

УДК 621.317.38

Я.В. САВЕНКО, Є.А. НЕЛІН, Ф.М. РЕПА

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ
ЗОНДУВАННЯ БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

У статті представлено результати досліджень систем зондування біологічних об'єктів, що вимірюють власне випромінювання людини, зокрема клітин, органів, систем організму, зокрема представлено результати досліджень математичних моделей зондування біологічних об'єктів.

Розглянуто деякі методи відновлення зображень. Задачею таких методів є компенсація розмиття зображення, викликаного обмеженням розділення системи. Ці методи дозволяють відновлювати просторові частоти, ослаблені в процесі вимірювання. В результаті обробки зображення можна отримати систему дистанційного зондування біологічних об'єктів з ефективною роздільною здатністю вище, ніж у систем, які не використовують таку обробку.

Проаналізовано можливість застосування моделей на основі лінійних, не ітераційних та ітераційних методів. Лінійні методи не можуть бути віднесені до методів суперрозділення, так як вони не дозволяють відновити просторові частоти за частотою зрізу. Не ітераційні методи є результатом аналітичного рішення задачі мінімізації того або іншого функціоналу, зокрема методу оптимальної фільтрації. Розглянуто вінерівський фільтр як випадок методу регуляризації Тихонова і який отримано з нього за умов, що сигнал й шум є стаціонарними гаусовськими випадковими процесами з відомими статистичними властивостями. Застосування методу найшвидшого спуску призводить до ітераційної схеми. Природним регуляризатором в даному випадку є число ітерацій.

Обґрунтовано вимоги щодо дискретизації для забезпечення умов суперрозділення. Представлено результати симуляції процесу суперрозділення.

Ключові слова: медична діагностика, біологічний об'єкт, дистанційне зондування, суперрозділення, міліметрове випромінювання.

Y.V. SAVENKO, E.A. NELIN, F.M. REPA

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

INVESTIGATION OF MATHEMATICAL MODELS FOR REMOTE SENSING OF BIOLOGICAL OBJECTS

Abstract — The paper presents the results on investigation of mathematical models for remote sensing of biological objects. The registration of human self-radiation in the millimeter range allows diagnostics of common health of human organism and its functional systems as well.

The main task of remote sensing of biological objects is collecting information on the distribution of normal and pathological zones of body and its visualization. One of the most important characteristics of biological objects remote sensing is an angular resolution. Problem in remote sensing systems as for angular resolution is limited Rayleigh border. To increase the angular resolution can be used the superresolution method based on mathematical processing of measured radiometric data.

The study of mathematical models for remote sensing of biological objects will determine ways to improve diagnostics of the human body through a local determination in the early stages of the pathology of biological objects using the superresolution. The aim of such methods is to compensate blur caused by limitation of system resolution. These methods allow recovering spatial frequencies attenuated during measurement, as well as those that are at the boundaries of the cutoff frequency. Thus, as a result of the image processing system is available remote sensing of biological objects with an effective resolution higher than systems that do not use this treatment.

There are analyzed possibilities of using models based on linear, non-iterative and iterative methods. Linear methods can not be attributed to superresolution, since they do not allow recovering spatial frequencies over cutoff frequency. Using these methods, you can restore the frequency is not very attenuated relatively to the noise level. Not iterative methods obtained as a result of the analytical solution of minimizing a particular functionality, including the optimal filtering. It has been considered Wiener filter as Tikhonov regularization case and follows from it in condition that signal and noise are stationary Gauss random processes with known statistical properties. Its disadvantage is that it requires knowledge of the spectral characteristics of the signal and noise, and they can be obtained from the measurement results only approximate empirical methods. Application of steepest descent method leads to an iterative scheme. Natural regularization in this case is the number of iterations.

It has been based requirements for discretization at the superresolution conditions. It is presented the results of the simulation for superresolution process.

Вступ

Реєстрація власного випромінювання людини в міліметровому діапазоні дозволяє діагностувати як загальний стан організму, так і його окремих систем. Для реєстрації такого випромінювання необхідно створення системи дистанційного зондування біологічних об'єктів. Основна задача систем дистанційного зондування біологічних об'єктів – зібрати інформацію про розподіл зон норми та патології організму та відобразити її у видимому зображенні. До однієї з найбільш важливіших характеристик систем зондування біологічних об'єктів, що потребують особливої уваги, відноситься кутове розділення. Проблемою в системах дистанційного зондування стосовно кутового розділення є обмеженість релеєвською границею. Кутове розділення прямопропорційно робочій довжині хвилі λ та зворотнопропорційно вхідній апертурі D . Підвищити кутове розділення можна двома шляхами: варіюванням параметрів λ і D , або застосовуючи методи суперрозділення, засновані на математичній обробці вимірних радіометричних даних. Ціль такої

обробки – компенсувати викривлення зображення, викликані обмеженням кутовим розділенням системи, шляхом математичного рішення зворотної задачі.

Постановка задачі дослідження та шляхи вирішення проблеми

Дослідження математичних моделей систем зондування біологічних об'єктів дозволяють визначити шляхи підвищення ефективності діагностування організму людини через локальне визначення на ранніх стадіях патології біологічних об'єктів із застосуванням методів суперрозділення.

Модель формування зображення, що спостерігається при зондування біологічних об'єктів математично може бути записана в загальному вигляді:

$$g(\vec{r}) = k \iint f(\vec{\rho}) h(\vec{r}, \vec{\rho}) d\vec{\rho} + b + n(\vec{r}), \quad (1)$$

або в більш коротких позначеннях

$$g = k \cdot h \otimes f + b + n.$$

Ця модель враховує адитивний шум n , адитивне загальне зміщення рівня b , коефіцієнт пропорційності k та вплив апаратної функції h .

Параметри k і b визначають, як напругу на виході радіометра системи зондування (або відліки на виході АЦП) співвідносяться з радіояскравісною температурою випромінювання на вході радіометра, що виражена в кельвінах. Ці величини виражають загальний коефіцієнт пропорційності та зміщення нуля, викликані всіма лінійними перетворюваннями сигналу всередині системи. Для спрощення наступних формул будемо використовувати також наступний скорочений вираз:

$$g = k \otimes f + n, \quad (2)$$

який отримуємо з (1) при $k=1$, $b=0$. Разом з тим, потрібно мати на увазі, що неправильна оцінка (вимірювання) b має дуже сильний вплив на характеристики нелінійних методів суперрозділення [1].

Адитивний шум n є моделлю для шуму в системах зондування біологічних об'єктів. Більше того, в більшості випадків він може рахуватися адитивним білим гаусовським шумом. «Білізна» шуму тут повинна розумітися в просторовій області, а не в часовій. Однак, уявлення про адитивність шуму не завжди коректне, і іноді, наприклад, у випадку дуже слабкого сигналу на квантовому порозі чутливості радіометра необхідно розглядати більш складні моделі, такі як пуасонівський шум.

Якщо апаратна функція h є трансляційно-інваріантною, то інтеграл загального вигляду перетворюється в згортку і вираз записується наступним чином:

$$g(\vec{r}) = k \iint f(\vec{\rho}) h(\vec{r} - \vec{\rho}) d\vec{\rho} + b + n(\vec{r}).$$

В такому вигляді модель можна записати в області просторових частот, перейшовши до Фур'є-образів всіх величин:

$$G = i F H + B + N.$$

В такому представленні вплив апаратної функції H зводиться до фільтрації низьких просторових частот, при якій низькочастотні спектральні компоненти мало змінюються, а високочастотні дуже послаблюються. Починаючи з визначеної частоти, що називається частотою зрізу, все більш високочастотні компоненти стають дуже малими. В загальному випадку трансляційно-варіантної апаратної функції, вона зберігає властивості ФНЧ, але тепер конкретний вигляд фільтра не постійний, а залежить від координат.

Нижче ми розглянемо деякі методи відновлення зображень. Задачею таких методів є компенсація розмиття зображення, викликаного кінцевим розділенням системи. Ці методи дозволяють відновлювати просторові частоти, ослаблені в процесі вимірювання, і навіть ті з них, які знаходяться за границями частоти зрізу. Таким чином, в результаті обробки зображення можна отримати систему зондування біологічних об'єктів з ефективною роздільною здатністю вище, ніж у систем, які не використовують таку обробку.

Математично проблема формулюється наступним чином: знайти таке рішення \hat{f} найбільш близьке до f , основуючись на виміряних даних g та знанні апаратної функції h . Значення k і b вважають відомими, в деяких методах необхідно знання статистики шуму n . Рівняння (2) є рівнянням Фредгольма першого роду з функцією f в якості невідомого. Це рівняння представляє собою некоректно поставлену задачу. Це означає, що не існує точного стійкого зворотного рішення, особливо при наявності шумів. Таким чином, може бути отримано тільки приблизне рішення, оптимальне в тому або іншому сенсі.

Математичні моделі на основі лінійних методів

Відмітимо одразу, що лінійні методи не можуть бути віднесені до методів суперрозділення, так як вони не дозволяють відновити просторові частоти за частотою зрізу. За допомогою цих методів можна відновити частоти, не дуже сильно послаблені по відношенню до рівня шуму.

Для простоти будемо розглядати трансляційно-інваріантний випадок. Тоді рівняння (2) можна переписати в області просторових частот \vec{k} у вигляді

$$G(\vec{k}) = F(\vec{k}) H(\vec{k}) + N(\vec{k}).$$

Великі літери відображають Фур'є-образи відповідних функцій просторових координат. В такому випадку загальний вигляд лінійного рішення зворотної задачі може бути записаний наступним чином:

$$O(\vec{k}) = F(\vec{k})H(\vec{k}) + N(\vec{k}) .$$

де $M(\vec{k})$ - конкретний оператор згортки.

Математичні моделі на основі не ітераційних методів

Не ітераційні методи є результатом аналітичного рішення задачі мінімізації того або іншого функціоналу, зокрема методу оптимальної фільтрації.

Результатом застосування методу найменших квадратів є широковідома формула псевдозгортки, яка в даному випадку записується як

$$\hat{P}(\vec{k}) = \frac{H^*(\vec{k})}{H^*(\vec{k})H(\vec{k})} O(\vec{k}) = \frac{O(\vec{k})}{H(\vec{k})} . \quad (3)$$

Рішення \hat{P} мінімізує функціонал $\|k \otimes \hat{f} - g\|^2$ і, як видно безпосередньо з формули, не визначене

в областях, де $H(\vec{k}) = 0$. Це відбувається через наявність шуму $O(\vec{k}) \neq 0$ в цих областях. Таким чином, необхідний деякий регуляризатор, який би не давав шуму безмежно зростати в цих областях.

Одним з варіантів оператора регуляризації є оптимальний (вінерівський) фільтр [2]. Він задається виразом

$$W(\vec{k}) = \frac{G^*(\vec{k})G(\vec{k})}{G^*(\vec{k})G(\vec{k}) + N^*(\vec{k})N(\vec{k})}$$

Тоді регуляризоване рішення $\hat{P}(\vec{k})$ запишеться наступним чином:

$$\hat{P}(\vec{k}) = \frac{G^*(\vec{k})G(\vec{k})}{G^*(\vec{k})G(\vec{k}) + N^*(\vec{k})N(\vec{k})} \frac{O(\vec{k})}{H(\vec{k})} = O(\vec{k}) \frac{H^*(\vec{k})}{H^*(\vec{k})H(\vec{k}) + \left(\frac{N^*(\vec{k})N(\vec{k})}{F^*(\vec{k})F(\vec{k})} \right)}$$

Це рішення мінімізує функціонал $\|f - \hat{f}\|^2$ при додатковому уявленні, що \hat{f} і g лінійно пов'язані. Розглянутий вінерівський фільтр є окремим випадком метода регуляризації Тихонова і впливає з нього за умов, що сигнал и шум є стаціонарними гаусовськими випадковими процесами з відомими статистичними властивостями. Його недоліком є те, що він потребує знання спектральних характеристик сигналу и шуму, а вони можуть бути отримані з результатів вимірювання тільки наближеними емпіричними методами.

Математичні моделі на основі ітераційних методів

Розглянемо задачу мінімізації функціонала

$$J(\hat{f}) = \|k \otimes \hat{f} - g\|^2$$

Його варіація дорівнює

$$\frac{\delta J}{\delta \hat{f}} = 2(k^T \otimes k \otimes \hat{f} - k^T \otimes g)$$

Застосування методу найшвидкого спуску призводить до ітераційної схеми, мінімізуючої $J(\hat{f})$:

$$\hat{f}^{n+1} = \hat{f}^n - \alpha(k^T \otimes k \otimes \hat{f} - k^T \otimes g) \quad (4)$$

Цей алгоритм також відомий під назвою метода послідовних наближень. Якщо цей метод сходиться, то він сходиться до рішення (3). Природним регуляризатором в даному випадку є число ітерацій.

Нелінійні методи, як слідує з назви, містять нелінійні операції, які дозволяють відновити просторові частоти навіть за частотою зрізу. З усіх нелінійних методів розглянемо ітеративні алгоритми сем'ї Люсі-Річардсона. Ці алгоритми названі по імені авторів, які вперше запропонували їх [3]. Вони сходяться до максимально правдоподібному рішенню рівняння (2) з додатковою умовою сходимості рішення.

У позначеннях, що використовуються, оригінальний алгоритм Люсі-Річардсона записується наступним чином:

$$\hat{f}^{n+1} = \hat{f}^n \cdot k^T \otimes \frac{g}{k \otimes \hat{f}^n} . \quad (5)$$

Тут і далі запис виду $k^T \otimes g$ означає інтегрування зі змінною змінної інтегрування, в трансляційно-інваріантному випадку це відповідає транспонуванню h , звідси і відбувається таке позначення. Цей алгоритм, однак, має на увазі пуассоновську статистику шуму, що не завжди можна застосувати в радіометрії. Більш коректною формою для випадку гаусовського шуму є

$$\hat{f}^{n+1} = \hat{f} \frac{N \otimes g}{N \otimes \hat{f}^n} \quad (6)$$

що описує алгоритм ISRA (Image Space Reconstruction Algorithm – алгоритм відновлення простору зображень) [4]. На практиці ж різниця між рішеннями, які виходять з використанням алгоритмів (5) та (6), дуже мала, хоча і існує. Різницю між рішеннями (4) та (5), (6) помітно в областях, де \hat{f} близька до нуля.

Основні властивості алгоритмів:

- вони сходяться до максимально правдоподібному рішення рівняння (2);
- зберігають невід’ємність функції \hat{f} ;
- не використовують додаткових уявлень відносно апаратної функції (таких як трансляційна інваріантність, дзеркальна симетрія).

Алгоритм ISRA обчислювально ресурсоємніший в порівнянні з іншими алгоритмами, він показує гарну стійкість та призводить до суттєвого підвищення розділення [5].

Дискретизація в умовах надрозділення

Всі приведені вище рівняння написані для безперервних просторових координат \vec{r} і $\vec{\rho}$. На практиці вимірювання проводяться в кінцевій кількості точок, так що координата \vec{r} є дискретною. Більш того, отримане рішення також є функцією дискретної просторової змінної. При переході від безперервних координат необхідно приймати в розрахунок можливий ефект накладання частот і теорему Котельнікова.

На практиці це означає, що частота Найквіста має бути вищою, чим частота зрізу апаратної функції при вимірюванні даних і вище, чим максимальна частота у відновленому зображенні при застосуванні алгоритмів надрозділення. Часто зустрічається ситуація, коли в процесі вимірювання інтервал дискретизації вибрано правильно, але при наступній обробці методами суперрозділення виникають більш високі частоти. При використанні ітераційних методів може виникнути момент, коли вихідної частоти дискретизації перестав вистачати для коректного уявлення всіх частот – виникає ефект накладання частот. В таких випадках можна використати метод субпіксельного розбиття.

Субпіксельне розбиття - це метод, при якому обробка даних проводиться з таким інтервалом дискретизації, що відрізняється від вихідного, який з самого початку достатній для представлення всіх просторових частот результату зображення. Ефективним і відносно простим підходом є передискретизація в ціле число разів, тобто інтерполяція. Для збільшення частоти дискретизації вихідного зображення в N раз береться сітка з кількістю вузлів по кожній з координат в N раз більше ніж у вихідній. Пікселі вихідного зображення копіюються на нову сітку з кроком N , а проміжні пікселі заповнюються нульовими значеннями. Після цього проводиться НЧ фільтрація для приведення спектру у відповідність з вихідним. При цьому використовується прямокутний ФНЧ з частотою зрізу, що дорівнює частоті Найквіста для вихідного зображення. Вказані операції виконуються і над зображенням, яке буде піддаватися обробці, і над апаратною функцією, після чого все чисельне інтегрування у відповідності до конкретного алгоритму суперрозділення проводиться вже по новій сітці. На практиці достатньо вибрати $N=2$, так як зміна спектру в області високих просторових частот достатньо слабка.

Результати симуляції процесу надрозділення

Розглянемо результати симуляції процесу суперрозділення. В якості початкових даних були взяті розподілення яскравості, показані зліва на рисунку 1. Потім, чисельно була проведена операція згортки (2) та доданий білий гаусовський шум (відношення сигнал/шум складало $5 \cdot 10^3$) – тобто була вирішена пряма задача. Описані операції моделюють процедури перетворення сигналу в системі радіобачення. Отримані дані були оброблені по алгоритму суперрозділення у відповідності з ітераційною схемою (5). Представлені зображення відповідають номерам ітерацій 500 і 2000.

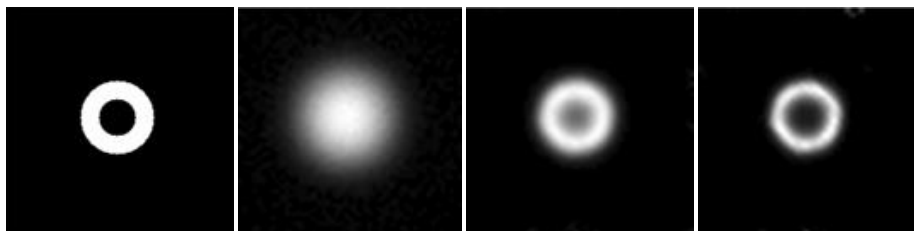


Рис.1. Відновлення кільцевидного зображення

Чисельною характеристикою для оцінки результатів суперрозділення може являтися норма

$\|g \otimes \hat{f} - g\|$. Вона характеризує, наскільки близький результат реальних вимірювань g до передбачуваного результату вимірювань $g \otimes \hat{f}$.

При обробці даних ця норма після 100 ітерацій зменшилась на 19 дБ в порівнянні з початковим

наближенням. В якості початкового наближення f^0 використовувались необроблені експериментальні дані g . Вищесказане пояснюється виразом

$$\frac{|k \otimes g - g|^2}{|k \otimes f^0 - g|^2} \approx 19 \text{ дБ}$$

При цьому, найбільший вигравш досягається на перших 30-40 ітераціях, а далі величина, що розглядається змінюється мало. Однак саме на наступних ітераціях відбувається відновлення найбільш дрібних деталей зображення.

Висновки

В результаті досліджень систем дистанційного зондування біологічних об'єктів визначено математичні моделі, які адекватно характеризують процес реєстрації низькоінтенсивного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль, що дозволяє виявляти області норми та патології організму людини із можливістю її візуалізації.

Література

1. van Kempen G. M. P., van Vliet L. J. Background estimation in nonlinear image restoration // Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science & Vision, Vol. 17, No. 3, pp. 425-433, 2000.
2. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., Numerical recipes in C. The Art of Scientific Computing. Second Edition, Cambridge University Press, New York, 1997.
3. Lucy L. B. An iterative technique for the rectification of observed distributions // The astronomical journal, Vol. 79, No. 6, pp. 745-754, 1974.
4. Lantèri H., Soummer R., Aime C., Comparison between ISRA and RLA algorithms. Use of a Wiener Filter based stopping criterion // Astronomy astrophysics supplement series, Vol. 140, pp. 235-246, 1999.
5. Pirogov Y.A., Gladun V.V., Shlemin I.V., Chzhen S.P., Tischenko D.A., Timanovskiy A.L., Lebedev A.V., Superresolution and coherent phenomena in multisensor systems of millimeter-wave radio imaging // Proc. SPIE, Vol. 5077, pp. 110-120, 2003.

References

1. van Kempen G. M. P., van Vliet L. J. Background estimation in nonlinear image restoration // Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science & Vision, Vol. 17, No. 3, pp. 425-433, 2000.
2. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., Numerical recipes in C. The Art of Scientific Computing. Second Edition, Cambridge University Press, New York, 1997.
3. Lucy L. B. An iterative technique for the rectification of observed distributions // The astronomical journal, Vol. 79, No. 6, pp. 745-754, 1974.
4. Lantèri H., Soummer R., Aime C., Comparison between ISRA and RLA algorithms. Use of a Wiener Filter based stopping criterion // Astronomy astrophysics supplement series, Vol. 140, pp. 235-246, 1999.
5. Pirogov Y.A., Gladun V.V., Shlemin I.V., Chzhen S.P., Tischenko D.A., Timanovskiy A.L., Lebedev A.V., Superresolution and coherent phenomena in multisensor systems of millimeter-wave radio imaging // Proc. SPIE, Vol. 5077, pp. 110-120, 2003.

Рецензія/Peer review : 22.7.2013 р.

Надрукована/Printed : 21.12.2013 р.