

**ТЕОРИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ И СВЕРХИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:
ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ОПИСАНИЕ ВТОРОЙ ГРУППЫ ПРАВИЛ ВЫВОДА
УРАВНЕНИЙ ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ КРУТИЗНЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.
СООБЩЕНИЕ 6**

В настоящем сообщении рассматриваются частные случаи второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, приведены их определения, с помощью комбинаторных уравнений величин описаны подгруппы уравнений избыточных измерений без усреднения и с усреднением выходных величин, показана возможность получения большого числа уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при использовании существующих законов комбинаторики.

Работа представляет интерес для ученых-метрологов, специалистов, магистров и аспирантов.

Ключевые слова: правила вывода, уравнения избыточных измерений, формализованные описания, комбинаторные уравнений величин.

V.T. KONDRATOV

V.M.Glushkov Institute of cybernetics of National academy of Science of Ukraine

**THE THEORY OF REDUNDANT AND SUPER-REDUNDANT MEASUREMENTS:
A FORMALIZED DESCRIPTION OF THE SECOND GROUP OF DERIVATION RULES OF THE REDUNDANT
MEASUREMENTS EQUATIONS OF THE STEEPNESS OF TRANSFORMATION
THE MESSAGE 6**

Abstract — In article the further development has received a new scientific direction in the theory of redundant measurements — metrology combinatorics or combinatorics of the quantities equations.

Four groups of derivation rules of the redundant measurements equations, representing groups of rules of the subblock 2 blocks of laws 1 are resulted.

By iterating it has been received and resulted in tab. 3 hundred twenty three variants of the formalized records of the redundant measurements equations of a steepness of transformation for the second group of rules at $m=6$.

It is established, that the derivation of the second group of the redundant measurements equations of a steepness of transformation should be carried out by serial subtraction of one sum of pairs output quantities from other sum of not repeating pairs output quantities, with the subsequent division of the received differences on converted physical quantities, — on one or on some, combined in a certain way.

For the first time the generalised combinatory equations of redundant measurements of a steepness of transformation for the second group of derivation rules are received and resulted at unitary measuring transformations of input quantities.

Special cases of a derivation of the redundant measurements equations with accumulation of results of measuring transformation of input physical quantities for the second group of rules are described corrected, that will help to exclude possible errors at the decision of combinatorial problems in metrology.

The formalized descriptions of the second group of derivation rules of the redundant measurements equations, and also the redundant measurements equations of a steepness of transformation without averaging of output quantities and with averaging which made it possible to solve the problem of creating of ensemble of the equations of redundant measurements of a steepness of transformation with the set properties are resulted.

It is established, that the second group of derivation rules consists of five private groups of derivation of the redundant measurements equations with accumulation of results of repeated measuring transformations of input physical quantities.

Rules of a derivation of the redundant measurements equations of the second group are formulated at repeated measuring transformations of the expanded numbers of physical quantities that has expanded our representations about ways of their reception.

The combinatorial equations of redundant measurements of a steepness of transformations corresponding to special cases of the second group of rules are resulted, with different amounts of averaged output quantities (in limits from two to ten).

Possibility of reception of a large quantity (thousand is shown and even ten thousand) the redundant measurements equations of a steepness of transformation on the basis of the second group rules, that has approached us to the solution of a problem of redundant measurements of kvazi-true and true value of physical quantities.

The further acknowledgement of a postulate that the nature of the transformed physical quantities is that that averaging in time can be really replaced by averaging on ensemble (in space) has found.

Введение

В работах [1 – 5] автором было положено начало развитию нового научного направления в теории избыточных измерений — метрологической комбинаторики или комбинаторики уравнений величин.

Впервые были введены такие понятия, как «комбинаторика уравнений величин», «метрологические комбинаторные задачи», «правила вывода уравнений избыточных измерений», «комбинаторное уравнение избыточных измерений», «комбинаторное уравнение величин», «комбинаторное уравнение числовых значений» «блок закономерностей», «субблок закономерностей», «группа закономерностей», «ансамбль уравнений избыточных измерений» и другие. Сформулировано 12 системных целей метрологической комбинаторики.

Впервые предложены и приведены обобщенные комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования для первой группы правил вывода. Показана возможность получения огромного количества правил вывода и соответствующих уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Выделено два самостоятельных подхода к формализованному описанию правил вывода уравнений

избыточных измерений: а) при однократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин; 2) при многократных, но ограниченных по числу (не более десяти раз) измерительных преобразований физических величин расширенного ряда.

Автором разработаны: всеобщее правило вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, формализованные описания первой группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования без усреднения выходных величин и с усреднением. Для первой группы правил описаны частные случаи вывода уравнений избыточных измерений с накоплением результатов измерительного преобразования входных физических величин.

Настоящее сообщение является шестым из серии статей [1– 5], посвященных теории сверхизбыточных измерений, и описывает вторую группу правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования.

Объект исследований — процессы вывода правил и уравнений избыточных измерений для решения метрологических задач.

Предмет исследований — формализованное описание частных случаев второй группы правил вывода и уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при m входных физических величинах и линейной функции преобразования.

Целью работы является ознакомление ученых и специалистов с правилами вывода второй группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования измерительного канала и с их формализованным описанием.

Результаты исследований

1. Группа правил 2 (или группа правил «2 / 6»)

1.1. Формализованное описание второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений при однократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин

В формализованном виде вторая группа правил опишется следующим комбинаторным уравнением [4] при $m = 6$ и $n = 2$:

$$R_{S_n^{1 \times 1 \times 2}}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S_n^{II-II}}^{II-II} = \frac{1}{x^*} [\Pi_i - \Pi_j]. \quad (1)$$

Согласно (1), в обоих слагаемых используются весовые коэффициенты единичного значения, т.е. $n_i = n_j = 1$, а перестановки в уменьшаемом и вычитаемом осуществляются по двум из шести разноименных выходных величин.

Дадим следующие определения второй группе правил:

Определение 1

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем поочередного вычитания одной суммы разноименных или одноименных пар выходных величин из другой суммы неповторяющихся пар разноименных или одноименных выходных величин, входящих в систему, с последующим делением полученных разностей на измеряемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

Определение 2

Вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует начинать с перебора всех вариантов разности неповторяющихся сумм двух разноименных или одноименных выходных величин.

Совокупность уравнений избыточных измерений крутизны преобразования второй группы формализовано описывается следующим комбинаторным уравнений величин ($i \neq j \neq 0$):

$$S_{l(2/6)}^{1 \times 1 \times 2} = [(U'_{i1} + U'_{i2}) - (U'_{j1} + U'_{j2})] / x^*. \quad (2)$$

где i -я и j -я выходные величины $U'_{i1(2)}$ и $U'_{j1(2)}$ принадлежат конечной совокупности (множеству M_{U_m}) выходных величин, т.е. $\forall U'_i \in \{U'_1, U'_2, \dots, U'_m\}$ и $\forall U'_j \in \{U'_1, U'_2, \dots, U'_m\}$.

Разности сумм из двух слагаемых величин получают путем перебора и сочетания этих слагаемых согласно (1). Вторая группа правил объединяет следующие правила вывода уравнений (см. табл. 1): 1) с использованием разности сумм, состоящих из разноименных неповторяющихся пар выходных величин, формализовано записанных в виде « $(I_{i1} + I_{i2}) - (I_{j1} + I_{j2})$ »; 2) с использованием в качестве вычитаемого суммы, состоящей из двух одноименных выходных величин (« $(I_{i1} + I_{i2}) - 2\text{Ч}_j$ »); 3) с использованием в качестве уменьшаемого суммы, состоящей из двух одноименных выходных величин « $2\text{Ч}_i - (I_{j1} + I_{j2})$ »; 4) с использованием разности сумм двух одноименных выходных величин « $2\text{Ч}_i - 2 \times I_{j2}$ ».

Приведенные четыре группы правил вывода уравнений избыточных измерений представляют собой группы правил субблока 2 блока закономерностей 1.

Каждая из четырех выделенных групп правил «2–2» имеет подгруппы с перебором конкретных выходных величин (см. табл. 2). Группа 3 представляет собой группу 2 с измененными знаками при слагаемых, что следует учитывать при переборе выходных величин. Группа 4 представляет частный случай

второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с усреднением (с накоплением), о чем подробно будет описано ниже.

Таблица 1

Упрощенная формализованная запись вывода второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования

Комбинаторные уравнения второй группы правил вывода S'_n			
Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4
$\frac{(I_{i1}+I_{i2})-(I_{j1}+I_{j2})}{x^*}$	$\frac{(I_{i1}+I_{i2})-(I_j+I_j)}{x^*}$	$\frac{(I_i+I_i)-(I_{j1}+I_{j2})}{x^*}$	$\frac{(I_i+I_i)-(I_j+I_j)}{x^*}$

Таблица 2

Группы комбинаторных уравнений величин второй группы правил определения уравнений избыточных измерений крутизны преобразования

Комбинаторные уравнения величин, соответствующие второй группе правил			
Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4
$\frac{(U_{i1}+U_{i2})-(U_{j1}+U_{j2})}{x^*}$	$\frac{(U_{i1}+U_{i2})-k_2 \cdot U_j}{x^*}$	$\frac{k_2 \cdot U_i - (U_{j1}+U_{j2})}{x^*}$	$\frac{k_2 \cdot U_i - k_2 \cdot U_j}{x^*}$

В табл. 2 приведены усеченные, т.е. правые части комбинаторных уравнений величин, характеризующие все многообразие уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, получаемых согласно второй группы правил.

Путем перебора было получено сто двадцать три варианта уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для второй группы правил при $m = 6$, которые в формализованном виде приведены в табл. 3. Ниже, в качестве примера, приводится несколько не усеченных уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, выведенных согласно подгруппам правилам, приведенным в табл. 3:

- 1) $S'_n = [(U'_5 + U'_6 - (U'_1 + U'_3)]/k_2 \Delta x_0$, где $k_2 = 2$;
- 2) $S'_n = [(U'_4 + U'_4) - (U'_3 + U'_5)]/(x_0 - \Delta x_0)$;
- 3) $S'_n = [(U'_6 + U'_2) - (U'_5 + U'_5)]/(x_i + x_0 - \Delta x_0)$;
- 4) $S'_n = [(U'_4 + U'_4) - (U'_6 + U'_6)]/[k_2(x_0 - \Delta x_0)]$.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности получения при однократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин большого количества уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, .

Согласно [5], кроме формализованного описания правил вывода уравнений избыточных измерений при однократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин, возможны описания и при многократных измерительных преобразований физических величин расширенного ряда, но ограниченных по числу (не более десяти раз).

1.2. Правила вывода уравнений избыточных измерений второй группы при многократных измерительных преобразованиях расширенных рядов физических величин

Общий случай

В общем случае измерительное преобразование физических величин осуществляется не один, а несколько раз, например, 2 –10 раз. Общий случай представляет собой вариант второй группы правил с накоплением результатов одинаковых или разных по кратности (по n_1 , n_2 и n_3 , n_4 раз) измерительных преобразований i -х и j -х входных величин и перебором преобразованных выходных величин. Причем для усреднения могут быть использованы следующие количества выходных величин в уменьшаемом (n_1 и n_2) и вычитаемом (n_3 и n_4) каждой суммы: $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$, $n_1 = n_2 = n_3 = n_4$, $(n_1 = n_2) \neq (n_3 = n_4)$, $(n_1 = n_3) \neq (n_2 = n_4)$ и $(n_1 = n_4) \neq (n_2 = n_3)$, представляющие собой усреднение по 2, по 3, по 4, ..., по 10 выходных величин.

Формализованная запись второй группы правил вывода (со всеми вариантами усреднений и перестановок) опишется комбинаторным уравнением (при любых n_{11} и n_{12} , n_{21} и n_{22}):

$$R_{S'_{n1}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n1}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_3} \sum_{t=1}^{n_3} I_{j1t} + \frac{1}{n_4} \sum_{t=1}^{n_4} I_{j2t} \right) \right] = \frac{1}{x^*} \left[(\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i2n_2}}) - (\overline{I_{j1n_3}} + \overline{I_{j2n_4}}) \right]. \quad (3)$$

Приведем определение второй группы правил для общего случая, описываемого комбинаторным уравнением (3).

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод второй группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем перебора и использования всех вариантов усреднения (по 2, по 3, по 4 и т.д.) и поочередного вычитания одной суммы двух по разному усредненных выходных величин из всех других

неповторяючих сумм двох таким же образом или по разному усредненных выходных величин с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

Более лаконичное определение данного правила следующее.

Таблица 3

Субблок закономерностей 2 (по второй группе правил) (48+60+15=123 варианта)

Группа закономерностей 1					
Формализованные записи уравнений избыточных измерений крутизны преобразования S'_{II} , полученные по правилу « $(I_{j1}+I_{j2})-(I_{j1}+I_{j2})$ », — 48 вариантов при оптимальных значениях входных величин $x_0, \Delta x_0 i x_i$					
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3	Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(1+2)-(3+4)]/x^*$	$[(2+3)-(4+5)]/x^*$	$[(3+4)-(1+2)]/x^*$	$[(4+5)-(1+2)]/x^*$	$[(5+6)-(1+2)]/x^*$	$[(6+1)-(2+3)]/x^*$
$[(1+2)-(3+5)]/x^*$	$[(2+3)-(4+6)]/x^*$	$[(3+4)-(1+5)]/x^*$	$[(4+5)-(1+3)]/x^*$	$[(5+6)-(1+3)]/x^*$	$[(6+1)-(3+4)]/x^*$
$[(1+3)-(2+4)]/x^*$	$[(2+3)-(5+1)]/x^*$	$[(3+4)-(2+5)]/x^*$	$[(4+5)-(1+6)]/x^*$	$[(5+6)-(1+4)]/x^*$	$[(6+1)-(4+5)]/x^*$
$[(1+3)-(2+5)]/x^*$	$[(2+3)-(5+6)]/x^*$	$[(3+4)-(2+6)]/x^*$	$[(4+6)-(1+1)]/x^*$	$[(5+6)-(2+4)]/x^*$	$[(6+2)-(1+3)]/x^*$
$[(1+4)-(2+5)]/x^*$	$[(2+4)-(1+5)]/x^*$	$[(3+5)-(2+6)]/x^*$	$[(4+6)-(1+3)]/x^*$	$[(5+6)-(3+4)]/x^*$	$[(6+2)-(1+4)]/x^*$
$[(1+4)-(3+5)]/x^*$	$[(2+4)-(3+5)]/x^*$	$[(3+6)-(1+2)]/x^*$	$[(4+6)-(1+5)]/x^*$	$[(5+2)-(1+6)]/x^*$	$[(6+3)-(1+5)]/x^*$
$[(1+5)-(2+3)]/x^*$	$[(2+4)-(5+6)]/x^*$	$[(3+6)-(1+4)]/x^*$	$[(4+6)-(2+3)]/x^*$	$[(5+4)-(2+3)]/x^*$	$[(6+3)-(2+4)]/x^*$
$[(1+6)-(2+4)]/x^*$	$[(2+6)-(1+5)]/x^*$	$[(3+6)-(2+5)]/x^*$	$[(4+6)-(3+5)]/x^*$	$[(5+4)-(3+6)]/x^*$	$[(6+4)-(1+2)]/x^*$
$[(1+6)-(3+5)]=0$	$[(2+3)-(1+4)]=0$	$[(3+5)-(6+1)]=0$	$[(4+5)-(6+2)]=0$	$[(5+3)-(1+6)]=0$	$[(6+1)-(3+5)]=0$
Группа закономерностей 2					
Формализованные записи уравнений избыточных измерений крутизны преобразования S'_{II} , полученные по правилу « $2\text{Ч}_i-(I_{j1}+I_{j2})$ », — 60 вариантов при оптимальных значениях входных величин $x_0, \Delta x_0 i x_i$, или по правилу « $(I_{j1}+I_{j2})-2\text{Ч}_j$ » (при изменении знака)					
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3	Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(1+1)-(2+3)]/x^*$	$[(2+2)-(1+3)]/x^*$	$[(3+3)-(1+2)]/x^*$	$[(4+4)-(1+2)]/x^*$	$[(5+5)-(1+2)]/x^*$	$[(6+6)-(1+2)]/x^*$
$[(1+1)-(2+4)]/x^*$	$[(2+2)-(1+4)]/x^*$	$[(3+3)-(1+4)]/x^*$	$[(4+4)-(1+3)]/x^*$	$[(5+5)-(1+3)]/x^*$	$[(6+6)-(1+3)]/x^*$
$[(1+1)-(2+5)]/x^*$	$[(2+2)-(1+5)]/x^*$	$[(3+3)-(1+5)]/x^*$	$[(4+4)-(1+5)]/x^*$	$[(5+5)-(1+4)]/x^*$	$[(6+6)-(1+4)]/x^*$
$[(1+1)-(2+6)]/x^*$	$[(2+2)-(1+6)]/x^*$	$[(3+3)-(1+6)]/x^*$	$[(4+4)-(1+6)]/x^*$	$[(5+5)-(1+6)]/x^*$	$[(6+6)-(1+5)]/x^*$
$[(1+1)-(3+4)]/x^*$	$[(2+2)-(3+4)]/x^*$	$[(3+3)-(2+6)]/x^*$	$[(4+4)-(2+3)]/x^*$	$[(5+5)-(2+3)]/x^*$	$[(6+6)-(2+3)]/x^*$
$[(1+1)-(3+5)]/x^*$	$[(2+2)-(3+5)]/x^*$	$[(3+3)-(2+4)]/x^*$	$[(4+4)-(2+5)]/x^*$	$[(5+5)-(2+4)]/x^*$	$[(6+6)-(2+4)]/x^*$
$[(1+1)-(3+6)]/x^*$	$[(2+2)-(3+6)]/x^*$	$[(3+3)-(2+5)]/x^*$	$[(4+4)-(2+6)]/x^*$	$[(5+5)-(2+6)]/x^*$	$[(6+6)-(2+5)]/x^*$
$[(1+1)-(4+5)]/x^*$	$[(2+2)-(4+5)]/x^*$	$[(3+3)-(4+5)]/x^*$	$[(4+4)-(3+5)]/x^*$	$[(5+5)-(3+4)]/x^*$	$[(6+6)-(3+4)]/x^*$
$[(1+1)-(4+6)]/x^*$	$[(2+2)-(4+6)]/x^*$	$-(3+3)-(4+6)/x^*$	$[(4+4)-(3+6)]/x^*$	$[(5+5)-(3+6)]/x^*$	$[(6+6)-(3+5)]/x^*$
$[(1+1)-(5+6)]/x^*$	$[(2+2)-(5+6)]/x^*$	$[(3+3)-(5+6)]/x^*$	$[(4+4)-(5+6)]/x^*$	$[(5+5)-(4+6)]/x^*$	$[(6+6)-(4+5)]/x^*$
Группа закономерностей 3					
Формализованные записи уравнений избыточных измерений крутизны преобразования S'_{II} , полученные по правилу « $2\text{Ч}_i-2 \times I_j$ », — 15 вариантов при оптимальных значениях входных величин $x_0, \Delta x_0 i x_i$					
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3	Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
—	$[(2+2)-(1+1)]/x^*$	$[(3+3)-(1+1)]/x^*$	$[(4+4)-(1+1)]/x^*$	$[(5+5)-(1+1)]/x^*$	$[(6+6)-(1+1)]/x^*$
—	—	$[(3+3)-(2+2)]/x^*$	$[(4+4)-(2+2)]/x^*$	$[(5+5)-(2+2)]/x^*$	$[(6+6)-(2+2)]/x^*$
—	—	—	$[(4+4)-(3+3)]/x^*$	$[(5+5)-(3+3)]/x^*$	$[(6+6)-(3+3)]/x^*$
—	—	—	—	$[(5+5)-(4+4)]/x^*$	$[(6+6)-(4+4)]/x^*$
—	—	—	—	—	$[(6+6)-(5+5)]/x^*$

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять путем перебора всех вариантов разностей неповторяющихся сумм из двух усредненных выходных величин.

Общие, с усреднением или с накоплением, подгруппы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования выводятся из приведенных в табл. 4 групп путем введения операции суммирования соответствующего числа многократно преобразованных величин.

Например, на основании второй группы правил вывода (3) получим вторую группу уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, описываемую комбинаторным уравнением величин общего вида при разных количествах (n_1 и n_3 — в уменьшаемом и n_2 и n_4 — в вычитаемом) выходных величин при усло-вии, что $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$:

$$\begin{aligned}
 \overline{S'_{II}(2/6)}^{1 \times 1 \times 2} &= \overline{S'_{II-II}}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_3} \sum_{t=1}^{n_3} U'_{j1t} + \frac{1}{n_4} \sum_{t=1}^{n_4} U'_{j2t} \right) \right] = \\
 &= \frac{1}{x^*} \left[\left(\overline{U'_{i1n_1}} + \overline{U'_{i2n_2}} \right) - \left(\overline{U'_{j1n_3}} + \overline{U'_{j2n_4}} \right) \right].
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Субблок закономерностей 2 (вторая группа правил с разными вариантами усреднения выходных величин)

Группа закономерностей 1 (48x9x10x45=432 варианта)		
Комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с усредненными по значениям величинами (правило « $(\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1i_1}} + \overline{U_{2i_2}}) - (\overline{U_{3j_1}} + \overline{U_{4j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2i_1}} + \overline{U_{3i_2}}) - (\overline{U_{4j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{4j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{5i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{1i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{3j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{3j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{3j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 2 (60x9=450 вариантов)		
Комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с усредненными по значениям величинами (правило « $2\overline{Ч_i} - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1i_1}} + \overline{U_{1i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{3j_2}})]/x^*$	$-[(\overline{U_{2i_1}} + \overline{U_{2i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{3j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{3i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1i_1}} + \overline{U_{1i_2}}) - (\overline{U_{5j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2i_1}} + \overline{U_{2i_2}}) - (\overline{U_{5j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{3i_2}}) - (\overline{U_{5j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{5i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{5j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{5i_2}}) - (\overline{U_{4j_1}} + \overline{U_{6j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{4j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 3 (15x9=135 вариантов)		
Комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования с усредненными по значениям величинами (правило « $2\overline{Ч_i} - 2 \times \overline{I_j}$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\overline{U_{2i_1}} + \overline{U_{2i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{3i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$
-	-	$[(\overline{U_{3i_1}} + \overline{U_{3i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{5i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{4i_2}}) - (\overline{U_{3j_1}} + \overline{U_{3j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{5i_2}}) - (\overline{U_{4j_1}} + \overline{U_{4j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{5j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$

В табл. 4 приведена вторая группа комбинаторных уравнений величин с разными вариантами усреднения (накопления) выходных величин, базирующаяся на формализованных записях, приведенных в табл. 3. В связи с ограниченным объемом статьи, в табл. 4 приводятся только первые и последние аналитические выражения для каждой подгруппы. Формализованные записи подгрупп уравнений избыточных измерений крутизны преобразования выражены через усредненные (по два, по три, по четыре и т.д.) и по разному переставленные выходные величины, но не более десяти ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$, $j = 1, 2, 3, \dots, 10$ и $i \neq j \neq 1$).

Отдельные примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования приведены, в качестве примера, в табл. 5 для группы закономерностей 1.

Разные индексы (i_1, i_2, j_1, j_2) при величинах (табл. 4) и числах (табл. 5) указывают на то, что используется разное число усредняемых величин в каждом слагаемом уменьшаемого и вычитаемого.

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования

Группа закономерностей 1 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1}+I_{i2}})-(\overline{I_{j1}+I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1_{i1}+2_{i2}})-(\overline{3_{j1}+4_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{2_{i1}+3_{i1}})-(\overline{4_{j1}+5_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{3_{i1}+4_{i2}})-(\overline{1_{j1}+2_{j2}})]/x^*$
...
$[(\overline{1_{i1}+6_{i2}})-(\overline{2_{j1}+4_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{2_{i1}+6_{i1}})-(\overline{1_{j2}+5_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{3_{i1}+6_{i2}})-(\overline{2_{j1}+5_{j2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4_{i1}+5_{i2}})-(\overline{1_{j1}+2_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{5_{i1}+6_{i2}})-(\overline{1_{j1}+2_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{6_{i1}+1_{i2}})-(\overline{2_{j1}+3_{j2}})]/x^*$
...
$[(\overline{4_{i1}+6_{i2}})-(\overline{3_{j1}+5_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{5_{i1}+4_{i2}})-(\overline{3_{j1}+6_{j2}})]/x^*$	$[(\overline{6_{i1}+4_{i2}})-(\overline{1_{j1}+2_{j2}})]/x^*$

По нашим расчетам, для второй группы правил при десятикратных измерительных преобразованиях входных физических величин, можно вывести 14247 уравнений избыточных измерений ((123-15)×(9+44+44+44)=14247). При расчетах было учтено наличие 108 исходных (не усредненных) вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования (123 минус 15 вариантов с накоплением, т.е. без группы закономерностей 3) , 9 вариантов с идентичными усреднениями уменьшаемого и вычитаемого по 2, по 3, ... , по 10 величин, 44 варианта перебора усредненных по 2, по 3, ... , по 10 величин в вычитаемом относительно усредненных по 2, по 3, ... , по 10 величин в уменьшаемом, 44 варианта перебора усредненных по 2, по 3, ... , по 10 величин, являющихся вторыми слагаемыми в уменьшаемом и вычитаемом относительно усредненных первых слагаемых в уменьшаемом и вычитаемом, а также 44 варианта перебора усредненных по 2, по 3, ... , по 10 величин в первом слагаемом уменьшаемого и во втором слагаемом вычитаемого относительно второго слагаемого уменьшаемого и первого слагаемого вычитаемого. Полагаю, что специалисты в области комбинаторики более точно подсчитают всевозможные варианты уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования.

Исследования показали, что комбинаторные уравнения (3) и (4) могут быть представлены, с учетом условий $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$, $n_1 = n_2 = n_3 = n_4$, $(n_1 = n_2) \neq (n_3 = n_4)$, $(n_1 = n_3) \neq (n_2 = n_4)$ и $(n_1 = n_4) \neq (n_2 = n_3)$, в виде пяти частных случаев. Иными словами, вторая группа правил вывода состоит из пяти частных групп вывода уравнений избыточных измерений с накоплением результатов многократных измерительных преобразований входных физических величин. Рассмотрим эти случаи.

1.2.1 Первый частный случай

В первом частном случае измерительное преобразование физических величин осуществляется по 2 –10 раз при разных по кратности (по n_1 , n_2 и n_3 , n_4 раз) измерительных преобразованиях i -х и j -х входных величин, т.е. при условии, что $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$, с перебором выходных величин. Формализованная запись первого частного случая второй группы правил вывода (со всеми вариантами усреднений и перестановок) опишется комбинаторным уравнением (3) при условии, что $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$.

Дадим определение второй группы правил для первого частного случая.

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод первой группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования $S'_{д}$ осуществляется путем перестановки и использования только неповторяющихся вариантов усреднения (по 2, по 3, по 4 и т.д.) и поочередного вычитания одной суммы двух по разному усредненных выходных величин из всех других неповторяющихся сумм двух по разному усредненных выходных величин с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанным определенным способом (например, суммо-разностным).

Более лаконичное определение данного правила следующее.

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять с перебора всех вариантов разностей сумм по-разному усредненных выходных величин, т.е. при $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$.

В табл. 6 приведено комбинаторное уравнение избыточных измерений крутизны преобразования, соответствующее первому частному случаю второй группы правил с разными количествами усредняемых выходных величин, базирующийся на формализованных записях, приведенных в табл. 4. Отдельные примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по

значениям крутизны преобразования приведены в табл. 7. Разные индексы (i_1, i_2, j_1, j_2) при величинах и числах указывают на то, что используется разное число усредняемых величин в каждом слагаемом уменьшаемого и вычитаемого, т.е. $(i_1 \neq i_2 \neq j_1 \neq j_2)$. В связи с ограниченным объемом статьи, в табл. 6 и табл. 7 также приводятся только первые и последние аналитические выражения для каждой подгруппы.

Таблица 6

Субблок закономерностей 2 (первый частный случай второй группы правил с разными количествами усредняемых выходных величин) 432+450+135=1017

Группа закономерностей 1.1 (48x9x=432 варианта)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $(\overline{I_{i1}+I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}+I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}+U_{2n_2}}) - (\overline{U_{3n_3}+U_{4n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}+U_{3n_2}}) - (\overline{U_{4n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}+U_{2n_1}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{2n_3}+U_{4n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{2n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{1n_2}}) - (\overline{U_{2n_3}+U_{3n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{3n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{3n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$
Группа закономерностей 2.1 (60x9=450 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C}_i - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}+U_{1n_2}}) - (\overline{U_{2n_3}+U_{3n_4}})]/x^*$	$-[(\overline{U_{2n_1}+U_{2n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{3n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{3n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}+U_{1n_2}}) - (\overline{U_{5n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}+U_{2n_2}}) - (\overline{U_{5n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{3n_2}}) - (\overline{U_{5n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{5n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{5n_2}}) - (\overline{U_{4n_3}+U_{6n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{4n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$
Группа закономерностей 3.1 (15x9=135 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C}_i - 2 \times \overline{I}_j$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\overline{U_{2n_1}+U_{2n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{1n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{3n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{1n_4}})]/x^*$
-	-	$[(\overline{U_{3n_1}+U_{3n_2}}) - (\overline{U_{2n_3}+U_{2n_4}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{1n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{1n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_3}+U_{1n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}+U_{4n_2}}) - (\overline{U_{3n_3}+U_{3n_4}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}+U_{5n_2}}) - (\overline{U_{4n_1}+U_{4n_1}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}+U_{6n_2}}) - (\overline{U_{5n_3}+U_{5n_4}})]/x^*$

Таким образом, первый частный случай второй группы правил (при $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_4$) дает возможность получить 1017 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для целей определения числовых значений крутизны преобразования, закона распределения погрешностей, рассеяния результатов избыточных измерений, значений доверительных границ и среднеквадратического отклонения погрешности определения значения крутизны преобразования.

1.2.2. Второй частный случай

Формализованная запись второго частного случая для второй группы правил вывода опишется комбинаторным уравнением (6), но при $n_1 = n_2 = n_3 = n_4$, т.е.

$$R_{S'_{n1}(1/m)}^{l \times 1 \times 2} = R_{S'_{n1}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{j1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{j2t} \right) \right] = (\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i2n_1}}) - (\overline{I_{j1n_1}} + \overline{I_{j2n_1}}). \quad (5)$$

Таблица 7

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования

Группа закономерностей 1.1 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1_{n_1}} + \overline{2_{n_2}}) - (\overline{3_{n_3}} + \overline{4_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1}} + \overline{3_{n_2}}) - (\overline{4_{n_3}} + \overline{5_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1}} + \overline{4_{n_2}}) - (\overline{1_{n_3}} + \overline{2_{n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{1_{n_1}} + \overline{6_{n_2}}) - (\overline{2_{n_3}} + \overline{4_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1}} + \overline{6_{n_2}}) - (\overline{1_{n_3}} + \overline{5_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1}} + \overline{6_{n_2}}) - (\overline{2_{n_3}} + \overline{5_{n_4}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4_{n_1}} + \overline{5_{n_2}}) - (\overline{1_{n_3}} + \overline{2_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1}} + \overline{6_{n_2}}) - (\overline{1_{n_3}} + \overline{2_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1}} + \overline{1_{n_2}}) - (\overline{2_{n_3}} + \overline{3_{n_4}})]/x^*$
...
$[(\overline{4_{n_1}} + \overline{6_{n_2}}) - (\overline{3_{n_3}} + \overline{5_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1}} + \overline{4_{n_2}}) - (\overline{3_{n_3}} + \overline{6_{n_4}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1}} + \overline{4_{n_2}}) - (\overline{1_{n_3}} + \overline{2_{n_4}})]/x^*$

Дадим определение для второго частного варианта второй группы правил, описываемого комбинаторным уравнением (5).

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод первой группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования S'_{n1} осуществляется путем использования всех вариантов усреднения (по 2, по 3, по 4 и т.д.) и поочередного вычитания одной суммы двух одинаково усредненных выходных величин из всех других сумм двух таким же образом усредненных выходных величин (т.е. неповторяющихся сумм) с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

Более лаконичное определение данного правила следующее.

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять путем перебора всех вариантов разностей сумм одинаково усредненных выходных величин и их перестановок.

Частные подгруппы уравнений избыточных измерений $\overline{S'_{n1}}$ (с усреднением или с накоплением) также выводятся из приведенных в табл. 8 подгрупп путем введения операции суммирования соответствующего числа многократно и одинаково преобразованных выходных величин. Например, на основании второй группы правил вывода с усреднением (8), вторая частная группа вариантов уравнений избыточных измерений S'_{n1} опишется, при условии, что $n_{11} = n_{12} = n_{21} = n_{22} = n_1$, комбинаторным уравнением величин вида

$$\overline{S'_{n1(2/6)}^{l \times 1 \times 2}} = \overline{S'_{n1(2/6)}^{II-II}} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{j1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{j2t} \right) \right] \quad (6)$$

или

$$\overline{S'_{n1(2/6)}^{l \times 1 \times 2}} = \overline{S'_{n1(2/6)}^{II-II}} = \frac{1}{x^*} \left[(\overline{U'_{i1n_1}} + \overline{U'_{i2n_1}}) - (\overline{U'_{j1n_1}} + \overline{U'_{j2n_1}}) \right]. \quad (7)$$

Формализованные записи уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с усредненными преобразованными величинами (правило $[(\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i2n_1}}) - (\overline{I_{j1n_1}} + \overline{I_{j2n_1}})]/x^*$ (8)) аналогичны приведенным в табл. 8 и табл. 9 при условии, что в разных вариантах используется усреднение по 2, по 3, по 4, ... или по 10 выходных величин.

Отдельные примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования приведены в табл. 9. Разные индексы при величинах и числах указывают на то, что используется разное число усредняемых величин в каждом слагаемом уменьшаемого и вычитаемого.

Таким образом, второй частный вариант второй группы правил дает возможность также получить 1017 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при условии, что $n_1 = n_2 =$

$= n_3 = n_4$, установить закон распределения погрешностей и среднеквадратические погрешности результата определения крутизны преобразования известными методами.

Таблица 8

Субблок закономерностей 2 (второй частный случай второй группы правил с одинаковым числом усредняемых выходных величин)

Группа закономерностей 1.2 (48x9x=432 варианта)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $(\bar{I}_{i1} + \bar{I}_{i2}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{5n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{1n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
Группа закономерностей 2.2 (60x9=450 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\bar{C}_i - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$-[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_1}) - (\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$
Группа закономерностей 3.2 (15x9=135 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\bar{C}_i - 2 \times \bar{I}_j$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$
-	-	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_1}) - (\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_1}) - (\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$

1.2.3. Третий частный случай

Третий частный случай второй группы правил представляет собой варианты с накоплением результатов равных по кратности ($n_{i1} = n_{i2} = n_1$) и ($n_{j1} = n_{j2} = n_2$) измерительных преобразований i -х и j -х входных величин и с перебором преобразованных выходных величин при условии, что $(n_{i1} = n_{i2}) \neq (n_{j1} = n_{j2})$ или $n_1 \neq n_2$.

Формализованная запись третьего частного случая второй группы правил вывода (с усреднением) опишется комбинаторным уравнением:

$$R_{S_{n_1}^{1 \times 2}}^{1 \times 2} = R_{S_{n_1}^{II-II}}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{j1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{j2t} \right) \right] = \frac{1}{x^*} \left[(\bar{I}_{i1n_1} + \bar{I}_{i2n_1}) - (\bar{I}_{j1n_2} + \bar{I}_{j2n_2}) \right]. \quad (8)$$

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (для второго частного случая)

Группа закономерностей 1.2 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1} + I_{i2}}) - (\overline{I_{j1} + I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1_{n_1} + 2_{n_1}}) - (\overline{3_{n_1} + 4_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1} + 3_{n_1}}) - (\overline{4_{n_1} + 5_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1} + 4_{n_1}}) - (\overline{1_{n_1} + 2_{n_1}})]/x^*$
...
$[(\overline{1_{n_1} + 6_{n_1}}) - (\overline{2_{n_1} + 4_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1} + 6_{n_1}}) - (\overline{1_{n_1} + 5_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1} + 6_{n_1}}) - (\overline{2_{n_1} + 5_{n_1}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4_{n_1} + 5_{n_1}}) - (\overline{1_{n_1} + 2_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1} + 6_{n_1}}) - (\overline{1_{n_1} + 2_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1} + 1_{n_1}}) - (\overline{2_{n_1} + 3_{n_1}})]/x^*$
...
$[(\overline{4_{n_1} + 6_{n_1}}) - (\overline{3_{n_1} + 5_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1} + 4_{n_1}}) - (\overline{3_{n_1} + 6_{n_1}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1} + 4_{n_1}}) - (\overline{1_{n_1} + 2_{n_1}})]/x^*$

Дадим определение третьему частному случаю второй группы правил, описываемых комбинаторным уравнением (8).

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод первой группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования $S'_{л}$ осуществляется путем перебора разных вариантов усреднения (по 2, по 3, по 4 и т.д.) и поочередного вычитания одной суммы пар одинаково усредненных по n_1 выходных величин из всех других сумм пар усредненных по n_2 выходных величин с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммарно-разностным).

Более лаконичное определение данного частного правила следующее.

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять с перебора всех вариантов разностей сумм не повторяющихся по числу усредняемых выходных величин при разных их перестановках.

Частные подгруппы уравнений избыточных измерений $\overline{S}'_{л}$ выводятся на основании второй группы правил вывода с усреднением (8). В этой связи, вторая частная группа уравнений избыточных измерений $S'_{л}$ опишется, при условии, что $(n_{11} = n_{12}) \neq (n_{21} = n_{22})$, комбинаторным уравнением величин

$$\overline{S'_{л(1/2/6)}^{1 \times 1 \times 2}} = \overline{S'_{л(2/6)}^{II-II}} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{j1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{j2t} \right) \right]. \quad (9)$$

или

$$\overline{S'_{л(2/6)}^{1 \times 1 \times 2}} = \overline{S'_{л(2/6)}^{II-II}} = \frac{1}{x^*} \left[(\overline{U'_{i1n_1}} + \overline{U'_{i2n_1}}) - (\overline{U'_{j1n_2}} + \overline{U'_{j2n_2}}) \right]. \quad (10)$$

На основании комбинаторных уравнений величин (9) или (10) для второго частного варианта второй группы правил «2 / 6» ($R_{S'_{л}(1/m)}^{II-II}$) запишем аналитические выражения с попарно разным числом усредняемых выходных величин (при $i \neq j \neq 1$) (см. табл. 11).

Отдельные примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования приведены в табл. 12. Индексы n_1 и n_2 при величинах и числах указывают на то, что используется разное число усредняемых величин в уменьшаемом и вычитаемом.

Установлено, что третий частный вариант второй группы правил дает возможность получить ещё 1017 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при условии, что $(n_{i1} = n_{i2}) \neq (n_{j1} = n_{j2})$ или $n_1 \neq n_2$. Это позволяет установить и сравнить законы распределения погрешностей для трех частных случаев, определить среднеквадратическое значение погрешности, определить и сравнить между собой полученные значения крутизны преобразования измерительного канала.

1.2.4. Четвертый частный случай

Четвертый частный случай второй группы правил представляет собой вариант с накоплением результатов равнократных измерительных преобразований выходных величин (по n_1 раз в уменьшаемом, но по n_2 раз в вычитаемом) и перебором всех усредненных выходных величин. Формализованную запись

правила вывода получают из (3) при $n_1 \neq n_2$:

$$R_{S'_{n2}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n2}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{j1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{j2t} \right) \right] = \frac{1}{x^*} \left[(\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i1n_2}}) - (\overline{I_{j1n_1}} + \overline{I_{j1n_2}}) \right]. \quad (11)$$

Таблица 11

Субблок закономерностей 2 Вторая группа правил с разными вариантами усреднения выходных величин (второй частный случай)

Группа закономерностей 1 (48x9x=432 варианта)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_1}}) - (\overline{U_{3n_2}} + \overline{U_{4n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{3n_1}}) - (\overline{U_{4n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{2n_2}} + \overline{U_{4n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{2n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{5n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{1n_1}}) - (\overline{U_{2n_2}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{3n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{3n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 2 (60x9=450 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C}_i - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_1}}) - (\overline{U_{2n_2}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$-[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_1}}) - (\overline{U_{5n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_1}}) - (\overline{U_{5n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_1}}) - (\overline{U_{5n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{5n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_1}}) - (\overline{U_{4n_2}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{4n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 3 (15x9=135 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C}_i - 2 \times \overline{I}_j$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_1}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_1}})]/x^*$
-	-	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_1}}) - (\overline{U_{2n_2}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{1n_2}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_1}}) - (\overline{U_{3n_2}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_1}}) - (\overline{U_{4n_2}} + \overline{U_{4n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_1}}) - (\overline{U_{5n_2}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$

Комбинаторное уравнение (14) может быть записано в частных видах:

$$R_{S'_{n22}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n22}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{k_2} \sum_{t=1}^{k_2} I_{i1t} + \frac{1}{k_3} \sum_{t=1}^{k_3} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{k_2} \sum_{t=1}^{k_2} I_{j1t} + \frac{1}{k_3} \sum_{t=1}^{k_3} I_{j2t} \right) \right] = (\overline{I_{i1k_2}} + \overline{I_{i1k_3}}) - (\overline{I_{j1k_2}} + \overline{I_{j1k_3}}). \quad (12)$$

$$R_{S'_{n29}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n22}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{k_9} \sum_{t=1}^{k_9} I_{i1t} + \frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{k_9} \sum_{t=1}^{k_9} I_{j1t} + \frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{j2t} \right) \right] = (\overline{I_{i1k_9}} + \overline{I_{i1k_{10}}}) - (\overline{I_{j1k_{10}}} + \overline{I_{j1k_{10}}}). \quad (13)$$

где $k_2 = 2, k_3 = 3$, а $k_9 = 9, k_{10} = 10$.

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования

Группа закономерностей 1 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1}+I_{i2}})-(\overline{I_{j1}+I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1_{n_1}+2_{n_1}})-(\overline{3_{n_2}+4_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1}+3_{n_1}})-(\overline{4_{n_2}+5_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1}+4_{n_1}})-(\overline{1_{n_2}+2_{n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{1_{n_1}+6_{n_1}})-(\overline{2_{n_2}+4_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{2_{n_1}+6_{n_1}})-(\overline{1_{n_2}+5_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{3_{n_1}+6_{n_1}})-(\overline{2_{n_2}+5_{n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4_{n_1}+5_{n_1}})-(\overline{1_{n_2}+2_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1}+6_{n_1}})-(\overline{1_{n_2}+2_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1}+1_{n_1}})-(\overline{2_{n_2}+3_{n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{4_{n_1}+6_{n_1}})-(\overline{3_{n_2}+5_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{5_{n_1}+4_{n_1}})-(\overline{3_{n_2}+6_{n_2}})]/x^*$	$[(\overline{6_{n_1}+4_{n_1}})-(\overline{1_{n_2}+2_{n_2}})]/x^*$

Дадим определение второй группы правил для четвертого частного случая второй группы правил, описываемого комбинаторным уравнением (11).

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод второй группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования осуществляется путем использования всех вариантов усреднения величин (по 2, по 3, по 4 и т.д.) в количестве n_1 величин в первых слагаемых вычитаемых сумм и по n_2 величин во вторых слагаемых этих сумм и поочередного вычитания одной суммы усредненных выходных величин из всех других сумм неповторяющихся усредненных выходных величин с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом (например, суммо-разностным).

Более лаконичное определение данного правила следующее.

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять с перебора всех вариантов разностей разноименных сумм усредненных по n_1 величин в каждом уменьшаемом и по n_2 величин в каждом вычитаемом при разных перестановках усредненных величин.

Частные подгруппы уравнений избыточных измерений $\overline{S}'_{л}$ выводятся на основании второй группы правил вывода с усреднением (11). Вторая частная группа уравнений избыточных измерений $S'_{л}$ опишется комбинаторным уравнением величин вида (4) при условии, что $(n_1 = n_3) \neq (n_2 = n_4)$:

$$\overline{S}'_{л(1 \times 1 \times 2)} = \overline{S}_{л(2/6)} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} U'_{j1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} U'_{j2t} \right) \right] = \frac{1}{x^*} \left[(\overline{U'_{i1n_1}} + \overline{U'_{i2n_2}}) - (\overline{U'_{j1n_1}} + \overline{U'_{j2n_2}}) \right]. \quad (14)$$

На основании комбинаторных уравнений величин (14), для третьего частного случая в табл. 13 записаны упрощенные формализованные уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для второй группы правил «2 / 6» ($R'_{S'_{л}(2/6)}$) с попарно одинаковым числом усредняемых выходных величин в уменьшаемых и вычитаемых.

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования приведены в табл. 13. Разные индексы при величинах и числах указывают на то, что используется разное число усредняемых величин в уменьшаемых и вычитаемых каждой суммы, т.е. $(n_1 = n_3) \neq (n_2 = n_4)$.

Таким образом, четвертый частный случай второй группы правил дает возможность дополнительно получить ещё 1017 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при $(n_1 = n_3) \neq (n_2 = n_4)$. По ним рассчитываются среднее значение крутизны преобразования и среднеквадратическое значение погрешности, устанавливается закон распределения погрешностей и делается вывод о преимуществах данного ансамбля данных относительно других.

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (третий частный случай)

Группа закономерностей 1.3 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1n_1} + \overline{2n_2}) - (\overline{3n_1} + \overline{4n_2})]/x^*$	$[(\overline{2n_1} + \overline{3n_2}) - (\overline{4n_1} + \overline{5n_2})]/x^*$	$[(\overline{3n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{1n_1} + \overline{2n_2})]/x^*$
...
$[(\overline{1n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{2n_1} + \overline{4n_2})]/x^*$	$[(\overline{2n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{1n_1} + \overline{5n_2})]/x^*$	$[(\overline{3n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{2n_1} + \overline{5n_2})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4n_1} + \overline{5n_2}) - (\overline{1n_1} + \overline{2n_2})]/x^*$	$[(\overline{5n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{1n_1} + \overline{2n_2})]/x^*$	$[(\overline{6n_1} + \overline{1n_2}) - (\overline{2n_1} + \overline{3n_2})]/x^*$
...
$[(\overline{4n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{3n_1} + \overline{5n_2})]/x^*$	$[(\overline{5n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{3n_1} + \overline{6n_2})]/x^*$	$[(\overline{6n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{1n_1} + \overline{2n_2})]/x^*$

Таблица 14

Субблок закономерностей 2 (третий частный случай вторая группа правил с разными вариантами усреднения выходных величин)

Группа закономерностей 1.3 (48x9x=432 варианта)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}}) - (\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{4n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{3n_2}}) - (\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{4n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{1i_2}}) - (\overline{U_{2j_1}} + \overline{U_{3j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{3j_1}} + \overline{U_{5j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 2.3 (60x9=450 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C_i} - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_2}}) - (\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$-[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_2}}) - (\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_2}}) - (\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_2}}) - (\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6i_1}} + \overline{U_{6i_2}}) - (\overline{U_{1j_1}} + \overline{U_{2j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_2}}) - (\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{6n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$
Группа закономерностей 3.3 (15x9=135 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\overline{C_i} - 2 \times \overline{I_j}$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$
-	-	$[(\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_2}}) - (\overline{U_{2n_1}} + \overline{U_{2n_2}})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{1n_1}} + \overline{U_{1j_2}})]/x^*$
...
$[(\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4n_2}}) - (\overline{U_{3n_1}} + \overline{U_{3n_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_2}}) - (\overline{U_{4n_1}} + \overline{U_{4j_2}})]/x^*$	$[(\overline{U_{6n_1}} + \overline{U_{6n_2}}) - (\overline{U_{5n_1}} + \overline{U_{5n_2}})]/x^*$

1.2.5. Пятый частный случай

Пятый частный случай представляет собой вариант второй группы правил с накоплением результатов мно-гократных измерительных преобразований входных физических величин (по n_1 величин в уменьшаемом первой суммы и в вычитаемом второй суммы, но по n_2 величин в вычитаемом первой суммы и уменьшаемом второй суммы, и с пере-бором преобразованных (выходных) величин. Формализованную запись пятого частного случая второго правила вывода получают из (3) при условии, что $(n_1 = n_4) \neq (n_2 = n_3)$ (используется усреднение по два, по три, ..., по десять величин):

$$R_{S'_{n_3}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n_3}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{i1t} + \frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} I_{j1t} + \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} I_{j2t} \right) \right] = \left[(\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i1n_2}}) - (\overline{I_{j1n_2}} + \overline{I_{j1n_1}}) \right] / x^* \quad (16)$$

Формализованная выражение (16) может быть записано в частных видах:

$$R_{S'_{n_3}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n_3}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{k_2} \sum_{t=1}^2 I_{i1t} + \frac{1}{k_3} \sum_{t=1}^3 I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{k_3} \sum_{t=1}^3 I_{j1t} + \frac{1}{k_2} \sum_{t=1}^2 I_{j2t} \right) \right] = \left[(\overline{I_{i12}} + \overline{I_{i23}}) - (\overline{I_{j13}} + \overline{I_{j22}}) \right] / x^* \quad (17)$$

$$R_{S'_{n_3}(1/m)}^{1 \times 1 \times 2} = R_{S'_{n_3}(1/m)}^{II-II} = \frac{1}{x^*} \left[\left(\frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{i1t} + \frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{i2t} \right) - \left(\frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{j1t} + \frac{1}{k_{10}} \sum_{t=1}^{k_{10}} I_{j2t} \right) \right] = \left[(\overline{I_{i1k_9}} + \overline{I_{i1k_{10}}}) - (\overline{I_{j1k_{10}}} + \overline{I_{j1k_9}}) \right] / x^* \quad (18)$$

Дадим определение четвертой группе правил для частного случая, описываемого комбинаторным уравнением (16), в следующем виде.

Определение 1

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод первой группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования S'_n осуществляется путем перебора всех вариантов усреднения (по 2, по 3, по 4 и т.д.) и поочередного вычитания одной пары слагаемых с разным числом усредняемых выходных величин в вычитаемом (n_1) и уменьшаемом (n_2) из всех других пар с разным числом усредняемых выходных величин в уменьшаемом (n_1) и вычитаемом (n_2) с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанным определенным способом (например, суммо-разностным).

Более лаконичное определение данного частного правила следующее.

Определение 2

При многократном измерительном преобразовании расширенных рядов физических величин (от 2-х до 10-ти раз) вывод уравнений избыточных измерений крутизны преобразования следует осуществлять с перебора всех вариантов разностей пар не повторяющихся по числу усредняемых выходных величин, соответствующих условию $(n_1 = n_4) \neq (n_2 = n_3)$ при разных перестановках величин, усредненных по два и по три, по три и по четыре, ..., по десять.

Формализованные записи уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с усредненными преобразованными величинами (правило $\left[(\overline{I_{i1n_1}} + \overline{I_{i1n_2}}) - (\overline{I_{j1n_2}} + \overline{I_{j1n_1}}) \right] / x^*$ (16)) аналогичны приведенным в табл. 15 и табл. 16.

Таблица 15

Примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования

Группа закономерностей 1 (48x9=432 варианта)		
Правило « $(\overline{I_{i1}} + \overline{I_{i2}}) - (\overline{I_{j1}} + \overline{I_{j2}})$ » при разном числе усредняемых величин		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\overline{1n_1} + \overline{2n_2}) - (\overline{3n_2} + \overline{4n_1})] / x^*$	$[(\overline{2n_1} + \overline{3n_2}) - (\overline{4n_2} + \overline{5n_1})] / x^*$	$[(\overline{3n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{1n_2} + \overline{2n_1})] / x^*$
...
$[(\overline{1n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{2n_2} + \overline{4n_1})] / x^*$	$[(\overline{2n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{1n_2} + \overline{5n_1})] / x^*$	$[(\overline{3n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{2n_2} + \overline{5n_1})] / x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\overline{4n_1} + \overline{5n_2}) - (\overline{1n_2} + \overline{2n_1})] / x^*$	$[(\overline{5n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{1n_2} + \overline{2n_1})] / x^*$	$[(\overline{6n_1} + \overline{1n_2}) - (\overline{2n_2} + \overline{3n_1})] / x^*$
...
$[(\overline{4n_1} + \overline{6n_2}) - (\overline{3n_2} + \overline{5n_1})] / x^*$	$[(\overline{5n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{3n_2} + \overline{6n_1})] / x^*$	$[(\overline{6n_1} + \overline{4n_2}) - (\overline{1n_2} + \overline{2n_1})] / x^*$

Отдельные примеры упрощенных формализованных записей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, усредненной по значениям, приведены в табл. 15.

Субблок закономерностей 2 (вторая группа правил с разными вариантами усреднения выходных величин)

Группа закономерностей 1 (48x9x=432 варианта)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $(\bar{I}_{i1} + \bar{I}_{i2}) - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_2}) - (\bar{U}_{3n_2} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{3n_2}) - (\bar{U}_{4n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{2n_2} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{2n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{5n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{1n_2}) - (\bar{U}_{2n_2} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{3n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{3n_2} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
Группа закономерностей 2 (60x9=450 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\bar{C}_i - (\bar{I}_{j1} + \bar{I}_{j2})$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_2}) - (\bar{U}_{2n_2} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$-[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{1n_1} + \bar{U}_{1n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{5n_2} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_2}) - (\bar{U}_{4n_2} + \bar{U}_{6n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{4n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$
Группа закономерностей 3 (15x9=135 вариантов)		
Формализованные записи уравнений избыточных измерений усредненной по значениям крутизны преобразования (правило « $2\bar{C}_i - 2 \times \bar{I}_j$ »)		
Подгруппа 1	Подгруппа 2	Подгруппа 3
-	$[(\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$
-	-	$[(\bar{U}_{3n_1} + \bar{U}_{3n_1}) - (\bar{U}_{2n_1} + \bar{U}_{2n_1})]/x^*$
Подгруппа 4	Подгруппа 5	Подгруппа 6
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{1n_2} + \bar{U}_{1n_1})]/x^*$
...
$[(\bar{U}_{4n_1} + \bar{U}_{4n_2}) - (\bar{U}_{3n_2} + \bar{U}_{3n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{5n_1} + \bar{U}_{5n_2}) - (\bar{U}_{4n_2} + \bar{U}_{4n_1})]/x^*$	$[(\bar{U}_{6n_1} + \bar{U}_{6n_2}) - (\bar{U}_{5n_2} + \bar{U}_{5n_1})]/x^*$

Пятый частный вариант второй группы правил дает возможность получить ещё 1017 вариантов уравнений избыточных измерений крутизны преобразования при $(n_1 = n_4) \neq (n_2 = n_3)$.

В целом, частные варианты второй группы правил вывода дают возможность относительно просто осуществить вывод подгрупп уравнений избыточных измерений крутизны преобразования измерительного канала при разных перестановках выходных величин, осуществить формализованное описание частных случаев с усреднением по 2, по 3, по 4, ..., по 10 выходных величин. Эти варианты получают при $m = 6$. При $m = 7$ их число становится еще большим, что не трудно проверить.

Таким образом, вторая группа правил вывода дает возможность относительно просто осуществить вывод подгрупп уравнений избыточных измерений крутизны преобразования измерительного канала при перестановках по-разному усредненных выходных величин, а также сравнить метрологические характеристики пяти ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования, установить степень подобия законов распределения случайной составляющей погрешности, определить преимущества и недостатки пяти ансамблей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. По полученным данным делается вывод о практическом использовании полученных результатов для определения квазиистинного и истинного значений физической величины x_i .

Выводы

Дальнейшее развитие получило новое научное направление в теории избыточных измерений — метрологическая комбинаторика или комбинаторика уравнений величин.

Приведены четыре группы правил вывода уравнений избыточных измерений, представляющие собой группы правил субблока 2 блока закономерностей 1.

Путем перебора было получено и приведено в табл. 3 сто двадцать три варианта формализованных записей уравнений избыточных измерений крутизны преобразования для второй группы правил при $m = 6$.

Установлено, что вывод второй группы уравнений избыточных измерений крутизны преобразования должен осуществляться путем поочередного вычитания одной суммы пар выходной величины из другой суммы неповторяющихся пар выходных величин, с последующим делением полученных разностей на преобразуемые физические величины, — на одну или на несколько, сочетанных определенным способом.

Впервые получены и приведены обобщенные комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования для второй группы правил вывода при однократных измерительных преобразованиях входных величин.

Описаны частные случаи вывода уравнений избыточных измерений с накоплением результатов измерительного преобразования входных физических величин для второй группы правил, что поможет исключить возможные ошибки при решении комбинаторных задач в метрологии.

Приведены формализованные описания второй группы правил вывода уравнений избыточных измерений, а также уравнения избыточных измерений крутизны преобразования без усреднения выходных величин и с усреднением, что дало возможность решать задачи создания ансамбля уравнений избыточных измерений крутизны преобразования с заданными свойствами.

Установлено, что вторая группа правил вывода состоит из пяти частных групп вывода уравнений избыточных измерений с накоплением результатов многократных измерительных преобразований входных физических величин.

Сформулированы правила вывода уравнений избыточных измерений второй группы при многократных измерительных преобразованиях расширенных рядов физических величин, что расширило наши представления о способах их получения.

Приведены комбинаторные уравнения избыточных измерений крутизны преобразования, соответствующие частным случаям второй группы правил, при разных количествах усредняемых выходных величин (в пределах от двух до десяти).

Показана возможность получения огромного количества (тысячи и даже десятки тысяч) уравнений избыточных измерений крутизны преобразования на основании второй группы правил, что приблизило нас к решению задачи избыточных измерений квазиистинного и истинного значения физических величин.

Нашло дальнейшее подтверждение постулата о том, что природа преобразованных физических величин такова, что усреднение во времени действительно может быть заменено усреднением по ансамблю (в пространстве).

Литература

1. Кондратов В.Т. Теория избыточных измерений: сверхизбыточные измерения – второй качественный скачок в фундаментальной метрологии. Сообщение 1/ В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 3. – С. 225-235.

2. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: философские аспекты сверхизбыточных измерений. Сообщение 2 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 4. – С. 217-226.

3. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: сущность сверхизбыточных измерений. Сообщение 3 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 5. – С. 233-242.

4. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание общих правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 4 / В. Т. Кондратов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 6. – С. 233-242.

5. Кондратов В.Т. Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: формализованное описание общих правил вывода уравнений избыточных измерений крутизны преобразования. Сообщение 5 / В. Т. Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2013. – № 4. – С. 3-15.

References

1. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh izmerenij: sverkhizbytochnye izmereniya – vtoroj kachestvennyj skachok v fundamentalnoj metrologii. Soobshhenie 1/ V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnoho universitetu. Tekhnichni nauky. – 2013. № 3. P. 222-235.

2. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: filosofskie aspekty sverkh-izbytochnykh izmerenij. Soobshhenie 2. Philisifskie aspekty / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnoho universitetu. Tekhnichni nauky. – 2013.– № 4. – С. 217-226.

3. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: sushhnost sverkhizbytochnykh izmerenij. Soobshhenie 3/ V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnogo universitetu. Tekhnichni nauky. – 2013.– № 5. – P. 233-242.

4. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie obschikh pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 4 / V. T. Kondratov // Visnyk Khmelniczkogo naczionalnogo universitetu. Tekhnichni nauky. – 2013.– № 6. – P. 245-257.

5. Kondratov V.T. Teorija izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij: formalizovannoe opisanie obschikh pravil vyvoda uravnenij izbytochnykh izmerenij krutizny preobrazovanij. Soobshhenie 5 / V. T. Kondratov // Vymiruvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnologichnykh protcesakh. – 2013. – № 4. – P. 3-15.

Рецензія/Peer review : 12.9.2013 р.

Надрукована/Printed :7.1.2013 р.