

УДК 536.242:66.045.12

Аналіз геометрії профілю швидкості при ламінарному русі у двокутному каналі

О.М. Гумен¹, В.О. Мілейковський², В.Г. Дзюбенко³

¹докт. тех. наук, професор. Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, gumens@ukr.net

²канд. техн. наук, доцент. Київський національний університет будівництва і архітектури, mileikovskiy@gmail.com

³канд. тех. наук, старший викладач. Київський національний університет будівництва і архітектури

Проаналізовано профіль швидкості стабілізованої ламінарної течії у двокутному каналі. Визначено вплив відношення довжини осей на коефіцієнт опору тертя Дарсі. Профіль швидкості при зменшенні відношення довжини осей набуває сідлоподібної форми біля вершин двокутника зі зменшенням градієнта швидкості. При цьому зменшуються тангенціальні напруження, а значить, коефіцієнт опору тертя Дарсі. Але при цьому питомі втрати тиску за довжиною при постійних площі перерізу і витраті рідини зростають

Ключові слова: двокутний канал, ламінарний потік, рівняння Нав'є-Стокса, профіль швидкості.

Вступ. Енергоефективність котельних агрегатів малої потужності для приватних будинків економ-класу та малих приватних промислових і сільськогосподарських підприємств на сьогодні є недостатньою, оскільки власники не можуть придбати дороге енергоефективне обладнання. Тому на кафедрі теплогазопостачання і вентиляції Київського національного університету будівництва і архітектури розроблені плівкові теплоутилізатори [1, 2] для глибокої утилізації теплоти відвідних газів, секції яких зварені з двох полімерних листів прямими швами з отворами для пропуску газів. При русі теплоносія листи натягуються з формуванням двокутних каналів, утворених однаковими дугами кола. Такі канали також формуються в окремих розламах гірських порід, де рухаються підземні води [3]. Профіль швидкості в такому каналі визначений наближеним розв'язанням рівнянь Нав'є-Стокса [4]. Виявлено, що коефіцієнт опору тертя Дарсі λ зменшується при звуженні каналу. Це потребує детального аналізу.

Аналіз втрати тиску ламінарної течії. У двокутному каналі (рис. 1) з довжиною великої та малої півосі, відповідно, R та r , м, отримана складна залежність [4] коефіцієнта опору тертя Дарсі (рис. 2,а).

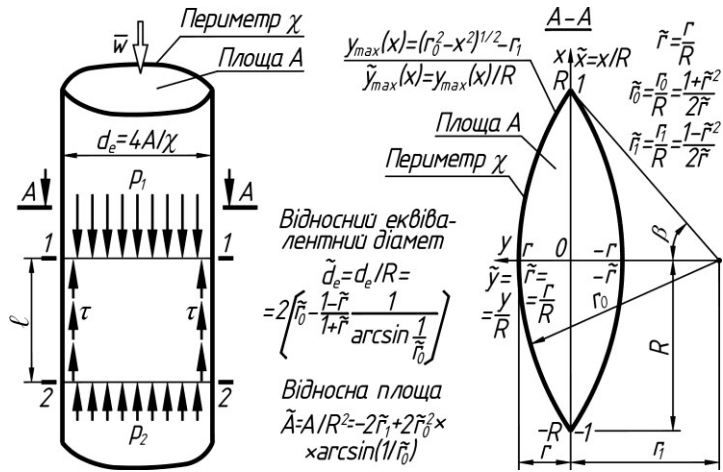


Рис 1. Двокутний канал

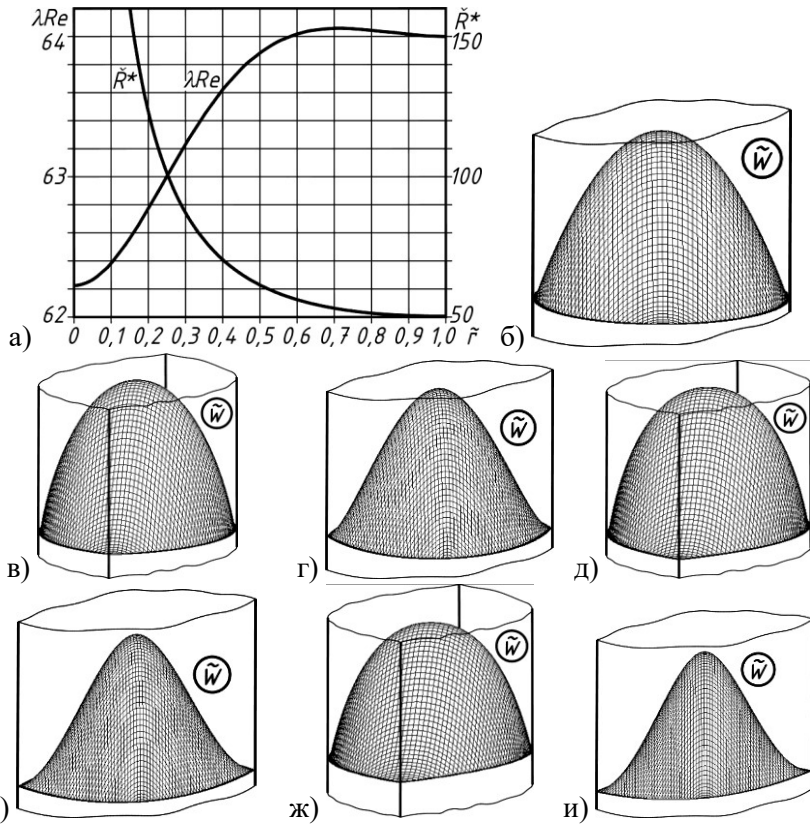


Рис 2. Профілі швидкості:

а, б – при $\tilde{r} = 1$; в, г – при $\tilde{r} = 0,67$; д, е – при $\tilde{r} = 0,33$; ж, и – при $\tilde{r} = 0,1$.

Розглянемо прямий канал (рис. 1) постійного перерізу площею A , м^2 , та периметром χ , м , з усталеним стабілізованим ламінарним потоком з локальною швидкістю w , м/с . Секундна кількість руху потоку незмінна, тому рівняння кількості руху між перерізами 1-1 та 2-2 під тиском відповідно, p_1 та p_2 , Па, зводиться до рівноваги сил тиску та тангенціальних напружень на стінках τ , Н/м^2 :

$$p_2 A - p_1 A - \int_{\chi} \tau l d\chi = 0 \quad (1)$$

За законом внутрішнього тертя Ньютона $\tau = \rho \nu |\text{grad}(w)|$, де ρ – густина рідини, кг/м^3 , а ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, $\text{м}^2/\text{с}$. Швидкість у напрямку, дотичному до поверхні каналу, незмінна й дорівнює нулю. Тому модуль градієнта швидкості дорівнює її похідній у нормальному до стінок напрямку n . За рівнянням (1) і формулою Дарсі [5] питомі втрати тиску за довжиною, Па/м,

$$R^* = (p_2 - p_1) / \ell = (\lambda / d_e) \rho \bar{w}^2 / 2 = (\rho \nu \chi / A) \int_{\chi} |dw/dn| d\chi / \chi$$

$$= \frac{4 \nu \rho}{d_e} \int_{\chi} \left| \frac{dw}{dn} \right| \frac{d\chi}{\chi} = \frac{\left[8 \int_{\chi} |d(w/\bar{w})/d(n/d_e)| d\chi / \chi \right]}{Re} \frac{1}{d_e} \frac{\rho \bar{w}^2}{2}, \quad (2)$$

де $d_e = 4A/\chi$ – еквівалентний діаметр, а $Re = \bar{w} d_e / \nu$ – число Рейнольдса.

Вираз у квадратних дужках рівняння (2) дорівнює добутку $\lambda \cdot Re$.

Для усталеного стабілізованого потоку подібність профілів швидкості означає постійність значення інтеграла у квадратних дужках для перерізу певної форми. Для круглого перерізу за законом Стокса значення інтеграла дорівнює 8, що відповідає формулі Пуазейля [5]. Але це не означає, що інтеграл не залежить від форми перерізу, хоча в більшості інженерних розрахунків приймають $\lambda \cdot Re \approx 64$ за будь-якого перерізу. Найбільш важливий висновок з формули (2) – зменшення градієнта швидкості біля стінок каналу зменшує коефіцієнт опору тертя Дарсі.

Результати розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса за методикою [4] дають профілі швидкості при різних відношеннях довжини півосей $\tilde{r} = r/R$ (рис. 2 б-и). Градієнт швидкості біля стінок перерізу при зменшенні відношення довжини півосей практично не змінюється крім вершин перерізу, де профіль набуває сідлоподібної форми зі зменшенням цього градієнта. Це зменшення поглиблюється при зменшенні \tilde{r} , що визначає зменшення коефіцієнта опору

тертя Дарсі. Навіть при $\tilde{r} = 0,1$ сідлоподібна форма профілю характерна лише для локальних областей біля вершин, тому добуток $\lambda \cdot \text{Re} \approx 64$ з похибкою до 2,86 %. З наведеного випливає:

- для інженерних розрахунків формула Пуазейля ($\lambda = 64 / \text{Re}$) дає достатню точність, а зменшення добутку $\lambda \cdot \text{Re}$ при $\tilde{r} < 0,67$ слід враховувати лише при точних розрахунках;
- при оптимізації геометричних розмірів двокутних каналів теплообмінників зміна гідравлічного опору є несуттєвою порівняно зі зменшенням інтенсивності тепловіддачі при зменшенні відношення довжини півосей (понад 10 % [6]).

Також необхідно розглянути, як змінюються питомі втрати тиску, Па/м, при зменшенні відношення довжини півосей за однакової площі перерізу каналу A , м², та витрати L , м³/с (швидкості \bar{w} , м/с). З рівняння (2) питомі втрати тиску можна подати у вигляді

$$R^* = (\rho v \bar{w} / 2A) \lambda \text{Re} [d_e / \sqrt{A}]^2 \sim \hat{R}^* = \lambda \text{Re} [de / \sqrt{A}]^2, \quad (3)$$

причому множник у круглих дужках, Па/м, є константою, а безрозмірний параметр у квадратних дужках залежить лише від \tilde{r} і визначається з рівнянь відносного еквівалентного діаметра та відносної площі на рис. 1:

$$\frac{d_e}{\sqrt{A}} = 2 \left(\frac{\tilde{r}^2 + 1}{2\tilde{r}} - \frac{1 - \tilde{r}^2}{(\tilde{r}^2 + 1) \arcsin\left(\frac{2\tilde{r}}{\tilde{r}^2 + 1}\right)} \right) \sqrt{\frac{1}{\frac{(\tilde{r}^2 + 1)^2}{2\tilde{r}^2} \arcsin\left(\frac{2\tilde{r}}{\tilde{r}^2 + 1}\right) - \frac{1 - \tilde{r}^2}{\tilde{r}}}} \quad (4)$$

Тому характер зміни питомих втрат тиску залежно від відношення довжини півосей \tilde{r} визначається зміною безрозмірного параметра \hat{R}^* (рис. 1 в), а не коефіцієнта опору тертя Дарсі. Результат розрахунку параметра \hat{R}^* не є парадоксальним, а саме при сплюснуванні двокутного перерізу зі збереженням його площі та витрати рідини втрати тиску зростають. Це підтверджує правильність викладок.

Висновки. Отримана в роботах авторів парадоксальна залежність коефіцієнта опору тертя Дарсі від відношення довжини осей двокутного перерізу була підтверджена аналізом геометричної форми профілю швидкості. Формула Пуазейля ($\lambda = 64 / \text{Re}$) може бути використана для інженерного розрахунку двокутних каналів незалежно від відношення довжини осей, оскільки похибка не перевищує 2,86 %. Показано, що при оптимізації геометрії теплообмінників з двокутними каналами немає необхідності враховувати залежність коефіцієнта опору тертя Дарсі від відношення довжини осей каналів.

Література

1. Мілейковський В.О. Теплообмінник / В.О. Мілейковський, В.Г. Дзюбенко // Патент на корисну модель № 10449 від 25.01.2016., бюл. № 2.
2. Мілейковський В.О. Теплообмінник / В.О. Мілейковський, В.Г. Дзюбенко // Патент на корисну модель № 10450 від 25.01.2016., бюл. № 2.
3. Алишаев М.Г. Точные решения ламинарного движения вязкой жидкости по прямолинейным трубам некруглых сечений. // Дагестанские электронные математические известия: Научно-образовательный журнал: Электронное периодическое издание. Т. 1 2013 С. 88-102 [<http://mathreports.ru/static?id=130>]
4. Гумен О.М. Наближене розв'язання рівняння Нав'є-Стокса для каналів двокутного перерізу / О.М. Гумен, В.О. Мілейковський, В.Г. Дзюбенко // Технологічний аудит та резерви виробництва: Міжнародний науковий журнал. –Харків.: «Технологічний Центр», 2015. – № 2/5(22). – С. 42–50.
5. Альтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика / Альтшуль А.Д., Киселёв П.Г. – М.: Стройиздат, 1965. – 274 с.
6. Гумен О.М. Аналіз геометрії профілю температури при ламінарному русі у двокутному каналі з постійною температурою стінок / О.М. Гумен, В.О. Мілейковський, В.Г. Дзюбенко // Енергоефективність в будівництві та архітектурі: наук. –тех. зб. – К.: КНУБА, 2015. – Вип. 7. – С. 388–396.

Аналіз геометрії профілю швидкості при ламінарному русі у двокутному каналі

Е.Н. Гумен, В.А. Мілейковський, В.Г. Дзюбенко

Проанализирован профиль скорости стабилизированного ламинарного потока в двугольном канале. Определено влияние отношения длины осей на коэффициент сопротивления трения Дарси. Профиль скорости при уменьшении отношения длины осей приобретает седловидную форму около вершин двугольника с уменьшением градиента скорости. При этом уменьшаются тангенциальные напряжения, а значит, коэффициент сопротивления трения Дарси. Однако при этом удельные потери давления по длине при постоянных площади сечения и расходе жидкости возрастают.

Analysis of velocity profile geometry of laminar flow in a digonal duct

O.Gumen, V. Mileikovskiy, V. Dziubenko

A velocity profile of stabilized laminar flow in digonal duct is analysed. The influence of axes length ratio on the Darcy coefficient is determined. When the ratio decreases the profile takes the saddle-like shape near to the digon vertexes with velocity gradient decrease. So the tangential tensions decreases that cause lower values of the Darcy coefficient. But in this case the specific pressure loss by the length increase at constant section area and flow rate.

Надійшла до редакції 20.05.2016 р.