

МЕТОДИ ОЦІНКИ ЗНАЧЕНЬ КОЕФІЦІЄНТІВ МІЖФАЗОВОГО ТЕПЛОБМІНУ І МАСООБМІНУ

Нестационарний тепломасообмін при фільтрації води в тріщинувато-пористому середовищі суттєво відрізняється від тепломасообміну в природних пористих пластах. Тому припущення про однорідність середовища в гідро-динамічному і термічному сенсі може бути невиправданим при дослідженні цих процесів в пластах, коли окремі куски (блоки) порід в зоні фільтрації можуть досягати значних розмірів. В цьому випадку треба враховувати вплив скінченності швидкості теплообміну (масообміну) між окремими блоками і водою на теплові і гідродинамічні поля, що пов'язано з необхідністю розгляду такі пласти, як бікомпонентну систему "скелет-вода".

Враховуючи, що вірогідні дані про конфігурацію систем тріщин в пласті відсутні, бажано нестационарний теплогідродинамічний режим в таких пластах вивчати шляхом гомогенізації гетерогенної системи [1,2], тобто введенням осереднених характеристик середовища і руху, причому осереднення має здійснюватись по об'ємах більших порівняно з розмірами окремих блоків.

Вважаючи, що обмін рідиною між частинами кожного компонента відповідає закону Дарсі, тепло поширюється за законом Фур'є, а в рідині, крім того, ще й конвекцією, та припускаючи, що кількість рідини q_p й тепла q_T при тепломасообміні між частинками двох компонентів усередині об'єму V є додатною монотонною функцією різниці середніх температур фаз $T_2 - T_1$ (при $T_2 \geq T_1$) і тисків $P_2 - P_1$ (при $P_2 \geq P_1$), можна вважати, що

$$q_T = \alpha(T_2 - T_1), \quad q_p = \alpha_1(P_2 - P_1), \quad (1)$$

де α і α_1 – відповідно коефіцієнт міжфазового теплообміну і масообміну; індекси "1" і "2" відносять відповідну величину до рідкої і твердої фаз.

Очевидно, що при формулюванні математичної постановки термогідродинамічної задачі необхідна оцінка значень коефіцієнтів α і α_1 .

Розглянемо довільний об'єм V тріщинуватого пласта, складеного з блоків стандартної форми (плити, циліндри, кулі), еквівалентний діаметр яких $2R$ і об'єм $(1-n)V$ і які знаходяться в тепловій рівновазі з рідиною, що заповнює тріщини об'ємом nV (n – пористість). Припустимо, що в початковий момент рідина охолоджується з постійною швидкістю b (К/с), тобто температура води є лінійною функцією часу $T_B(t) = T_0 - bt$. (T_0 – початкова температура пласта). Вважаючи, що теплообмін між поверхнею блоків і рідиною відповідає закону Ньютона, математична модель процесу має вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{1}{r^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\Gamma \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad \text{при} \quad 0 < r < R;$$

$$T(r,0) = T_0; \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0; \quad \alpha[(T_0 - bt) - T(R,t)] = \frac{\partial T(R,t)}{\partial r},$$

де параметр форми тіла $\Gamma = 0, 1, 2$ – відповідно для блоків у вигляді плит, циліндрів і куль.

Розв'язок цієї задачі можна записати так [3]:

$$\frac{\bar{\theta}(Fo)}{Pd} = Fo - A_\Gamma(Bi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 Fo),$$

$$\text{де } A_\Gamma(Bi) = \frac{1 + (\Gamma + 3)/Bi}{(\Gamma + 1)(\Gamma + 3)}; \quad Pd = \frac{bR^2}{a(T_B - T_0)}; \quad \bar{\theta}(Fo) = \frac{T_0 - \bar{T}(t)}{T_0}; \quad Fo = \frac{at}{R^2};$$

$$\bar{T}(t) = \frac{1}{V} \int_{(V)} T dV; \quad a^2 = \lambda_2 / c_2 \rho_2; \quad Bi = \frac{\alpha R}{\lambda_2}.$$

Втрату тепла блоками на нагрівання води знайдемо з виразу

$$Q = c_2 \rho_2 (1-n)V [\bar{T}(t) - T_0].$$

Оскільки

$$\theta_B = \frac{T_0 - T_B(t)}{T_0} = 1 - Pd Fo,$$

то $T_B(t) = T_0 - T_0(1 - Pd Fo)$ або $T_B(Fo) = T_0 Pd Fo$ і

$$\bar{T}(Fo) - T_0 = T_0 Pd \left(Fo - A_r(Bi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 Fo) \right).$$

Питома втрата тепла на нагрівання води складе

$$q = \frac{dQ}{dt} = c\rho(1-n)V \frac{d}{dt} \left[Fo - A_r(Bi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 Fo) \right] = \\ = \frac{(1-n)V\lambda_2}{R^2} T_0 Pd \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo) \right). \quad (2)$$

З другого боку, вводячи коефіцієнт міжфазового теплообміну, це тепло представимо так:

$$q = \alpha V [\bar{T}(t) - T_B(t)] = \alpha V T_0 Pd \left(A_r(Bi) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 Fo) \right). \quad (3)$$

Прирівнюючи вирази (2) і (3), одержимо співвідношення

$$k^* = \frac{\alpha R^2}{(1-n)} = \frac{1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo)}{A_r(Bi) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 Fo)},$$

яке при $Fo \geq Fo_1$ і $Bi = \alpha_{II} R / \lambda_2 \gg 1$ (α_{II} – коефіцієнт тепловіддачі від поверхні блоків рідини) прийме простий вигляд [4, 5]

$$k^* = \frac{Bi_V}{1-n} = (\Gamma + 1)(\Gamma + 3), \quad (4)$$

де $Bi_V = \frac{\alpha R^2}{\lambda_2}$ – об'ємне число Біо.

Отже, для блоків у вигляді стандартних тіл при квазістаціонарному режимі (починаючи з певного значення числа $Fo \geq Fo_1$) параметр k^* приймає для плит, циліндрів і куль відповідно значення 3, 8 і 15. В праці [6] доведено, що цей показник для плит не може бути меншим значення $\pi^2/4$.

Для прогнозу динаміки значень k^* на досить довгому проміжку часу розглянемо дві математичні моделі, в одній з яких використовується лінійний закон міжфазового теплообміну, а в другій розглядається нестационарний конвективний теплоперенос при фільтрації води при експлуатації двох різно-іменних свердловин в чисто тріщинуватому пласті, який складається з матриці непроникних блоків стандартної форми.

При лінійному міжфазовому теплообміні при $\alpha = const$ і двовимірному русі рідини задача для пошуку середніх температур фаз має вигляд

$$\begin{aligned} c_1 \rho_1 n \frac{\partial T_1}{\partial t} &= \alpha (T_2 - T_1) - c_1 \rho_1 \vec{v} \text{grad} T_1, \\ c_2 \rho_2 (1-n) \frac{\partial T_2}{\partial t} &= -\alpha (T_2 - T_1), \\ T_1 \Big|_{\hat{z}_H} &= T_B; \quad T_1 \Big|_{t=0} = T_2 \Big|_{t=0} = T_0, \end{aligned}$$

де \hat{z}_H – контур нагнітання; $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$.

Якщо відома гідродинаміка течії (поле швидкостей фільтрації води, геометрично або аналітично задані лінії течії), то

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \exp(-\xi - \tau) I_0(2\sqrt{\xi\tau}) + \theta_2, \\ \theta_2 &= \exp(-\xi) \int_0^\tau \exp(-\tau^*) I_0(2\sqrt{\xi\tau^*}) d\tau^*, \end{aligned}$$

де $\xi = \frac{\alpha t^*}{c_1 \rho_1}$; $\xi_2 = \frac{\alpha t}{c_2 \rho_2 (1-n)}$; $\tau = \frac{\alpha}{c_2 \rho_2 (1-n)} (t - nt^*)$; $t^* = \int_{\hat{z}_H}^{\hat{z}} \frac{d\hat{z}^*}{v_{\hat{z}}^*}$;

$C = f(x, y)$ – рівняння лінії течії; $v_{\hat{z}} = \left(v_y - \hat{z} v_x \right) / f^{-1} \left(C, \hat{z} \right)$ – швидкість вздовж лінії течії; для плоскої течії з постійною швидкістю v_x

$t^* = \frac{x - x_H}{v_x}$, для плоскорадіальної течії $t^* = \frac{r^2 - r_H^2}{Q / (\pi m)}$; для трубки

течії $t^* = \frac{V_i}{Q_i}$. Тут x – відстань між контуром нагнітання і розрахун-

ковою точкою; r – розрахунковий радіус; Q – витрата на контурі нагнітання; Q_i, V_i – відповідно витрата трубки течії і розрахунковий її об'єм; m – потужність пласта.

При нестационарному конвективному теплопереносі в чисто тріщинуватому пласті розглянемо таку задачу:

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda_2}{z^r} \frac{\partial}{\partial z} \left(z^r \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad \text{при } 0 < z < R;$$

$$c_1 \rho_1 n \frac{\partial T}{\partial t} = -c_1 \rho_1 \bar{v} \text{grad} T - \lambda_2 \frac{(\Gamma + 1)(1 - n)}{R} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{при } z = R,$$

$$T \Big|_{z=H, z=R} = T_B; \quad T \Big|_{t=0} = T_0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0,$$

де $T = T_1$ при $z = R$ і $T = T_2$ при $0 < z < R$.

Ввівши змінні $\xi_1 = \frac{\lambda_2(1-n)}{c_1 \rho_1 R^2} t^*$ і $\tau_1 = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2 R^2} (t - nt^*)$, для безрозмірної температури води при $\Gamma = 0$ одержимо вираз

$$\theta_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\xi_1 z A}{2}\right) \sin\left(\frac{\tau_1 z^2 - \xi_1 z B}{2}\right) \frac{dz}{z},$$

де $A = \frac{shz - \sin z}{chz + \cos z}$; $B = \frac{shz + \sin z}{chz + \cos z}$.

Знайшовши значення середньої температури блоків θ_{2c} і

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1}, \quad \text{за формулою}$$

$$k^* = \frac{Bi_V}{1-n} = \frac{\frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1}}{\theta_1 - \theta_2}$$

можна знайти значення коефіцієнта міжфазового теплообміну α . На рис. 1 приведена динаміка середнього значення параметра k^* в зоні змінних температур в залежності від змінної ξ_1 .

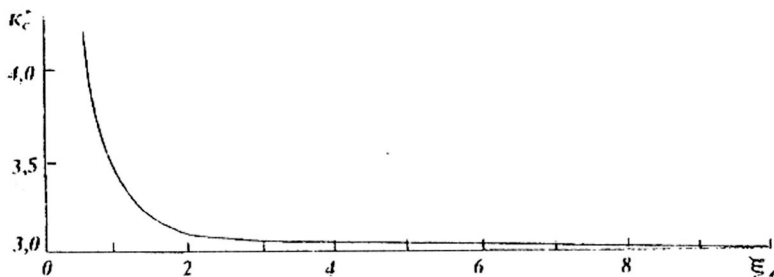


Рис. 1. Характер зміни $k_C^* = (Bi_V / 1 - n)_C$ в залежності від параметра ξ_1

Наведені результати свідчать про те, що середнє значення параметра k^* із збільшенням змінної ξ_1 асимптотично прямує до постійної величини, яка для блоків-плит дорівнює трьом. Глибші дослідження показують, що при значеннях $\xi_1 \geq 1$ припущення про лінійність міжфазового теплообміну (1) можна вважати справедливим.

Підкреслимо, що для розглянутих вище двох математичних моделей конвективного теплопереносу при двовимірній фільтрації води виконуються такі співвідношення

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{\xi}{\xi_1} = \frac{\xi_2}{Fo} = \frac{\alpha R^2}{\lambda_2(1-n)} = k^*.$$

Отже, з високою надійністю можна стверджувати, що при квазістаціонарному термогідродинамічному режимі коефіцієнти міжфазового теплообміну α і масообміну α_1 можна обчислювати за формулою (4), в якій об'ємне теплове число Біо треба приймати за формулою $Bi_V = \frac{\alpha R^2}{\lambda_2}$, а гідродинамічне – $Bi_V = \frac{\alpha_1 R^2}{k_2}$ (λ_2, k_2 – відповідно коефіцієнти теплопровідності і фільтрації блоків).

Використана література

1. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. – 1960. – Т. 24. Вып. 6. – С. 1427–1432.
2. Рубинштейн Л. И. Температурные поля в нефтяных пластах. – М.: Недра, 1972 – 247 с.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967–599 с.
4. Кононенко Г. М. Гидродинамические и тепловые процессы в системах извлечения тепла земной коры // Матеріали наук. конф. ІТМО АНБ (23 квітня 1974 р., Мінськ). – М.: ІТМО АНБ, 1974. – С. 27–28.
5. Кононенко Г. Н. Эффективные способы решения некоторых задач горной теплофизики // Вопросы технической теплофизики, 1985. – № 5. – С. 70–76.
6. Кононенко Г. М., Вознюк Л. Ф. Приближенные методы исследования тепло- и массопереноса в системах извлечения тепла Земли. – К., Наукова думка, 1975. – 139 с.