

УДК 621.391

В.С. БЄЛОВ, А.С. БЄЛОВ  
Вінницький національний технічний університет**ВИЗНАЧЕННЯ ФАЗОВИХ СТАНІВ У БАГАТОПОЗИЦІЙНИХ МАНІПУЛЯЦІЯХ  
З КВАДРАТУРНИМ ПРЕДСТАВЛЕННЯМ ІНФОРМАЦІЇ**

Розглянуто метод визначення станів фазових сузір'я для модуляцій з відносним фазовим та квадратурним амплітудним представленням інформації. Визначено математичні моделі для модуляцій з відносною фазовою маніпуляцією та модуляцій з квадратурною амплітудною маніпуляцією. Наведені векторні моделі формування для різних типів модуляцій та побудоване сигнальне сузір'я для ідеального випадку складної модуляції. Проведено оцінку відстані між сусідніми точками сигнальних сузір'я та ймовірностей символічних помилок. Побудовані діаграми залежностей для різних фазових значень модуляцій та проведено аналіз відстаней між сигнальними точками.

Ключові слова: фаза, маніпуляція, сигнальне сузір'я, маніпуляція фази, сигнальна точка.

V.S. BELOV, A.S. BELOV  
Vinnitsa National Technical University**IDENTIFICATION PHASE STATE TO A MULTI-POSITION MANIPULATION  
OF THE QUADRATURE REPRESENTATION OF INFORMATION**

Examined method of the phase states determination in the constellation for the modulation with relative-phase and quadrature-amplitude presentation of information. Defined mathematical models for relative-phase shift keying and quadrature-amplitude shift keying modulations. Described vector model of formation of different types of modulations and built signal constellation for an ideal case of complex modulation. Provided estimation of distance between nearest points of the signal constellations. Built dependency diagrams for different phase values and analyzed distances between signal points for different phase states.

Quadrature signal representation is a convenient and versatile enough means to describe them. Quadrature idea is to express the fluctuations of the linear combination of two orthogonal components - the sine and cosine. Discrete manipulation performed by the two channels on the carrier offset by 90° relative to each other, i.e. are in quadrature. The estimation of the distance between adjacent points of a constellation in the system with a variety of phase states and levels of modulation and the optimal dependence.

Keywords: phase shift keying, signal constellation, phase shift keying, signal point.

**Постановка задачі**

Відмінністю класичного представлення квадратурних модуляцій з фазовою та амплітудною маніпуляцією є те, що під час зміни стану несучої в ФМн відбувається лише зміна фази, а в КАМн зміна супроводжується дискретною зміною рівня амплітуди несучої, відповідно до певного закону модуляції [1]. Така зміна утворює складну картину фазового сузір'я. При цьому відстані між результуючими точками на фазовому сузір'ї змінюють своє положення. Це змінює ймовірність виникнення помилки під час визначення фазового стану в певний момент часу по відношенню до ФМн, а також може призвести до зміни кількості бітових помилок в каналі радіозв'язку [2,3].

Основні задачі, які вирішуються:

- опис сигналів з ФМн на виході квадратурного модулятора;
- побудова векторних діаграм утворення складних модуляцій з ФМн;
- опис сигналу з КАМн на виході квадратурного модулятора;
- побудова векторної діаграми утворення складної модуляції з КАМн;
- отримання значення ймовірностей символічної помилки для КАМн-16 та ФМн-16;
- оцінка відстаней між точками сигнального сузір'я КАМн-16 та ФМн-16.

**Розв'язок задачі**

При ФМн кодується різниця фаз двох сусідніх радіоімпульсів. При багаторівневої маніпуляції початкова послідовність двійкових імпульсів перетвориться в сукупність двох (при M=4) або трьох (при M=8) послідовностей двійкових елементів тривалістю відповідно 2T або 3T [4].

Сигнал на виході перетворювача у відносний код можна представити у вигляді:

$$\sum_K \varepsilon_K Z(t - \kappa T); Z(t) = \begin{cases} 1, t \in [0, T] \\ 0, t \in [0, T] \end{cases}$$

де  $\varepsilon_K$  - елемент оптимального коду ( $\varepsilon_K=0,1$ ;  $\kappa=0,1,2 \dots$ )

Сигнал на виході фазового модулятора можна записати як:

$$S(t) = A \cos[2\pi f_0 t + \pi \sum \varepsilon_R [t - \kappa T] + \phi_0] = A \sum \varepsilon'_\kappa Z(t - \kappa T) \cos(2\pi f_0 t + \phi_0),$$

де  $\phi_0$  - початкова фаза; A - амплітуда сигналу;  $\varepsilon'_\kappa = \begin{cases} 1, \varepsilon_\kappa = 1 \\ -1, \varepsilon_\kappa = 0 \end{cases}; \kappa=0,1,2.$

По аналогії сигнал на виході фазового модулятора з ФМн-4 буде описуватись наступним виразом:

$$S(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_K c_K Z(t - \kappa T) \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) + \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_K d_K Z(t - \kappa T) \sin(2\pi f_0 t + \phi_0),$$

де  $c_K = \pm 1$ ;  $d_K = \pm 1$ ;  $\kappa=0,1,2$ .

Векторна діаграма утворення чотирьохпозиційної ФМн-4 наведена на рис.1.а. та шістнадцятипозиційної ФМн-16 наведена на рис.1.б.

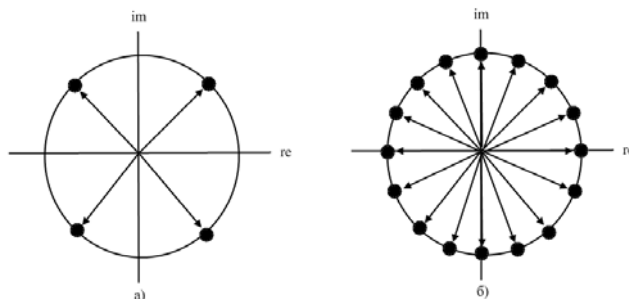


Рис.1. Векторна діаграма утворення: а) ФМн-4; б) ФМн-16

Квадратурне представлення КАМн полягає у вираженні коливання лінійної комбінацією двох ортогональних складових - синусоїдальної і косинусоїдальної [2]:

$$S(t) = x(t) \sin(\omega t + \phi) + y(t) \cos(\omega t + \phi),$$

де  $x(t)$  і  $y(t)$  - біполярні дискретні величини.

Вихідна послідовність двійкових символів тривалістю  $T$  за допомогою регістра зсуву розділяється на непарні імпульси  $Y$ , які подаються в квадратурний канал ( $\cos\omega t$ ), та парні -  $X$ , що надходять у синфазний канал ( $\sin\omega t$ ).

Обидві послідовності імпульсів надходять на входи відповідних формувачів маніпулюючих імпульсів, на виходах яких утворюються послідовності біполярних імпульсів  $x(t)$  та  $y(t)$ .

Імпульси маніпуляції мають амплітуду і тривалість  $2T$ . Імпульси  $x(t)$  і  $y(t)$  надходять на входи каналних суматорів, на виходах яких формуються двофазні фазоманіпульовані коливання. Після підсумовування вони утворюють сигнал ФМн.

Для наведеного вище виразу для опису сигналу характерна взаємна незалежність багаторівневих маніпулюючих імпульсів  $x(t)$ ,  $y(t)$  в каналах, тобто одиничного рівню в одному каналі може відповідати одиничний або нульовий рівень в іншому каналі. У результаті вихідний сигнал квадратурної схеми змінюється не тільки по фазі, але і по амплітуді. Таким чином утворюється КАМн.

Сигнал КАМн-16 може бути отриманий складанням двох сигналів ФМн-4, один з яких в два рази більше за амплітудою. Векторна діаграма утворення КАМн-16 наведена на рис.2.

Отримання значення ймовірності символної помилки для ФМн-16.

Символ на дійсній осі  $S_0 = \sqrt{E_s}$ , тоді прийнятий символ в умовах впливу адитивного гаусового шуму буде  $y = \sqrt{E_s} + n$ . Якщо адитивний шум  $n$  має функцію гаусового розподілу ймовірностей

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

де  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ ,

тоді умовна функція розподілу ймовірності для прийнятого символу  $y$  та переданого символу  $S_0$  буде:

$$p(y/S_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(y-\sqrt{E_s})^2}{N_0}}.$$

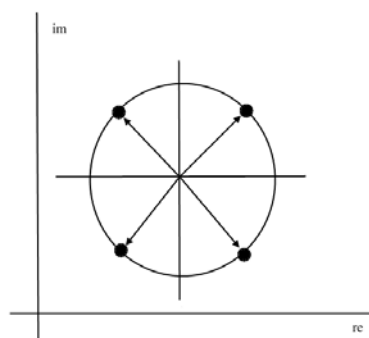


Рис. 2. Векторна діаграма утворення КАМн (1 чверть сузір'я)

Вочевидь, з-за наявності шуму в каналі зв'язку сигнальна точка фазового сузір'я на приймальній стороні може змінювати своє положення відносно вихідного, утворюючи певну фазову "пляму" у сузір'ї. При цьому для деяких меж, в яких може знаходитись така "пляма" демодуляція буде вірною.

Для визначення частоти символних помилок необхідно визначити ймовірність знаходження сигнальної точки в межах сектору від  $-\frac{\pi}{M}$  до  $+\frac{\pi}{M}$ , враховуючи, що  $\frac{E_s}{N_0}$  перевищує значення шуму, а значення  $M$  високе, тоді відстань від сигнальної точки фазового сузір'я до границі межі вірного детектування даної точки буде складати:

$$L_{\Phi M n-16} = \sqrt{E_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right).$$

Таким чином символ  $S_0$  буде детектовано невірно при перевищенні уявного значення  $y$  на значення  $\sqrt{E_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$

Отримання значення ймовірності символної помилки для КАМн-16. Типова матриця КАМн-16 записується таким чином:

$$a = \left\{ \begin{array}{l} \pm 1 + \pm 1j, \pm 1 + \pm 3j \\ \pm 3 + \pm 3j, \pm 3 + \pm 1j \end{array} \right\}$$

Середня енергія КАМн-16 сузір'я  $E = 10$  [5].

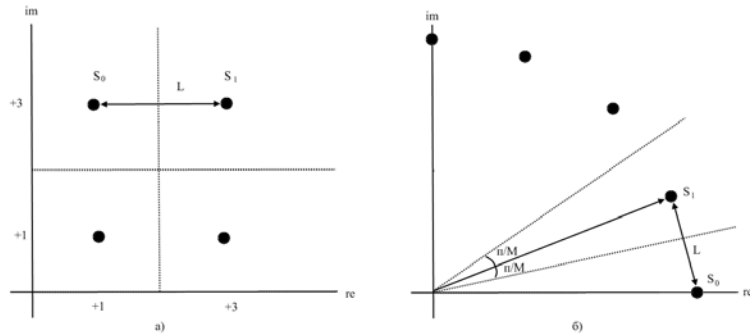


Рис.3. Відстані між фазовими сузір'ями: а) для однієї чверті КАМн-16 ; б) для однієї чверті ФМн-16 ;

Якщо адитивний шум  $n$  має функцію гаусового розподілу ймовірностей

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

де  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ .

Умовна функція розподілу ймовірності для прийнятого символу  $y$  та переданого символу  $S_2$  буде аналогічною до ФМн-16:

$$p(y/S_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(y - \sqrt{\frac{E_s}{10}})^2}{N_0}}.$$

Оцінка відстаней між точками сигнального сузір'я для різних типів модуляції виконується виходячи із принципу порівняння. Згідно з рис.3а., відстань між точками комбінації для КАМн-16 становить:

$$L_{KAMn-16} = 2\sqrt{\frac{E_s}{10}}.$$

Порівнюючи відношення відстаней між сигнальними точками сузір'я для КАМн-16 та ФМн-16 визначається коефіцієнт відношення  $K_{відн}$ :

$$K_{відн} = \frac{L_{KAMn-16}}{L_{\Phi M n-16}} = \frac{2\sqrt{\frac{E_s}{10}}}{\sqrt{E_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)} = \frac{2\sqrt{\frac{E_s}{10}}}{\sqrt{E_s} \sin\left(\frac{3,14}{16}\right)} = 1,589.$$

В логарифмічній формі коефіцієнт відношення буде:  $K_{відн.дБ} = 20 \log(1,589) = 13,36(\text{дБ})$ .

Таким чином можна стверджувати, що для забезпечення однакової ймовірності появи помилок при декодуванні сигнального сузір'я з КАМн-16 та ФМн-16, для КАМн-16 знадобиться забезпечити на 13,36 дБ співвідношення сигнал/шум менше ніж для ФМн-16.

### Висновки

Таким чином, отримане відношення значення відстаней між сигнальними точками для модуляцій ФМн-16 та КАМн-16 показало, що завадостійкість систем різна. При однаковому числі точок сигнали системи КАМн мають кращу завадозахищеність, ніж сигнали системи ФМн. Основна причина цього полягає в тому, що відстань між сигнальними точками в системі ФМн-16 менше відстані між сигнальними точками в

## Література

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – Издательский дом «Вильямс», 2007, 1104 с.
2. Кичак В.М. Оцінка впливу кількісних характеристик зміни інформаційного параметру на завадостійкість каналів зв'язку з КАМн / В.М. Кичак, В.С. Белов, А.С. Белов. Науковий журнал «Вісник Хмельницького національного університету». – 2012. - №4. - с. 59-62
3. Кичак В.М. Вимірювання параметрів фазоманіпульованих сигналів при частотному мультиплексуванні / В.М. Кичак, В.С. Белов, А.С. Белов, Б.С. Савчук.. XI міжнародна конференція Контроль і управління в складних системах (КУСС-2012): Тези доповідей, м.Вінниця, 9-11 жовтня 2012 р.– Вінниця:ВНТУ.–282 с.
4. Кичак В.М. Визначення бітових спотворень в каналах з прямою корекцією помилок / В.М. Кичак, В.С. Белов, А.С. Белов.. Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». – 2012. - №1.- с. 121-124
5. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: учебное пособие для вузов: Пер. с англ. В.Б. Афанасьева. – М.: Техносфера, 2006. – 319 с.

## References

1. B. Skljär. Cifrovaja svjaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie. Izdatel'skij dom «Vil'jams», 2007, 1104 s.
2. V.M. Kychak, V.S. Belov, A.S. Belov. Otsinka vplyvu kil'kisnykh kharakterystyk zminy informatsiynoho parametru na zavadostiykist' kanaliv zv'yazku z KAMn. Naukovyy zhurnal «Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu». – 2012. - №4.- s. 59-62
3. V.M. Kychak, V.S. Belov, A.S. Belov, B.S. Savchuk. Vymiryuvannya parametriv fazomanipul'ovanykh syhnaliv pry chastotnomu mul'typleksuvanni. Khl mizhnarodna konferentsiya Kontrol' i upravlinnya v skladnykh systemakh (KUSS-2012): Tezy dopovidey, m.Vinnytsya, 9 - 11 zhovtnya 2012 r. – Vinnytsya: VNTU. – 282 s.
4. V.M. Kychak, V.S. Belov, A.S. Belov. Vyznachennya bitovykh spotvoren' v kanalakh z pryamoju korektsiyeyu pomylok // Virjuval'na ta obchisljuval'na tehnika v tehnologichnih procesah.-2012.-№1.- S 121-124
5. Morelos-Saragosa R. Iskustvo pomehoustojchivogo kodirovaniya. Metody, algoritmy, primenenie: uchebnoe posobie dlja vuzov: Per. s angl. V.B. Afanas'eva. – M.: Tehnosfera, 2006. – 319 s.

Рецензія/Peer review : 8.7.2013 р. Надрукована/Printed :17.10.2013 р.  
Рецензент:

**УДК 519.25**

**А.В. ГОРОШКО, В.П. РОЙЗМАН**  
Хмельницький національний університет

## ПРО ЗАСТОСУВАННЯ ГАУСОВОЇ СУМІШІ ДЛЯ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЕМПІРИЧНИХ ДАНИХ

*Показано необхідність пошуку методів обробки даних, що підкоряються багатомодальним законам розподілу імовірностей. Запропоновано метод обробки таких даних, що базується на розщепленні гаусових сумішей. Розроблено метод побудови гістограм з обґрунтованим вибором кроку розбиття. Представлені результати застосування розроблених методів для визначення обґрунтованих значень допустимих дисбалансів роторів компресорів авіадвигунів і руйнуючих зусиль керамічних резисторів.*

*Ключові слова: статистична обробка, густина розподілу, багатомодальний розподіл, гаусова суміш, гістограма, дисбаланс*

A.V. GOROSHKO, V.P. ROYZMAN  
Khmelnitsky National University

### THE USE OF GAUSSIAN MIXTURE MODELS FOR STATISTICAL PROCESSING OF EMPIRICAL DATA

*The necessity of finding methods of data processing, multimodal obeying the laws of probability distributions. We propose a method for processing such data, based on the cleavage of Gaussian mixture. A method for constructing histograms with reasonable step selection of the partition. The results of application of the developed methods for the determination of reasonable values for the valid Rotor aero-engine compressors and destructive forces of ceramic resistors.*

*Keywords: statistical analysis, density distribution, multimodal probability, Gaussian mixture, histogram, imbalance*

#### Вступ

Проблему дослідження законів розподілу доводиться вирішувати при ідентифікації технологічних процесів, розробці нормативної документації, контролі якості продукції, що випускається, прогнозуванні ресурсу виробів, і в низці інших задач забезпечення якості виробів, де значення контрольованих величин визначають, випробовуючи дослідні зразки з наступною обробкою експериментальних матеріалів методами математичної статистики.