УДК 628. 334. 159

Г. М. Кононенко,
Київський національний університет
будівництва і архітектури

ПРОГНОЗ ДИНАМІКИ НАПОРІВ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ НАЙПРОСТІШОЇ ЦИРКУЛЯЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Для вибору оптимальних параметрів циркуляційних систем необхідний прогноз динаміки напорів у нагнітальних і експлуатаційних свердловинах. З цією метою розглянемо динаміку напору в однорідному пласті і в свердловинах S, який відраховується від початкового (природного) п'єзометричного рівня води в пласті, для простійшої циркуляційної системи, яка складається із однієї нагнітальної (з дебітом q_H) і однієї експлуатаційної (розвантажувальної) з дебітом q_p свердловин. Причому при підвищенні напору в пласті $S > 0$, а при його зниженні — $S < 0$. Зауважимо, що ми дослідження будемо вести для головної лінії течії (пряма, що з'єднує свердловини). В цьому випадку для системи із двох різнойменних свердловин, розміщених на відстані b одна від одної (нагнітальна свердловина розміщених в початку координат, а розвантажувальна в точці $x = b$), напір S в будь-якій точці головної лінії течії виражається рівністю [1]

$$S = -\frac{q_H}{4\pi km}\left[Ei\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + \alpha Ei\left(-\frac{(b-x)^2}{-4at}\right)\right], \quad \alpha = \frac{q_p}{q_H}, \qquad (1)$$

де km — водопровідність пласта (k — коефіцієнт фільтрації; m — висота пласта); a — коефіцієнт п'єзопровідності; t — час від початку експлуатації системи.

У виразі (1) $Ei(-u)$ — інтегральна показникова функція, значення якої беруться в залежності від аргументу $u = x^2 / 4at$ за спеціальними таблицями [2] або за графіком (рис. 1). Цю функцію можна представити у вигляді збіжного ряду:

$$Ei(u) = c + \ln(-u) + \sum_{K=1}^{\infty} \frac{u^K}{k / k} \quad (u < 0), \qquad (2)$$

де $c \approx 0{,}577216$ — постійна Ейлера – Маскероні.

При малих значеннях $u\,(u \le 0{,}09)$ у виразі (2) можна знехтувати всіма членами ряду, починаючи з третього, як величинами, малими порівняно з двома першими членами ряду. Тоді вираз (2) можна наближено змінити так:

$$Ei\,(u) \approx C + \ln u\,.$$

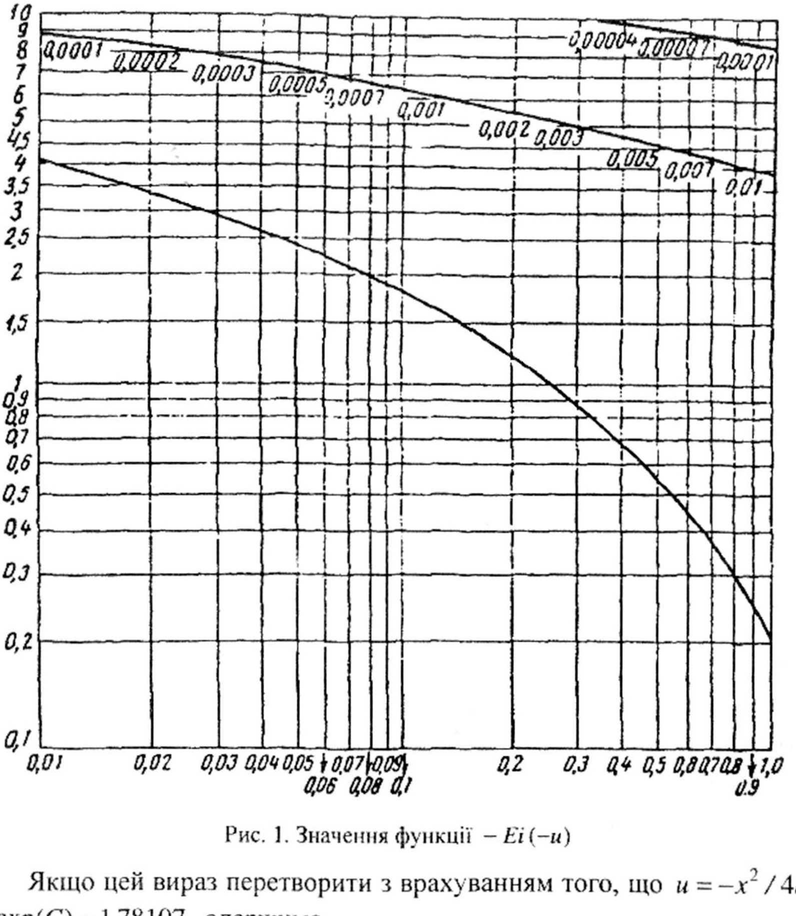

Рис. 1. Значення функції $-Ei\,(-u)$

Якщо цей вираз перетворити з врахуванням того, що $u = -x^2 / 4at$, а $\exp(C) \approx 1{,}78107$, одержимо

$$Ei\left(-\frac{x^2}{4at}\right) = -\ln\frac{2{,}246at}{x^2}\,.$$

Отже, при $x^2/4at \le 0{,}09$ або при $t \ge t_3 = 2{,}78x^2/a^2$ (t_S — період стабілізації течії) інтегральні експоненти з точністю менше 5% можуть бути замінені логарифмами і тоді

$$S = \frac{q_H}{2\pi km}\left[\ln\left|\frac{b-x}{x}\right| + (1-\alpha)\ln\left|\frac{1{,}5\sqrt{at}}{b-x}\right|\right]. \qquad (3)$$

Очевидно, що при $t > t_S$ напір S у випадку $\alpha < 1$ з часом скрізь вздовж головної лінії течії зростає, а при $\alpha > 1$ — спадає. Це випливає з виразу (3).

Напір в нагнітальній свердловині S_H визначається з рівностей (1) і (2), якщо в них прийняті $S = S_H$ *і* $x = r_0$, де r_0— радіус свердловини;

при цьому у виразі $b - x = b - r_0$ розміром радіуса свердловини r_0 в порівнянні з відстанню між свердловинами b можна знехтувати, бо $b >> r_0$. Тоді одержимо

$$S_H = \frac{q_H}{4\pi km}\left[-Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right) + Ei\left(-\frac{b^2}{4at}\right)\right] \approx \frac{q_H}{2\pi km}\left[\ln\frac{b}{r_0} + \right.$$

$$\left. + (1-\alpha)\ln\frac{1{,}5\sqrt{at}}{b}\right]. \qquad (4)$$

Напір в експлуатаційній свердловині S_p визначається з рівностей (1) і (2), якщо в них покласти $S = -S_p$ і $x = b - r_0$, причому у виразі $x = b - r_0$, як і раніше, величиною r_0 порівняно з відстанню між свердловинами b можна знехтувати; тоді одержимо:

$$S_p = \frac{q_H}{4\pi km}\left[Ei\left(-\frac{b^2}{4at}\right) - \alpha Ei\left(-\frac{r_0^{\,2}}{4at}\right)\right] \approx \frac{q_H}{2\pi km}\left[\ln\frac{b}{r_0} - \right.$$

$$\left. - (1-\alpha)\ln\frac{1{,}5\sqrt{at}}{b}\right]. \qquad (5)$$

З рівності (1) видно, що величина напору S при певному значенні часу t експлуатації системи може мати екстремум. Тому дослідимо функцію S. Диференціюючи вираз (1) по t і прирівнюючи похідну до нуля, знайдемо:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{q_H}{4\pi km}\left[\frac{\exp(-x^2/4at)}{t}-\alpha\frac{\exp(-b-x^2/4at)}{t}\right]=0$$

звідки при $t \neq 0$

$$\exp(-x^2/4at)-\alpha\exp\left[-(b-x)^2/4at\right]=0$$

або $\exp\left\{\left[(b-x)^2-x^2\right]/4at\right\}=\alpha$ і $\frac{(b-x)^2-x^2}{4at}=\ln\alpha$,

отже, $$\frac{x}{b}=\frac{1}{2}-\frac{2at}{b^2}\ln\alpha.$$

Одержаний вираз можна записати так:

$$t=\frac{\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{b}\right)b^2}{2\ln\alpha}. \tag{6}$$

Із останнього співвідношення видно, що при $\alpha<1$ ($q_p<q_H$) екстремальне значення напору S має місце при $x/b>0{,}5$, бо при $x/b<0{,}5$ і $\ln\alpha<0$ за формулою (6) $t<0$ і, отже, при $t>0$ екстремуму напору S не існує.

У випадку $\alpha<1$ напір S при значенні t, обчисленому за формулою (6), має мінімум.

Для експлуатаційної свердловини час t_m, який відповідає цьому мінімуму знайдемо з виразу (6) при $x=b-r_0\approx b$ і буде при $\alpha<1$:

$$t_m=\frac{b^2}{4a(-\ln\alpha)}. \tag{7}$$

Підставляючи в формулу (7) замість t_m час стабілізації $t_s=2{,}78\frac{b^2}{a}$, одержимо $\alpha=0{,}915$, причому при $\alpha<0{,}915$ $t_m<t_s$, а при $\alpha>0{,}915$ $t_m>$ $>t_s$.

Мінімальний напір (найбільше падінні рівня) в експлуатаційній свердловині визначається із формули (5) при значенні t_m, обчисленому за формулою (6), а саме:

$$S_{min} = S_p(t_m) = \frac{q_H}{4\pi km}\left[Ei\left(\ln\alpha - \alpha Ei\left(\frac{r_0^2}{b^2}\ln\alpha\right)\right)\right]. \qquad (8)$$

З виразу (6) також випливає, що у випадку $a > 1$ $(q_p > q_H)$, екстремальне значення напору S буде мати місце при $x/b < 0{,}5$, бо при $x/b > 0{,}5$ і $\ln\alpha > 0$ за формулою кола (6) $t < 0$ і, отже, при $t > 0$ екстремум напору S відсутній.

У випадку $\alpha > 0$ напір S при значенні t, обчисленому за формулою (6), має максимум.

У нагнітальній свердловині час t, який відповідає цьому максимуму, визначається за формулою (6) при $x = r_0 \approx 0$ і буде при $\alpha > 1$:

$$t_m = \frac{b^2}{4a\ln\alpha}, \qquad (7,a)$$

що відрізняється від формули (7) тільки знаком.

При $\alpha = 2{,}47$ час $t_m = t_s$; звідси випливає, що час t_m, обчислений за формулою (7,а), при якому в нагнітальній свердловині досягається максимум напору S, при $\alpha < 2{,}47$ буде більшим за час стабілізації t_s, а при $\alpha > 2{,}47$ $t_m < t_s$.

Максимальний напір (найбільше зростання рівня) в нагнітальній свердловині знайдемо з виразу (4) при значенні t_m, обчисленому за формулою (7,а), і буде:

$$S_{\max} = S_H(t_m) = \frac{q_H}{4\pi km}\left[-Ei\left(-\frac{r_0^2}{b^2}\ln\alpha\right) + \alpha Ei(-\ln\alpha)\right]. \qquad (9)$$

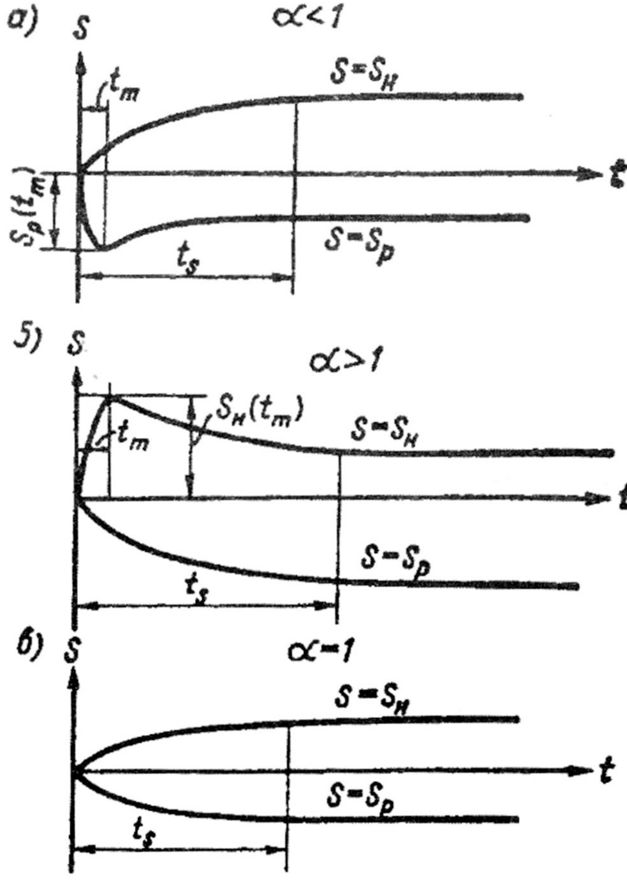

Рис. 2. Динаміка напорів у свердловинах

Отже, при $\alpha < 1$ напір S в момент часу t_m має мінімум скрізь вздовж головної лінії течії, де $x/b > 0{,}5$ і, зокрема, в експлуатаційній свердловині.

При $\alpha > 1$ напір S в момент часу t_m має максимум скрізь, де $x/b < 0{,}5$ і, зокрема, в нагнітальній свердловині.

При $\alpha = 1$ напір S не має ні максимуму, ні мінімуму (рис. 2). Зауважимо, що екстремальні значення напорів в свердловинах не залежать від п'єзопровідності пласта a, і слабко залежать від відношення b / r_0. Час появи екстремальних значень напорів t_m обернено пропорційній п'єзопровідності пласта a і прямо пропорційний квадрату відстані між свердловинами b. Крім того, час t_m суттєво залежить також від дебіту відбору q_p (або α). Так при значенні $b / r_0 = 10^4$ збільшення α від 0,1 до 0,9 призводить до зростання мінімального напору в експлуатаційній свердловині на порядок, а часу t_m в 20 раз. При тому ж значенні b / r_0 збільшення α від 1,5 до 5 призводить до зростання максимального напору в нагнітальній свердловині всього лише на 5—6% і зростанню часу t_m в чотири рази.

Використана література

1. *Кононенко Г. Н., Вознюк Л. Ф.* Приближенные методы исследования тепло и массопереноса в системах извлечения тепла Земли. — К.: Наукова думка, 1975. —139 с.
2. *Корн Г.*, *Корн Т.* Справочник по математике.— М.: Наука, 1968. — 720 с.