

УДК 697.92

В.О. Мілейковський, *к.т.н., доцент*
Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ ТА КОНЦЕНТРАЦІЇ В СТРУМИННОМУ ПРИМЕЖОВОМУ ШАРІ З ВИКОРИСТАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПІДХОДУ

Розподіл температури, рухливості, відносної вологості та інших параметрів повітря у вентильованих приміщеннях визначається сукупною дією припливних вентиляційних струмин, конвективних потоків та інших повітряних течій. Основною проблемою, що постає перед розробниками нових рішень у галузі вентиляції, є відсутність єдиної теорії турбулентних примежових шарів. Основним принципом теорій струминних течій [1, 2 та ін.] є заміна дійсного потоку усередненим у часі, без пульсацій та вихорів. Вплив пульсацій враховується додатковими величинами: довжиною шляху змішування, турбулентною в'язкістю, турбулентним числом Прандтля та ін. Такий підхід описує лише прості течії. Серед струминних течій найбільш простою є вільна слабконеізотермічна струмина. Вона розширюється під кутом $\Theta=12^\circ 25'$. Але якщо випустити повітря з дифузора, то цей кут буде більшим. Тому розглядатимуться різні кути розширення струмини.

Професор А.Я.Ткачук [3] виконав аналітичний опис пристінних та струминних примежових шарів без використання додаткових величин, але з урахуванням ролі турбулентних вихорів за методом особливостей. При цьому поверхні тангенціального розриву швидкості описані як дрібновихрові прошарки. Таким чином А.Я.Ткачук обґрунтував відомі дослідні формули профілів швидкості в поперечному перерізі турбулентних потоків. Для струминного примежового шару виконана заміна лінії перегину профілю швидкості тонким вихровим прошарком. Останнє припущення дозволило математично описати лише найбільш прості вільні струмини.

Наявність у струминах клубів – вихорів, сумірних з розмірами струмини – дозволяє для узагальнення методу А.Я.Ткачука використовувати геометричні підходи до опису струминних примежових шарів. У роботі [4] висловлені припущення, що вони відіграють визначальну роль у формуванні струминного примежового шару. Виконано аналіз геометрії вільної слабконеізотермічної струмини. На

підставі візуальних досліджень прийнято схему струминного примежового шару (рис. 1) з розташуванням клубів у шаховому порядку. Одержані співвідношення між тангенсами характерних кутів струмینی: кута розширення динамічних меж $\text{tg}(\beta) = \Theta$, кута характерних ліній за М.Й.Гримітліним [2], де швидкість дорівнює половині осьової $\text{tg}(\beta_{Гр}) = \Theta_{Гр}$, та введеного у розгляд кута межі занурення вихорів у інший примежовий шар $\text{tg}(\beta_0) = \Theta_0$. При $\Theta = 12^\circ 25'$ одержано точний збіг тангенсів кутів з дослідними даними [2], на підставі чого зроблено висновок про справедливість висловлених гіпотез. Наближені формули, що апроксимують одержані розв'язки з похибкою до 0,32%, мають вигляд:

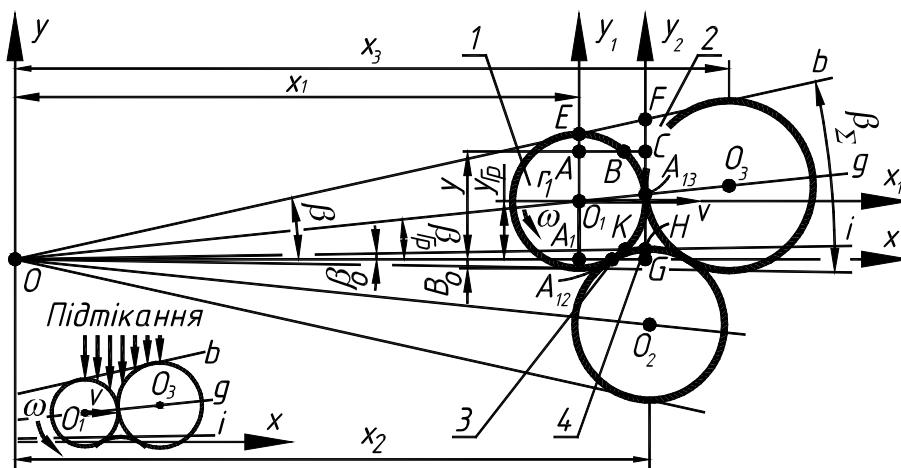


Рис. 1. Схема плоского джерела Толміна:
1 – клуб,
2 – міжклубний примежовий шар,
3 – хвилеподібна доріжка,
4 – занурення клубу у сусідній шар

$$\Theta_{Гр} = (0,49482 - 0,02947 \exp(-0,0611 \Theta_{меж}^2)) \Theta_{меж}; \quad \Theta_0 = \Theta_{меж} - 2\Theta_{Гр}. \quad (1)$$

$$\text{При } \Theta < 1 \quad \Theta_{Гр} = 0,4655 \Theta_{меж}, \quad \Theta_0 = 0,069 \Theta_{меж}. \quad (2)$$

Розглянемо профіль усередненої температури струмینی. Для усереднення температури достатньо взяти по осі струмینی x діапазон, що містить половину клубу 1 – між осями y_1 та y_2 . Середня надлишкова температура повітря

$$\Delta t = (\Delta t_{\kappa} \cdot |AB| + \Delta t_{\text{м}} \cdot |BC|) / (|AC|) = \Delta T_{\kappa} + \Delta T_{\text{м}}, \quad (3)$$

де Δt_{κ} та $\Delta t_{\text{м}}$ – середні температури повітря у клубі 1 та міжклубному примежовому шарі 2; $|AB|$, $|BC|$ та $|AC|$ – довжини відрізків AB , BC та AC ; $\Delta T_{\kappa} = \Delta T_{\kappa} \cdot |AB|/|AC|$ та $\Delta T_{\text{м}} = \Delta T_{\text{м}} \cdot |BC|/|AC|$ – складові середньої швидкості у клубі та міжклубному примежовому шарі з зануреною частиною клубу.

Переходимо до відносних надлишкових температур $\overline{\Delta t} = \Delta t / \Delta t_m$ та складових $\overline{\Delta T} = \Delta T / \Delta t_m$:

$$\overline{\Delta t} = \overline{\Delta t}_\kappa |AB| + \overline{\Delta t}_m |BC| / |AC| = \overline{\Delta T}_\kappa + \overline{\Delta T}_m, \quad (4)$$

Повітря, що підтікає до струмини, обмінюється теплотою зі струминою. При цьому задіяні три механізми: теплопровідність, фізична та турбулентна дифузія. При досягненні динамічної межі струмини надлишкова температура набуває певного невеликого значення $\Delta t_{\text{меж}}$. Таким чином утворюється відомий ефект, що теплова межа струмини ширша динамічної. Надлишкова температура на динамічній межі вільної слабконеізотермічної струмини за дослідним профілем М.Й.Грімтіліна становить $\Delta t_{\text{меж}} = 0,104 \Delta t_m$.

Клуб зростає в об'ємі за рахунок ежекції повітря, що його оточує. Біля межі струмини він ежектує зовнішнє повітря з температурою $\Delta t_{\text{меж}}$, а біля осі струмини – повітря з температурою Δt_m . Якщо припустити, що клуб котиться зовнішньою динамічною межею, то колова швидкість його обертання близька до швидкості повітря в струмині, що явно не достатньо для якісного перемішування повітря. Тому надлишкова температура клубу є найнижчою біля межі струмини та найвищою на осі. Складне поле температури у клубі формується дрібними вихорами. Припущення про їхню другорядну роль дозволяє використати в межах свого шару найбільш просту апроксимаційну залежність – лінійну $\Delta t_\kappa = Ay + B$. Найбільш прості граничні умови такі. Ежектоване повітря на межі клубу не встигає перемішатися, а значить

$$\text{при } y = y_{\text{меж}} \quad \Delta t_\kappa = \Delta t_{\text{меж}}. \quad (5)$$

Уся занурена частина клубу знаходиться при температурі, близькій до Δt_m . Відповідно, уся частина клубу, що знаходиться в контакті з зануреною частиною, також має температуру, близьку до Δt_m . Тому при $y = 0 \dots y_0$ $\Delta t_\kappa = \Delta t_m$. При $y = y_0 \dots y_{\text{меж}}$ $\Delta t_\kappa = \Delta t_m - (\Delta t_m - \Delta t_{\text{меж}}) (y - y_0) / (y_{\text{меж}} - y_0)$ або $\overline{\Delta t}_\kappa = 1 - (1 - \overline{\Delta t}_{\text{меж}}) (\bar{y} - \bar{y}_0) / (1 - \bar{y}_0)$, де $\bar{y} = y / y_{\text{меж}}$.

Довжина $|AB| = (r_1^2 - (|y| - y_{\text{Гр}})^2)^{1/2} = ((y_{\text{меж}} - y_{\text{Гр}})^2 - (|y| - y_{\text{Гр}})^2)^{1/2}$. Тоді складова надлишкової температури за клубом:

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0 \dots y_0 \quad \overline{\Delta T}_\kappa &= 1, \\ \text{при } y = y_0 \dots y_{\text{меж}} \quad \overline{\Delta T}_\kappa &= \left(1 - (1 - \overline{\Delta t}_{\text{меж}}) \frac{\bar{y} - \bar{y}_0}{1 - \bar{y}_0} \right) \frac{\sqrt{(1 - \bar{y}_{\text{Гр}})^2 - (|\bar{y}| - \bar{y}_{\text{Гр}})^2}}{1 - \bar{y}_{\text{Гр}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Розглянемо складову $\overline{\Delta T}_m$ за криволінійним трикутником $A_{13}A_{12}G$. Занурена частина клубу знаходиться при температурі Δt_m . У трикутнику $A_{13}A_{12}H$ знаходиться хвилеподібна доріжка, що продукується клубами. На межах міжклубного шару і клубів виникає розрив тангенціальної складової швидкості повітря. Згідно з теорією проф. А.Я.Ткачука [3] ці поверхні розділу моделюються тонкими вихровими прошарками. Ці вихори під дією сил Магнуса відриваються від поверхні розділу, заповнюють простір струмини та поступово розпадаються. Основне припущення про другорядну роль дрібних вихорів у потоку з великомасштабними вихорами дозволяє використовувати грубі апроксимації для цього складного процесу.

Найбільш простою апроксимацією закону зміни надлишкової температури у криволінійному трикутнику $A_{12}A_{13}H$ є заміна цього закону певним середньозваженим значенням $\Delta t_m \approx \Delta t_{m, \text{сеп}}$. Оскільки ця хвилеподібна доріжка між клубами перетинає вісь струмини, то її температура повинна бути близькою до Δt_m . В околиці точки A_{13} її температура змінюється в напрямку $\Delta t_{\text{меж}}$. Проте ширина доріжки різко зменшується практично до нуля. Тому її вплив в цьому місці нівелюється. Отже, з достатньою точністю $\Delta t_m \approx \Delta t_{m, \text{сеп}} \approx \Delta t_m$ або $\Delta t_m \approx 1$.

У міжклубному шарі між b і g (у криволінійному трикутнику EFA_{13} при $y=y_{Гр} \dots y_{\text{меж}}$) відбувається підтікання повітря до клубів проти осі y . Тобто цей шар заповнений навколишнім повітрям з температурою $\Delta t_{\text{меж}}$. Очевидно, що при проходженні міжклубного шару теплообмін між повітрям інтенсифікується за рахунок теплопровідності та турбулентної дифузії дрібними вихорами. Проте сам міжклубний шар при наближенні до точки A_{13} швидко тоншає (див. рис. 1). Відповідно, його роль у формуванні середньої температури з тою ж швидкістю знижується. А припущення щодо другорядної ролі дрібних вихорів дозволяє для міжклубного шару застосувати найбільш грубу апроксимацію

$\Delta t_m = \Delta t_{\text{меж}} = \text{const.}$
 Оскільки $|BC| = r_1 - |AB| = y_{\text{меж}} - y_{Гр} - ((y_{\text{меж}} - y_{Гр})^2 - (|y| - y_{Гр})^2)^{1/2}$,
 то складова температури $\overline{\Delta T}_m = \Delta t_m |BC| / |AC|$ становить:

$$\begin{aligned} \text{при } y=0 \dots y_{Гр} \quad \overline{\Delta T}_m &= 1 - \left(\frac{\sqrt{(1 - \bar{y}_{Гр})^2 - (|\bar{y}| - \bar{y}_{Гр})^2}}{1 - \bar{y}_{Гр}} \right), \\ \text{при } y=y_{Гр} \dots y_{\text{меж}} \quad \overline{\Delta T}_m &= \overline{\Delta t}_{\text{меж}} \left(1 - \left(\frac{\sqrt{(1 - \bar{y}_{Гр})^2 - (|\bar{y}| - \bar{y}_{Гр})^2}}{1 - \bar{y}_{Гр}} \right) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Підставимо формули (6) і (7) до рівняння (4). Врахуємо, що за формулами (1) $y_o = y_{\text{меж}} - 2y_{Гр}$. Після перетворень маємо:

при $y=0 \dots y_o$ $\overline{\Delta t} = 1$,
 при $y=y_o \dots y_{\text{меж}}$

$$\Delta t = \left(1 - \overline{\Delta t}_m - (1 - \overline{\Delta t}_{\text{меж}}) \left(1 - \frac{1 - \bar{y}}{2\bar{y}_{Гр}} \right) \right) \frac{\sqrt{(1 - \bar{y}_{Гр})^2 - (|\bar{y}| - \bar{y}_{Гр})^2}}{1 - \bar{y}_{Гр}} + \overline{\Delta t}_m, \quad (8)$$

де при $y \leq y_{ГР}$ $\overline{\Delta t}_m = 1$, при $y > y_{ГР}$ $\overline{\Delta t}_m = \overline{\Delta t}_{меж}$. При $\beta_{меж} < 45^\circ$ за формулами (2) $\bar{y}_{ГР} = 0,4655$ та $\bar{y}_0 = 0,069$. Тоді рівняння (8) набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} \text{при } \bar{y} \leq 0,069 \quad \overline{\Delta t} &= 1, \\ \text{при } \bar{y} > 0,069 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta t = \left(1 - \overline{\Delta t}_m - \left(1 - \overline{\Delta t}_{меж} \right) \left(1 - \frac{1 - \bar{y}}{0,931} \right) \right) \frac{\sqrt{0,28569 - (\bar{y} - 0,4655)^2}}{0,5345} + \overline{\Delta t}_m,$$

де при $y \leq 0,4655$ $\overline{\Delta t}_m = 1$, при $y > y_{ГР}$ $\overline{\Delta t}_m = \overline{\Delta t}_{меж}$.

З рис. 2 видно, що одержаний профіль швидкості (9) при $\overline{\Delta t}_{меж} = 0,104$ відповідає дослідним даним. Це дозволяє використовувати висловлені гіпотези для розрахунку струмин. Абсолютна розбіжність з профілем М.Й.Гримітліна – до 0,0355, відносна – до 10,12%. Це суттєво менше за розбіжність дослідних даних між собою. Одержані формули достатньо складні. Замість них рекомендуються наближені формули з похибкою $\pm 0,014$ або 1,57%, розриви не перевищують $3,2 \cdot 10^{-7}$:

$$\begin{aligned} \text{при } \bar{y} \leq 0,069, \quad \overline{\Delta t} &= 1, \\ \text{при } 0,069 < \bar{y} \leq 0,83, \quad \overline{\Delta t} &= 1,063039 - 0,904753\bar{y} - 0,128364\bar{y}^2, \\ \text{при } 0,8 < \bar{y} \leq 1, \quad \overline{\Delta t} &= 2,78562 - 5,06441\bar{y} + 2,38279\bar{y}^2, \end{aligned} \quad (10)$$

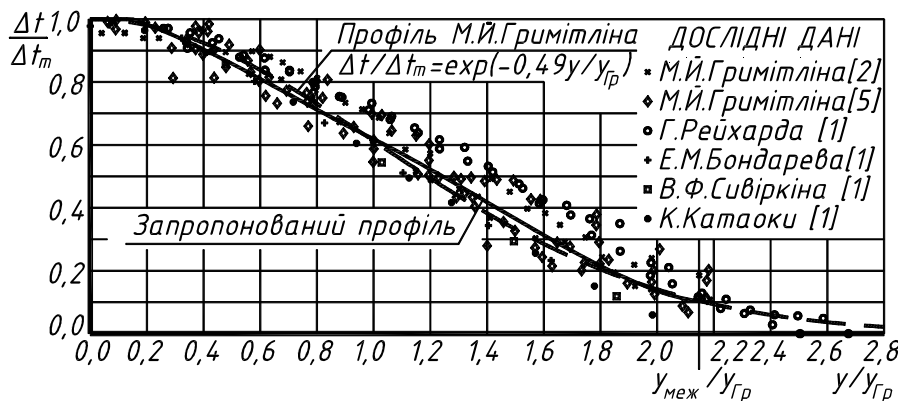


Рис. 2. Профілі надлишкових температур.

При $y > y_{меж}$ маємо потік, що підтікає. Тут немає великомасштабних структур, тому даний підхід не може описати цю частину струмини. Оскільки визначальну роль тут відіграють дрібні вихори, то для цієї частини пропонується користуватися профілем М.Й.Гримітліна.

Такі ж викладки дадуть аналогічний профіль надлишкової концентрації речовин у струмині. Достатньо всі позначення температури «t» замінити на позначення концентрації «с». Припущення (5) показує, що при фарбуванні струмин клуби біля зовнішньої межі залишаються не зафарбованими. Тому видима межа струмини розширюється під кутом $\beta_{вид} = 9 \dots 10^\circ$, що на $2,5 \dots 3,5^\circ$ менше кута розширення динамічних меж β .

Висновки

1. На підставі візуальних досліджень та геометричного аналізу струминних примежових шарів висловлені припущення щодо макроструктури струминного примежового шару.
2. На підставі висловлених припущень одержано профіль надлишкових температур та концентрацій, що відповідає дослідним даним.

Список літератури:

1. Абрамович Г.Н. и др. Теория турбулентных струй. Изд. 2-е, перераб. И доп./Под ред. Г.Н.Абрамовича. – М.: Наука, 1984. – 713с.
2. Гримитлин М.И. Распределение воздуха в помещениях. – М.:Стройиздат, 1982. – 164 с., ил.
3. Ткачук А.Я., Довгалюк В.Б. Аеродинаміка вентиляції: Навчальний посібник. – ІВНВКП «Укреліотех», 2009. – 376 с.
4. Мілейковський В.О. Геометричне моделювання вільних ізотермічних струмин // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 82. Відповідальний редактор В.Є.Михайленко. – К.:КНУБА, 2009 р.– 400с.
5. Гримитлин М.И. Закономерности развития и расчет вентиляционных струй // Теория и расчет вентиляционных струй: Сборник трудов.- Л.,1965.-293 с.-С.27-55.