

УДК 628.8:004.925.8

Моделирование параметров излучения между поверхностями произвольного положения с использованием точечного исчисления

В. А. Егорченков¹

¹к.т.н., доц., Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, egval@ukr.net,
ORCID:000-0003-2910-0331

Аннотация. При моделировании теплообмена излучением между поверхностями одним из основных параметров является угловой коэффициент облучённости. Его определение представляет особую сложность, и в настоящее время расчёты осуществляются для прямоугольных плоскостей, расположенных или параллельно или перпендикулярно друг другу. В реальности же поверхности могут занимать различные положения в пространстве и иметь многообразные формы. Поэтому целью данной работы является разработка метода моделирования параметров излучения между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве и имеющими нестандартную форму с необходимой точностью на основе использования математического аппарата точечного исчисления. Для этого формируются множества точек сканирования. Для соседних четырёх точек сканирования определяются параметры излучения: тепловой поток, температура и коэффициент облучённости и суммируются по всей площади поверхности. Разработанный метод моделирования позволит упростить эту задачу и сократить время расчётов, поскольку исключает составление громоздких систем уравнений, которые решаются численными методами. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку программного комплекса по формированию комфортных температурно-влажностных условий в помещениях при наличии поверхностных излучателей различных форм и различно расположенных в пространстве.

Ключевые слова: моделирование, теплообмен излучением, угловой коэффициент облучённости, точечное исчисление, температура.

Постановка проблемы и её актуальность.

Одним из составляющих тепловых комфортных условий для человека в помещении является количество воспринимаемой им лучистой теплоты, которое зависит от характера и количества лучистого теплообмена между поверхностями ограждающих конструкций.

Последние исследования и публикации.

Количество теплоты Q_{12} , передаваемое излучением с более нагретой поверхности F_1 , м², на поверхность F_2 , м², на основании закона Стефана-Больцмана определяется по формуле [1]

$$Q_{12} = C_{12} F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \Psi_{12}, \text{ Вт/м}^2 \quad (1)$$

где $C_{12} = (c_1^{-1} + c_2^{-1} - c_0^{-1})^{-1}$ – приведённый коэффициент излучения (c_1 и c_2 – коэффициенты излучения поверхностей; c_0 – коэффициент излучения абсолютно чёрного тела); T_1, T_2 – абсолютная температура поверхностей, К; Ψ_{12} – угловой коэффициент облучённости.

Последняя величина имеет важное значение для моделирования лучистого теплообмена между поверхностями, поскольку определяет долю лучистой теплоты, которую получает поверхность F_2 от поверхности F_1 . Определение углового коэффициента облучённости пред-

ставляет особую сложность.

Распределение теплоты за счёт лучистого теплообмена между поверхностями аналогично световому распределению и отличается только лишь длиной волн. Поэтому законы распространения, отражения и преломления, установленные для видимых световых лучей, справедливы и для теплового излучения [2]. Это положение даёт возможность использовать результаты предыдущих исследований [3] при определении значения проекции модуля телесного угла в светотехнических расчётах, что тождественно коэффициенту облучённости.

Определение коэффициента облучённости существующими методами для помещений с граничными плоскостями, примыкающими друг к другу под прямым углом, осуществляется следующим образом [2, 4]. Если имеется две плоскости: излучающая F_1 с температурой T_1 , К, и поглощающая F_2 , то элементарное количество теплоты dQ_{12} , Вт, излучаемого с элемента поверхности dF_1 , м² (рис. 1), и поглощаемого элементом поверхности dF_2 м², определяется из следующей зависимости.

$$dQ_{12} = C_{12} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \frac{1}{\pi} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{r^2} dF_1 dF_2, \text{ Вт} \quad (2)$$

где C_{12} – коэффициент взаимного излучения.

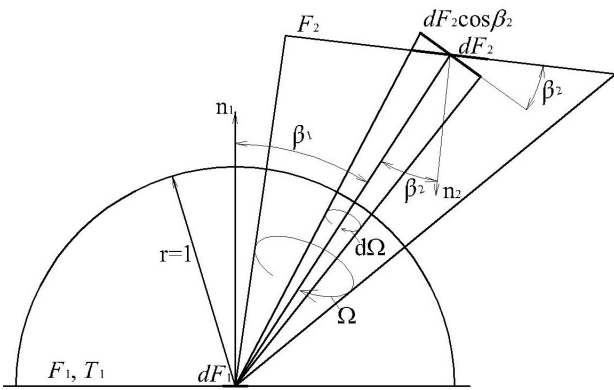


Рис. 1. Схема лучистого теплообмена между двумя произвольно расположенными плоскостями.

Количество теплоты, излучаемого элементом поверхности dF_1 , m^2 , на полную поверхность F_2 , m^2 , определится путём интегрирования по этой поверхности

$$dQ_{12} = C_{12} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \frac{dF_1}{\pi} \cdot \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{r^2} dF_2, \text{ Вт} \quad (3)$$

Последняя часть этого выражения представляет собой коэффициент облучённости между элементом поверхности dF_1 и поверхностью F_2

$$\Psi_{12} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{r^2} dF_2. \quad (4)$$

В инженерной практике имеется различный набор методов определения коэффициента облучённости. Например, известен аналитический метод, который сводится к решению интегрального выражения (4) для помещения в форме параллелепипеда

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{12} = \frac{1}{2\pi} \times \\ \times \left[\left(\frac{a}{A} \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{A} \right) + \frac{b}{B} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{B} \right) \right) \cos(\beta) - \right. \\ \left. - \left(\frac{h}{A} \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{A} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{h} \right) \right) \sin(\beta) \right]; \quad (5) \\ A = \sqrt{a^2 + h^2}, \text{ м;} \\ B = \sqrt{b^2 + h^2}, \text{ м;} \end{aligned} \right\}$$

где a и b – размеры, м, поглощающей излучение плоскости; h – расстояние, м, от излучающего элемента до поглощающей плоскости по перпендикуляру, восстановленному к одно-

му из углов плоскости (рис. 2а); β – угол, характеризующий положение элементов друг относительно друга (например, если плоскости параллельны, то $\beta = 0$).

Если же необходимо определить коэффициент облучённости при других схемах расположения, то предлагается следующая методика (рис. 2) [3, 5].

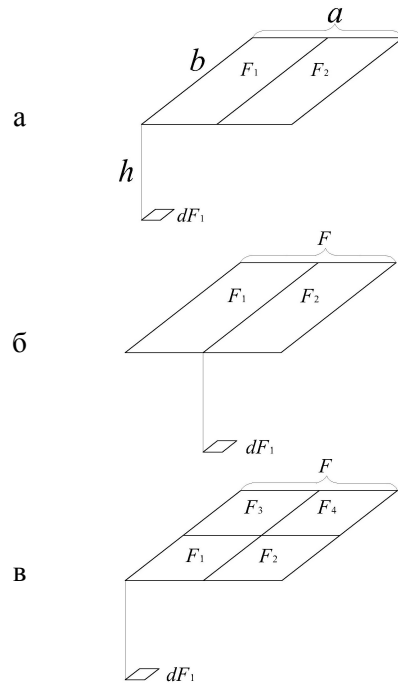


Рис. 2. Схемы определения коэффициента облучённости для некоторых случаев взаимного расположения параллельных поверхностей

В зависимости от параметров a , b и h , м, или из выражения (5) или по специальным номограммам определяется исходное значение коэффициента облучённости (рис. 2а) [5, 6].

Если же необходимо определить значение Ψ_{F2} для других случаев, то используются следующие схемы:

в первом случае (рис. 2а)

$$\Psi_{F2} = \Psi_{F1+F2} - \Psi_{F1};$$

во втором случае (рис. 2б)

$$\Psi_F = \Psi_{F1} + \Psi_{F2};$$

в третьем случае (рис. 2в)

$$\Psi_{F4} = \Psi_F - \Psi_{F1+F3} - \Psi_{F1+F2} + \Psi_{F1}.$$

Эта методика обладает некоторыми недостатками, суть которых сводится к следующему:

- при интегрировании выражения (3) очень трудно определяются пределы интегрирования, особенно, если плоскости расположены произвольно или имеют нестандартную форму;
- при использовании инженерных способов (выражение (5), рис. 2), во-первых,

решаются частные случаи, во-вторых, точность расчётов невелика, поскольку используются номограммы;

- если в системе лучистого отопления имеется хотя бы одна из поверхностей (излучающая или поглощающая) с криволинейными границами, то в этом случае необходимо составлять систему уравнений [7] и для их решения использовать численный метод, что значительно усложняет решение задачи и увеличивает время компьютерного счета. В этой же работе авторы принимают следующие упрощающие допущения: поверхности в помещениях принимаются в виде прямоугольных плоскостей, которые не затеняют друг друга; эти плоскости параллельны или расположены под прямым углом одна к другой; в целом они имеют одинаковую температуру или могут быть разделены на несколько прямоугольных частей с одинаковой температурой; лучистая теплота не поглощается воздухом помещения; поверхности являются серыми и тепловое излучение их подчиняется закону Ламберта.

Формулирование целей статьи. Целью данной работы является моделирование параметров излучения между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве и имеющими нестандартную форму, с необходимой точностью на основе использования точечного исчисления.

Основная часть. Пусть имеется какой-либо поверхностный излучатель F_1 , м² (рис. 3а). Его форма, материал, количество теплоты, Вт, излучаемого в пространство, и распределение температуры t_1 , °С, по его поверхности известны. При проектировании систем отопления этими параметрами, как правило, задаются. Требуется определить распределение температуры t_2 , °С, по другой поверхности F_2 , м², материал и форма, которой также известны. Эта задача часто имеет место во многих случаях, например, при использовании системы зонального лучистого отопления для определения параметров, формирующих комфортные условия в помещениях.

Из формулы (1) определяем выражение температуры, которая будет создаваться на поверхности F_2

$$t_2 = 100 \sqrt[4]{\left(\frac{273 + t_1}{100}\right)^4 - \frac{Q_{12}}{\Psi_{12} C_{12} F_1}} - 273, \text{°С.} \quad (6)$$

Здесь все параметры известны, за исключением значения коэффициента облученности.

Выявляются формы излучающей и погло-

щающей поверхностей, подбираются точечные уравнения к ним и формируются точечные множества с необходимой степенью точности [8].

В общем виде уравнение первой поверхности в симплексе $A_1B_1C_1E_1$:

$$M_{1ij} = A_1 p_1(u, v, w) + B_1 q_1(u, v, w) + C_1 r_1(u, v, w) + E_1 s_1(u, v, w); \quad (7)$$

уравнение второй поверхности в симплексе $A_2B_2C_2E_2$:

$$M_{2ij} = A_2 p_2(u, v, w) + B_2 q_2(u, v, w) + C_2 r_2(u, v, w) + E_2 s_2(u, v, w). \quad (8)$$

Или в координатном виде для излучающей поверхности:

$$\left. \begin{aligned} x_{1ij} &= x_{A1} p_1 + x_{B1} q_1 + x_{C1} r_1 + x_{E1} s_1; \\ y_{1ij} &= y_{A1} p_1 + y_{B1} q_1 + y_{C1} r_1 + y_{E1} s_1; \\ z_{1ij} &= z_{A1} p_1 + z_{B1} q_1 + z_{C1} r_1 + z_{E1} s_1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для поглощающей поверхности:

$$\left. \begin{aligned} x_{2ij} &= x_{A2} p_2 + x_{B2} q_2 + x_{C2} r_2 + x_{E2} s_2; \\ y_{2ij} &= y_{A2} p_2 + y_{B2} q_2 + y_{C2} r_2 + y_{E2} s_2; \\ z_{2ij} &= z_{A2} p_2 + z_{B2} q_2 + z_{C2} r_2 + z_{E2} s_2, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $x_{A1}, x_{B1}, x_{C1}, x_{E1} \dots z_{A2}, z_{B2}, z_{C2} \dots$ - координаты, м, опорных вершин симплексов соответствующих поверхностей, принимаемые из проектных решений; $p_1, q_1, r_1, s_1, p_2, q_2, r_2, s_2$ - функции параметров при соответствующих координатах, которые зависят от типа поверхностей [9].

На обеих поверхностях четыре соседние точки сканирования объединяются в элементы, которые считаются точечными по отношению к элементам другой поверхности. Считается, что температура в пределах этого элемента постоянна. Далее формируются элементарные пирамиды, вершины которых совпадают с центрами элементарных площадок излучающей поверхности, а основанием служат элементарные площадки поглощающей поверхности (рис. 3б).

Элементарное значение коэффициента облученности определяется с использованием формул (9, 10) [3], что не представляет проблем при наличии значений координат точек скани-

рования обеих поверхностей.

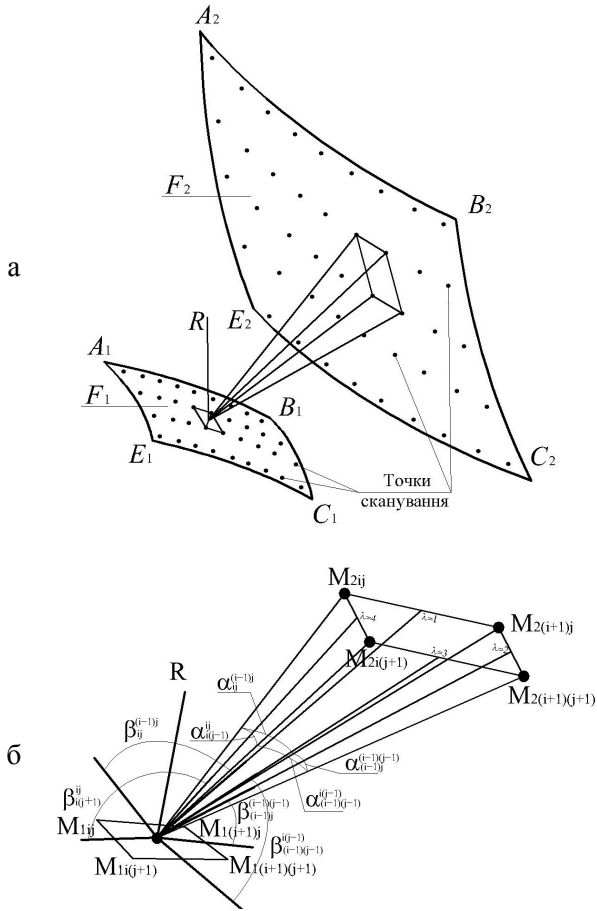


Рис. 3. Схема расположения нагревателя и поверхности:
а – взаимное расположение поверхностей;
б – элементарный телесный угол.

Здесь только приведём окончательную формулу определения значения элементарного коэффициента облученности Ψ_{kl} в развернутом виде

$$\Psi_{kl} = \frac{1}{2} \left(\alpha_{ij}^{(i+1)j} \cos \beta_{ij}^{(i+1)j} + \alpha_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} \cos \beta_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} + \alpha_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} \cos \beta_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} + \alpha_{i(j+1)}^{ij} \cos \beta_{i(j+1)}^{ij} \right) \quad (11)$$

Тогда значение температуры для kl -ячейки поглощаемой поверхности от ij – ячейки излучаемой поверхности определится из следующего выражения:

$$t_{kl} = 100 \sqrt[4]{\left(\frac{273 + t_{ij}}{100}\right)^4 - \frac{Q_{ij}}{\Psi_{kl} CF_{ij}}} - 273, \text{ } ^\circ\text{C} \quad (11)$$

Общее суммарное значение температуры для kl -ячейки поглощаемой поверхности, t_{kl} , $^\circ\text{C}$, от всей излучаемой поверхности определится следующим образом:

$$t_{kl}^c = 100 \sum_{i,j=1}^{m,n} \sqrt[4]{\left(\frac{273 + t_{ij}}{100}\right)^4 - \frac{Q_{ij}}{\Psi_{kl}^{ij} CF_{ij}}} - 273 \cdot m \cdot n, \quad (13)$$

где i, j, m, n – номера ячеек и их количество излучающей поверхности в одном и другом направлениях; t_{ij} – температура, $^\circ\text{C}$, в каждой ячейке излучающей поверхности; Ψ_{kl}^{ij} – коэффициент облученности каждой kl -ячейки облучаемой поверхности от каждой ij -ячейки излучающей поверхности; Q_{ij} – количество теплоты, излучаемое ij -ячейкой, $\text{Вт}/\text{м}^2$; F_{ij} – площадь ij -ячейки излучающей поверхности при равномерном расположении точек сканирования $F_{ij} = F_1 / m \cdot n, \text{ м}^2$.

Далее действия повторяются для следующих ячеек. В результате формируется распределение температуры по всей облучаемой поверхности. Затем изучаются следующие поверхности ограждающих конструкций помещения.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, разработан метод моделирования параметров лучистого теплообмена по поверхности поглощения лучистого тепла от поверхности излучателя, позволяющий упростить эту задачу и сократить время расчётов, поскольку исключает составление громоздких систем уравнений, которые решаются численными методами. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку программного комплекса по формированию комфортных температурно-влажностных условий в помещениях при наличии поверхностных излучателей различных форм и различно расположенных в пространстве.

Література

1. Ильинский В. М. Строительная теплофизика (ограждающие конструкции и микроклимат зданий): Уч. пособие для инж.-строит. вузов / Ильинский В. М. – Москва: Высшая школа, 1974. – 320 с.
2. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий / Фокин К. Ф. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва: Стройиздат, 1973. – 287 с.
3. Егорченков В. А. Прямая естественная освещенность от четырехугольного светопроема в плоскости общего положения / В.А. Егорченков // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. зб. / Київський національний університет будівництва і архітектури. – 2012. – Вип. 90. – с. 102-106.
4. Банхиди Л. Тепловой микроклимат помещений: Расчет комфортных параметров по теплоощущениям человека / Банхиди Л. – Пер. с венг. В.М. Беляева; под ред. В.И. Прохорова и А.Л. Наумова. – Москва: Стройиздат, 1981. – 248 с.
5. Kollmar A. Die Strahlungsheizung / A. Kollmar, B. Lieze. – München. – 1957.
6. Малявина Е. Г. Строительная теплофизика: Учебное пособие / Малявина Е. Г. – Москва: МГСУ, 2011. – 152 с.
7. Табунщиков Ю. А. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий / Ю. А. Табунщиков, М. М. Бродач. – Москва: АВОК-ПРЕСС. – 2002. – 194 с.
8. Балюба И. Г. Точечное исчисление: Учебное пособие / И. Г. Балюба, В. М. Найдыш. – Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Б. Хмельницкого. – 2015. – 234 с.
9. Єгорченков В. О. Оцінка ефективності середовища будівель що до впливу на людину за кількома параметрами на основі точкового числення / В.О. Єгорченков // Вентиляція, освітлення та теплогазопостачання : наук.-техн. зб. / Київський національний університет будівництва і архітектури. – 2018. – Вип. 24. – с. 32-39.

References

1. Ilinskii V. M. *Stroitelnaia teplofizika (ograzhdaiushchie konstruksii i mikroklimat zdanii)*. Vysshaya shkola, 1974.
2. Fokin K. F. *Stroitelnaia teplotekhnika ograzhdaiushchikh chastei zdanii*. Stroyizdat, 1973.
3. Yegorchenkov V. A. "Pryamaya yestestvennaya osveshchennost' ot chetyrehugol'nogo svetoproeyema v ploskosti obshchego polozheniya." *Prikladna geometriya ta inzhenerna grafika: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*, Iss. 90, Kyiv National University of Construction and Architecture, 2012, pp. 102-106.
4. Bankhidi L. *Teplovoiy mikroklimat pomeshcheniy: Raschet komfortnykh parametrov po teplooshchushcheniyam cheloveka*. Stroyizdat, 1981.
5. Kollmar A., Lieze B. *Die Strahlungsheizung*. München, 1957.
6. Maliavina E. G. *Stroitelnaia teplofizika*. MGSU, 2011.
7. Tabunshchikov Yu .A., Brodach M. M. *Matematicheskoye modelirovaniye i optimizatsiya teplovoy effektivnosti zdaniy*. AVOK-PRESS, 2002.
8. Baliuba I. G., Naidysh V. M. *Tochechnoe ischislenie*. Izd-vo MGPU im. B. Khmel'nitskogo, 2015.
9. Yehorchenkov V. O. "Otsinka efektyvnosti seredovyscha budivel' shcho do vplyvu na lyudynu za kil'koma parametramy na osnovi tochkovoho chyslennya." / *Ventyliatsiia, osviltennia ta teplohazopostachannia: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*, Iss. 24, Kyiv National University of Construction and Architecture, 2018, pp. 32-39.

УДК 628.8:004.925.8

Моделювання параметрів випромінювання між поверхнями довільного положення з використанням точкового числення

В. О. Єгорченков¹

¹к.т.н., доц., Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, egval@ukr.net,
ORCID:000-0003-2910-0331

Анотація. При моделюванні теплообміну випромінюванням між поверхнями одним із основних параметрів є кутовий коефіцієнт опромінення. Його визначення є особливо складним, і в теперішній час розрахунки здійснюються для прямокутних площин, які розташовані або паралельно, або перпендикулярно один до одного. Але в реальності поверхні можуть займати різноманітні положення в просторі і мати різноманітні форми. Тому метою даної роботи є розробка методу моделювання параметрів опромінення між поверхнями, які довільно розташовані в просторі і мають нестандартну форму з необхідною точністю на підставі використання математичного апарату точкового числення. Для цього формуються множини точок сканування. Для сусідніх чотирьох точок сканування визначаються параметри опромінення: тепловий потік, температура і коефіцієнт опромінення і підсумовуються за всієї площі поверхні. Розроблений метод моделювання дозволить спростити цю задачу і скоротити час розрахунків, оскільки робить непотрібним складання громіздких систем рівнянь, які вирішуються чисельними методами. Наступні дослідження будуть спрямовані на розробку програмного комплексу щодо формування комфортних температурно-вологісних умов у приміщеннях при наявності поверхневих випромінювачів різноманітної форми та вільно розташованих у просторі.

Ключові слова: моделювання, теплообмін випромінюванням, кутовий коефіцієнт опромінення, точкове числення, температура

UDC 628.8:004.925.8

Simulation of Radiation Parameters Between Surfaces of Different Positions Using Point Calculation

V. O. Yehorchenkov¹

¹Ph. D., Assistants professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, egval@ukr.net,
ORCID: 000-0003-2910-0331

Abstract. One of the components of thermal comfort for a person in a room is the amount of radiant heat perceived by him, which depends on the nature and amount of radiant heat exchange between the surfaces of the enclosing structures. The distribution of heat due to radiant heat transfer between the surfaces is similar to the light distribution and differs only in the wavelength. Therefore, the laws of propagation, reflection and refraction, established for visible light rays, are also valid for thermal radiation. This provision makes it possible to use the results of previous studies in determining the magnitude of the projection of the solid angle module in lighting calculations, which is identical to the irradiance coefficient. When simulating heat transfer by radiation between surfaces, one of the main parameters is the angular irradiance coefficient. Its definition is of particular complexity and at present calculations are carried out for rectangular planes located either parallel or perpendicular to each other. In reality, surfaces can occupy different positions in space and have multiple forms. Therefore, the aim of this work is to develop a method for modeling the radiation parameters between surfaces that are arbitrarily located in space and have a non-standard form, with the necessary accuracy based on the use of the mathematical apparatus of point calculus. For this, sets of scanning points are formed. For the adjacent four scan points, the radiation parameters are determined: heat flux, temperature, and irradiance coefficient and summed over the entire surface area. The developed method of modeling the parameters of radiant heat transfer over the surface of absorption of radiant heat from the surface of the radiator will simplify this task and reduce the computation time, since it eliminates the creation of cumbersome systems of equations that are solved by numerical methods. Further research will be focused on the development of a software package for the formation of comfortable temperature and humidity conditions in rooms with surface emitters of various shapes and variously located in space.

Keywords: simulation, radiation heat exchange, angular rate of irradiation, point calculation, temperature

Надійшла до редакції / Received 23.07.2018