONE TISSUE MINERAL DENSITY IN PATIENTS WITH CHRONIC INFLAMMATORY DISEASES OF PANCREATOGASTRODUODENAL ZONE – 50 patients with chronic gastrroduodenitis combined with chronic pancreatitis have been examined. Clinical-laboratory and instrumental examination including densitometric research of bone tissue mineral density in lumbar spine has been carried out. It has been revealed that the patients with chronic gastrroduodenitis combined with chronic pancreatitis have osteodeficiency of different degree which increases with age.

**Ключові слова:** хронічний гастродуоденіт, хронічний панкреатит, мінеральна щільність кісткової тканини.

**Ключевые слова:** хронический гастродуоденит, хронический панкреатит, минеральная плотность костной ткани.

**Key words:** chronic gastrroduodenitis, chronic pancreatitis, bone tissue mineral density.

**ВСТУП** Остеопороз – найбільш поширене захворювання скелета, яке, на думку експертів ВООЗ, займає третє місце після серцево-судинних захворювань і цукрового діабету в рейтингу основних медико-соціальних проблем сучасності [7, 9]. Останніми десятиліттями часто зустрічаються поєднання хронічних запальних захворювань панкреатогастродуоденальної зони, зокрема хронічного гастродуоденіту (ХГД) з хронічним панкреатитом (ХП), що зумовлено спільністю нейрогуморальної регуляції. У зв'язку зі загрозливими масштабами цієї тенденції Комітетом ВООЗ

2000-2010 рр. оголошені десятиріччям хвороб кісток та суглобів. Останніми роками увага науковців зосереджена на вторинних ураженнях кісткової тканини, частка яких в структурі її остеопоротичних змін переважає. Сучасні діагностичні методи дозволяють виявляти зниження мінеральної щільності кісткової тканини (МЩКТ) на ранніх стадіях, ще до виникнення переломів [2]. Це дає змогу своєчасно розпочати профілактику остеопенії та лікування остеопорозу, що зупинить прогресування захворювання і сприятиме збільшенню МЩКТ під впливом певних екзогенних чинників.

Зацікавлення дослідженням стану кісткової тканини (КТ) при гастроентерологічній патології зумовили досягнуті успіхи в лікуванні основних форм ураження органів шлунково-кишкового тракту, що призвело до подовження життя хворих і поставило питання про його якість. Сучасними методами дослідження встановлено наявність остеопоротичних та остеопенічних уражень КТ у різних категорій гастроентерологічних пацієнтів.

Хронічні запальні захворювання панкреатогастродуоденальної зони займають одне із перших місць серед захворювань шлунково-кишкового тракту [5, 6]; остеопорозу [4], проте нагромадження даних про патогенез остеопорозу, подальші дослідження структури і функції КТ при різних захворюваннях внутрішніх органів дозволяють говорити про зростання питомої ваги саме вторинних форм остеопорозу [1, 3]. В основі патогенезу лежить дисбаланс процесів кісткового ремоделювання [2].

Запальні процеси панкреатогастродуоденальної зони можуть значною мірою вплинути на функціональний стан опорно-рухового апарату за рахунок порушення кальцій-фосфорного гомеостазу [4, 5], оскільки порушується всмоктування мінералів і вітаміну D. У хворих на ХГД та ХП часто розвивається синдром мальабсорбції, вторинний ентероколіт і остеопороз [6, 10]. Мінеральна щільність кістки при захворюваннях панкреатогастродуоденальної зони та роль даної патології у виникненні остеопорозу вивчена недостатньо.

**МЕТА РОБОТИ** Встановити частоту формування остеопенії, остеопорозу та остеосклерозу у хворих на хронічні запальні захворювання панкреатогастродуоденальної зони залежно від віку.