ПРЕЦИЗІЙНІ ВИМІРЮВАННЯ ТА НОВІТНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 006.91:90.03.03

В.Т. КОНДРАТОВ
Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины

ИЗБЫТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В работе дальнейшее развитие получила теория избыточных измерений случайных физических ве-личин и ее философские аспекты. Даны определения понятию «случайная физическая величина». Описаны пути решения задачи избыточных измерений случайных физических величин разных классов, особенности избыточных измерений случайных физических величин при линейной функции преобразования измери-тельного канала общего вида. Рассмотрены подходы к определению законов распределения случайных физических величин и их параметров. Приведены уравнения избыточных измерений случайных физических величин каждого из трех классов случайных физических величин.

Работа представляет интерес для ученых-метрологов, специалистов, магистров и аспирантов, изучающих избыточные измерения.

Ключевые слова: случайные физические величины, избыточные измерения, закон распределения случайных величин.

V.T. KONDRATOV
V.M.Glushkov Institute of cybernetics of National academy of Science of Ukraine

REDUNDANT MEASUREMENTS OF RANDOM PHYSICAL QUANTITIES

Abstract — In the paper was further developed the theory of redundant measurements of random physical quantities, its philosophical and other theoretical aspects.

The further development, perfection and comparison of methods and means of redundant measurements not conceivable without working out and development of methodology of redundant measurements of casual physical quantities at linear and nonlinear function of transformation of the measuring channel.

For the first time, from the metrological point of view, it is given three definitions to concept "random physical quantity".

Described the essence of the three classes of random physical quantities which are subject to redundant measurements.

We postulate formulated, according to which "every random physical quantity is inherent individual property of statistical stability characterizing his condition under specific conditions of existence." This expands our understanding of random quantities.

The principle of individual statistical stability of the physical quantity is proposed.

According to this principle a random physical quantity has an individual property of a statistical stability, which experimentally is evaluated by duration of the stationarity interval of average values and values of dispersions of a measured random quantities.

An established fact of the presence of four common types of mathematical models of measurements error of random quantities, differing mainly distribution functions.

It is described five basic advantages of redundant measurements of random physical quantities in comparison with direct measurements that confirms expediency of their primary use in metrology.

Argues that there are two approaches to measurement a random of physical quantities. The first the approach on definition of one-dimensional functions of distribution of random quantities and their numerical characteristics, and the second — on definition of function of distribution of results of redundant measurements and numerical characteristics of multidimensional laws of distribution.

Statement of a problem of redundant measurements of random physical quantities is formulated.

It is underlined, that for the laws of distribution which are distinct from normal, special attention it is necessary to paid to ways of partitioning the observed sample into intervals and to ways of optimum grouping of the received results.

It is recommended to use the newest recommendations of Gosstandart of Russia «Applied Statistics. Rules of check of the consent of skilled distribution with the theoretical. A part 1. Criteria of type hi-square» on an establishment of the theoretical law of distribution on experimentally received and to definition of its numerical characteristics with use of criterion of the consent a hi-square.

Mathematical models of results of redundant measurements of random physical quantities of the first, second and third classes are presented. That expands our representations about redundant measurements .

At measurements of random physical quantities it is necessary to use the equations of redundant measurements which take into account nature of these quantities, aprioristic knowledge of their character, and also knowledge of form of the function of transformation of the measuring channel.

For measurements of random quantities of the second and third classes is required the decision of a problem of physical realizability of random quantities, normalized by the value, and with the specified and stable in time of parameters of laws of distribution, and other random quantities which are subject of measuring transformation.

The resulted results of researches testify to presence of "white stains» in the decision of problems of redundant measurements, on necessity of their further studying, development and perfection.

Введение

Проблема высокоточного измерения случайных физических величин методами прямых и избыточных измерений несомненно является актуальной. По-прежнему актуальны вопросы выбора и оптимизации принятой математической модели объекта измерений, вероятностных моделей случайных погрешностей, вопросы выбора состава измерений и способов решения измерительных задач, статистических методов оценивания параметров функции распределения случайных физических величин, вопросы выбора оптимальных алгоритмов оценивания, в том числе и адаптивных, вопросы обработки полученных данных, выбора оптимального количества выборок по результатам многократных измерений и другие.

При проведении измерений прежде всего должен учитываться класс измеряемых физических величин, опре-деляющий характер проявления их свойств. Каждый класс физических величин предопределяет выбор соответствую-щего метода и средства измерений, в том числе и метода статистической обработки данных с учетом апостериорного закона распределения погрешностей измерений.

Основной проблемой избыточных измерений случайных физических величин является определение эмпирического (опытного) закона распределения зависимых и независимых физических величин и числовых характеристик многомерной функции распределения.

Дальнейшее развитие, совершенствование и сравнение методов и средств избыточных измерений не мыслимо без разработки и развития методологии избыточных измерений случайных физических величин при линейной и нелинейной функции преобразования измерительного канала, без учета преимуществ избыточных измерений перед прямыми измерениями. На сегодня данная проблема находится на начальной стадии своего решения и развития.

Объект исследований — процессы избыточных измерений случайных физических величин.

Предмет исследований — философские аспекты и формализованное описание избыточных измерений трех классов случайных физических величин при линейной функции преобразования измерительного канала общего вида.

Целью работы является ознакомление ученых и специалистов с постановкой проблемы избыточных измерений трех групп случайных физических величин и общих путей ее решения.

Результаты исследований

Философские аспекты избыточных измерений случайных физических величин

Рассмотрим понятие «случайная физическая величина с позиции физики и метрологии.

Физическая величина — физическое свойство материального объекта, физического явления, процесса, которое может быть охарактеризовано количественно [3].

Физическая величина — характеристика одного из свойств физического объекта (физической системы, явления или процесса), общая в качественном отношении многим физическим объектам, но в количественном отношении индивидуальная для каждого объекта [4].

Случайные величины

Случайную величину полностью характеризует закон распределения, определение которого является весьма трудоемкой задачей. Целесообразно случайную величину описывать через числовые параметры, до некоторой степени характеризующие существенные черты закона распределения случайной величины. Предлагаем следующие определения понятию «случайная физическая величина» с метрологической точки зрения.

Случайная физическая величина — величина определенной физической природы, которая характеризуется вероятностной закономерностью ее существования во времени и в пространстве и такими числовыми характеристиками, как математическое ожидание и дисперсия.

Случайная физическая величина — вероятностная характеристика состояния материального объекта, физического явления или случайного процесса, которая качественно может быть охарактеризована функцией (законом) распределения, а количественно — математическим ожиданием и дисперсией.

Случайная физическая величина — вероятностная характеристика одного из свойств физического объекта (физической системы, явления или процесса), общая по виду функции распределения многим физическим объектам, но в количественном отношении имеющая индивидуальное для каждого свойства математическое ожидание и дисперсию.

Данные определения расширяют наши знания о сущности случайных физических величин.

Нам известны три класса физических величин [5]:

1. Величины, которые имеют в природе строго определенный размер. В качестве примера можно назвать, прежде всего, фундаментальные физические постоянные, входящие в уравнения, описывающие фундаментальные законы природы и свойства материи: скорость света в вакууме, магнитная постоянная, электрическая постоянная, гравитационная постоянная, постоянная Планка, планковская масса, длина, время, элементарный заряд, квант магнитного потока, квант холловского сопротивления, масса электрона и другие.

Практически к первому классу можно отнести все классические физические величины, характеризующиеся количественной определённостью, присущей конкретному материальному объекту, системе, явлению или процессу.

2. Физические величины статистической физики, истинные значения которых сами по себе являются случайными величинами, флуктуирующими вокруг своих средних значений.

Напомним, что статистическая физика, исследует и выражает свойства макроскопических тел, т.е. систем, состоящих из очень большого числа одинаковых частиц (молекул, атомов, электронов и т.д.), через свойства этих частиц и взаимодействия между ними [6]. При этом статистическая физика использует сведения о «микроскопическом» строении тел — о том, из каких частиц они состоят и как эти частицы взаимодействуют.

3. Квантовые величины. Квантовая величина может не иметь определенного значения (например, если квантовая система находится в смешанном состоянии), однако в процессе измерений мы с определенной вероятностью фиксируем некоторое ее значение.

В качестве примера квантовых величин назовем следующие: фонон — квант электромагнитного поля, фонон — квант поля звуковых волн в кристалле, гравитон — гипотетический квант гравитационного поля и другие.

Физическое явление статистической устойчивости

При увеличении количества выборок частота случайного события или среднее значение физической величины стремится к некоторому фиксированному числовому значению [7].

Любой статистически значимый результат измерений является устойчивым в том смысле, что при повторении того же количества (кратности) измерений можно уверенно ожидать получение подобных результатов, т.е. их повторяемость. Согласно [8], статистическая устойчивость в каждой конкретной ситуации есть эмпирический закон, который может быть проверен только опытом.

Постулат

Каждой случайной физической величине присуще индивидуальное свойство статистической устойчивости, характеризующее его состояние в определенных условиях существования.

Принцип индивидуальной статистической устойчивости физической величины

Случайная физическая величина обладает индивидуальным свойством статистической устойчивости, экспериментально оцениваемом (определяемом) продолжительностью интервала стационарности полученной совокупности средних значений и значений дисперсий измеряемой случайной величины.

Справедливость данного принципа подтверждается результатами экспериментальных исследований, приведенных в работе [9]. Там же приведены рекомендации по определению продолжительности интервала стационарности.

2. *Избыточные измерения физических случайных величин*

На сегодня известны четыре вида математических моделей погрешностей измерений случайных величин [1]: 1) математические модели, описывающие одномерные законы распределения ограниченных по модулю случайных погрешностей. При использовании моделей, предполагающих, что случайные погрешности ограничены по модулю, рекомендуется проводить не одно, а три измерения и находят искомую величину по «большинству голосов»; 2) математические модели, описывающие многомерные законы распределения случайных погрешностей; 3) математически модели, описывающие произвольный вид функции распределения погрешностей; 4) математические модели, описывающие неизвестный вектор математического ожидания и ковариационной матрицы случайной погрешности.

Корректный выбор той или иной модели погрешностей обеспечивает правильный выбор метода избыточных измерений и алгоритмов статистической обработки результатов измерительных преобразований рядов случайных физических величин.

Для каждой модели погрешностей устанавливаются законы распределения и те параметры распределений, которые являются показателями погрешности. Затем осуществляется выбор статистических методов оценки этих параметров по результатам измерений.

Как известно, точность оценки зависит от числа измерений одной и той же величины при одних и тех же условиях эксплуатации средства измерений, а также от стратегии оценивания и критерия ее оптимизации. Оценка, получаемая по результатам многократных наблюдений, должна быть состоятельной, несмещенной и эффективной. Только в этом случае ее можно использовать в качестве параметра функции распределения случайной физической величины [2]. Однако на практике не всегда удается выполнить данные требования.

Существующие наработки по измерению случайных величин методами прямых измерений применимы и при избыточных измерениях. Однако между данными видами измерений существуют и отличия.

Первое существенное отличие состоит в том, что при прямых измерениях обработке подлежат одномерные случайные величины, а при избыточных измерениях — многомерные. При получении уравнений избыточных измерений в явном виде чаще всего используется совместная функция распределения пар одномерных случайных величин, а в неявном виде — совместная функция распределения m одномерных случайных величин. Чаще всего используются совместные функции распределения от двух до восьми (десяти) случайных величин.

Второе существенное отличие заключается в использовании как независимых, так и зависимых случайных величин. В первом случае совместная функция распределения равна произведению одномерных функций распределения случайных величин. Во втором случае зависимые случайные величины характеризуются условным законом распределения случайной величины X_1, который находится при условии, что вторая случайная величина X_2 приняла определенное значение.

Третье существенное отличие состоит в том, что результат избыточных измерений, как случайная величина, является детерминированной функцией от ряда других независимых и зависимых случайных величин. При этом каждому размеру входной случайной величины ставится в соответствие одно значение выходной случайной величины. В отличие от предыдущих, в данном случае ставится задача определения числовых характеристик функции случайной величины.

Четвертое существенное отличие избыточных измерений от прямых заключается в том, что одной из основных особенностей избыточных измерений является автоматическое исключение систематической составляющей погрешности измерений. Это дает возможность практического обнаружения статистических закономерностей в распределении результатов избыточных измерений и достижения высокой точности измерений случайных физических величин.

И, наконец, пятое существенное отличие состоит в том, что случайные величины обрабатываются по априори выведенному уравнению избыточных измерений, характеризующему системные свойства средства избыточных измерений. Причем алгоритмы обработки предполагают использование усреднения случайных величин во времени, в пространстве, пространственно-временного и комбинаторного усреднения результатов многократных измерительных преобразований рядов физических величин. В последнем случае при усреднении используется разное количество результатов измерительного преобразования входных физических величин, что позволяет из исходных случайных величин формировать выборки случайных величин с иными значениями математического ожидания и дисперсии.

В связи с изложенным можно утверждать, что существует несколько подходов к измерению случайных физических величин: 1) подход, основанный на определении одномерных функций распределения случайных величин и их числовых характеристик; 2) подход, основанный на определении функции распределения результата избыточных измерений и числовых характеристик многомерных законов распределения.

Методы теории вероятностей и математической статистики применяются в том случае, когда обнаруживаются статистические закономерности, т.е. когда распределение числовых значений результатов избыточных измерений обладает статистической устойчивостью [10]. Поэтому, при формулировании и решении конкретной задачи избыточных измерений случайных физических величин необходимо, прежде всего, проверить наличие закономерностей в распределении числовых значений результатов измерительного преобразования рядов физических величин и/или конечных результатов избыточных измерений. В большинстве случаев избыточных измерений полагается, что средство избыточных измерений не влияет на объект измерений, а состояние объекта измерений не зависит от времени.

Теория математической обработки результатов измерений опирается, как известно, на центральную предельную теорему, согласно которой при большом объеме выборок (при генеральной совокупности результатов измерений большей 35) и отсутствии систематической составляющей погрешности измерений вероятность случайного появления искомого значения результатов измерений и погрешностей каждого из них подчиняется нормальному закону распределения.

Данная теория была распространена и на случаи малого объема выборок (от 3-х до 35). В этом случае дополнительно устанавливается соответствие закона распределения конечной совокупности выборок нормальному закону распределения, т.е. является ли конечная совокупность выборок частью генеральной совокупности или иному теоретическому закону распределения. Если случайная величина распределена по нормальному закону, то дисперсия будет минимально возможной, а оценка математического ожидания будет эффективной. Для других законов распределения используются приближенные оценки математического ожидания и дисперсии. Другими словами, эффективность или неэффективность оценки зависит от вида закона распределения случайной физической величины.

Известны два способа определения соответствия распределения результатов измерительных преобразований и конечных результатов избыточных измерений: а) критериальный и б) графоаналитический.

Проверка того, насколько хорошо конечная совокупность выборок описывается теоретическим законом, осуществляется с использованием различных критериев согласия.

Для проверки гипотезы о принадлежности наблюдаемой выборки объёмом n некоторому теоретическому закону распределения наиболее часто используется критерий согласия χ^2 (Хи-квадрат), называемый критерием Пирсона. Его сущность и вопросы практического использования в полной мере описаны в работах [11, 12].

При законах распределения, отличных от нормального, особое внимание следует уделять как способам разбиения наблюдаемой выборки на интервалы, т.е. способам определения числа интервалов выборок, так и способам оптимального группирования полученных результатов. Соответствующие рекомендации приведены в работах [11, 12].

Установив опытным путем закон распределения случайных физических величин, не сложно установить теоретический закон распределения и определить его числовые характеристики, в частности, например, — математическое ожидание и дисперсию. Для этого можно воспользоваться рекомендациями по стандартизации Госстандарта России. — Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим: Часть 1. Критерии типа хи-квадрат [13] и Часть II. Непараметрические критерии [14].

3. Уравнения избыточных измерений случайных физических величин

Научный и практический интерес представляют математические модели результатов избыточных измерений случайных физических величин. Рассмотрим их для физических величин первого, второго и третьего классов. Предположим, что функция преобразования измерительного канала является линейной и смещенной, т.е.

$$U_i' = S_л(1+\gamma_л)x_i + \Delta U_л', \tag{1}$$

где $S_л$ — номинальная по значению крутизна преобразования; $\gamma_л$ — относительное изменение крутизны преобразования в результате действия дестабилизирующих факторов, в том числе и в результате старения элементов измерительного канала; x_i — измеряемая физическая величина; $\Delta U_л'$ — смещение функции преобразования с учетом аддитивной составляющей погрешности измерительного преобразования физических величин ($\{\Delta U_л'\} = \{\Delta U_л\} + \{\Delta_{ад}\}$). Наличие штрихов свидетельствует о том, что данная величина отличается от идеальной на значение погрешности.

Измерительному преобразованию подлежат три физические величины: x_1, x_2, x_3. Причем величина x_1 является искомой ($\{x_1\} = \{x_i\}$), x_2 — образцовой , нормированной по значению ($\{x_2\} = \{x_0\}$), а x_3 — величина с размером, равном сумме размеров предыдущих двух величин ($\{x_3\} = \{x_i\} + \{x_0\}$). При однократных измерительных преобразованиях физических величин состояние измерительной системы опишется системой линейных уравнений величин

$$\left.\begin{aligned} U'_1 &= S_л(1+\gamma_л)x_1 + \Delta U'_л, \\ U'_2 &= S_л(1+\gamma_л)x_2 + \Delta U'_л, \\ U'_3 &= S_л(1+\gamma_л)x_3 + \Delta U'_л. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Ее решение относительно искомой физической величины x_i имеет вид:

$$x'_i = x_0\,(U'_3 - U'_2)\big/(U'_3 - U'_1) \tag{3}$$

Как видно из (3), результат измерений не зависит от текущих значений параметров функции преобразования.

При использовании результатов многократных измерительных преобразований рядов физических величин и их статистической обработке, уравнение избыточных измерений (3) может быть записано в виде

$$x'_i = x_0 \frac{\dfrac{1}{n_3}\sum\limits_{t=1}^{n_3} U'_{3t} - \dfrac{1}{n_2}\sum\limits_{t=1}^{n_2} U'_{2t}}{\dfrac{1}{n_3}\sum\limits_{t=1}^{n_3} U'_{3t} - \dfrac{1}{n_1}\sum\limits_{t=1}^{n_1} U'_{1t}} = x_0\,(\overline{U'_3} - \overline{U'_2})\big/(\overline{U'_3} - \overline{U'}_1)\,. \tag{4}$$

В общем случае в (4) число $n_1 \neq n_2 \neq n_3$; в частных случаях $n_1 = n_2 = n_3 = n$ при разном значении *n*, $n_1 = n_2 \neq n_3$ или $n_1 \neq n_2 = n_3$, в зависимости от класса случайных физических величин, методов статистической обработки, условий избыточных измерений и т.п.

Указанные подходы используют элементы комбинаторики для решения задачи избыточных измерений случайных физических величин. Это направление подлежит детальному анализу и изучению в части преимуществ или недостатков его использования.

3.1. Избыточные измерения физических величин первого класса

3.1.1. Использование усреднения преобразованных физических величин во времени

Первый вариант избыточных измерениях предполагает усреднение во времени результатов многократных измерительных преобразований входных физических величин первого класса согласно уравнению избыточных измерений вида

$$\overline{x'_{i1}} = (x_0 \pm \sigma_{x_0})\frac{\left(\overline{U'_3} \pm \sigma_{u3}\right) - \left(\overline{U'_2} \pm \sigma_{u2}\right)}{\left(\overline{U'_3} \pm \sigma_{u3}\right) - \left(\overline{U'_1} \pm \sigma_{u1}\right)} = x_0 \frac{\overline{U'_3} - \overline{U'_2}}{\overline{U'_3} - \overline{U'_1}} \pm \sigma'_x \text{ при вероятности } p_0\,, \tag{5}$$

где $\overline{x'_i}$ — приведенное к входу измерительного канала среднее значение физической величины, полученное при избыточных измерениях; x'_0 — нормированная по значению физическая величина с заданной погрешностью воспроизведения ($x'_0 = x_0 + \sigma_{x_0}$); σ_{x_0} — среднее квадратичное отклонение нормированной по значению физической величины, воспроизводимой мерой или стандартным образцом; σ'_x — среднее квадратическое отклонение результата избыточных измерений ($\sigma'_x = k'_о\sigma_x$); $k'_о$ — коэффициент охвата ($k'_о = (\overline{U'_3} - \overline{U'_2})\big/(\overline{U'_3} - \overline{U'_1})$);

$$\overline{U'_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} U'_{it} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(S'_{лt}x_i + \Delta U'_{лt}),\ \text{ а } i = 1, 2, 3, \tag{6}$$

— среднее значение *i*-й физической величины.

В данном случае затруднительно обнаружить статистические закономерности в распределении результатов измерительных преобразований рядов входных физических величин и определить оптимальное (необходимое и достаточное) число *n* преобразований. Это объясняется наличием неисключенной систематической составляющей погрешности измерительного преобразования входных величин.

При избыточных измерениях физических величин первого класса предполагается что случайная составляющая погрешности весьма мала.

3.1.2. Использование усреднения преобразованных физических величин в пространстве

Второй вариант избыточных измерениях предполагает обработку результатов многократных избыточных измерений согласно уравнению избыточных измерений вида

$$\overline{x'_{i2}} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x'_{i2t} \pm \sigma''_x\,, \tag{7}$$

где

$$x'_{i2t} = (x_0 \pm \sigma_{x_0})\frac{U'_{3t} - U'_{2t}}{U'_{3t} - U'_{1t}} = x_0 \frac{U'_{3t} - U'_{2t}}{U'_{3t} - U'_{1t}} \pm k'_{оt}\sigma_{x_0}\,; \tag{8}$$

$k'_{оt}$ — коэффициент охвата, зависящий от числа усредняемых результатов измерительного преобразования физических величин (обозначено буквой *t*); $\sigma''_x = \overline{k'_о\sigma_{x_0}}$ — среднее квадратичное отклонение искомой физи-ческой величины; $\overline{k'_0}$ — коэффициент охвата, полученный по результатам усреднения.

Поскольку уравнение избыточных измерений (8) обеспечивает исключение систематической состав-ляющей погрешности, то при таком подходе к обработке результатов избыточных измерений имеется воз-можность практического обнаружения статистических закономерностей в распределении выборки резуль-татов избыточных измерений и получение статистически устойчивых конечных результатов.

3.2. Избыточные измерения физических величин второго класса

3.2.1. При усреднении преобразованных физических величин во времени

При измерениях физических величин статистической физики имеют место проблемы формирования нормированной по значению физических величин, воспроизводимых мерой или стандартным образцом, и флуктуирующих относительно своего среднего значения. Если такая возможность существует, то уравнение избыточных измерений при линейной функции преобразования (1) может быть представлено в виде

$$\overline{x'_{i3}} \pm \sigma_{x_i}(t) = (x_0 \pm \sigma_{x_0}) \frac{\left(\overline{U''_3} \pm \sigma'_{u3}\right) - \left(\overline{U''_2} \pm \sigma'_{u2}\right)}{\left(\overline{U''_3} \pm \sigma'_{u3}\right) - \left(\overline{U''_1} \pm \sigma'_{u1}\right)} = x_0 \left[\frac{\overline{U''_3} - \overline{U''_2}}{\overline{U''_3} - \overline{U''_1}} \pm k''_0 \sigma_u \right] \pm \sigma'''_x, \tag{9}$$

где $\sigma_{x_i}(t)$ — среднее квадратическое отклонение искомой физической величины, зависящее от времени; σ_u — среднее квадратическое отклонение напряжений; k'''_0 — коэффициент охвата, предусматривающий изменение погрешностей результатов измерительного преобразования физических величин от измерения к измерению, причем $k'''_0 = (\overline{U''_3} - \overline{U''_2}) / (\overline{U''_3} - \overline{U''_1}) \pm k''_0 \sigma_u$; σ'''_x — среднее квадратическое отклонение результата избыточных измерений искомой физической величины ($\sigma'''_x = k'''_0 \sigma_{x_0}$);

$$\overline{U''_i} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left(S'_{л}(x_{it} \pm \Delta x_i(t)) + \Delta U'_{лt} \right), \tag{10}$$

где i = 1, 2, 3; $\sigma_{x_i}(t)$ — изменяемое во времени среднее квадратическое отклонение физической величины x_i .

Таким образом, что при измерениях физических величин статистической физики, флуктуирующих относительно своего среднего значения, получают изменяемые во времени результаты. Выделение среднего значения (или математического ожидания) возможно только путем дополнительных периодических измерений их и дальнейшей статистической обработке полученных данных известными методами.

3.2.2. При усреднении физических величин в пространстве

В данном случае используется уравнение избыточных измерений случайных величин вида

$$\overline{x''_{i4}} \pm \sigma'_x(t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (x_{it} \pm \Delta x_i(t)) = \overline{x'_i} \pm \overline{\sigma_{x_i}}, \tag{11}$$

где i = 1, 2, 3;

$$x'_{it} \pm \Delta x_i(t) = (x_0 \pm \sigma_{x_0 t}) \frac{U''_{3t} - U''_{2t}}{U''_{3t} - U''_{1t}}; \tag{12}$$

$$U''_i = S'_{л}(x_i \pm \Delta x_i(t)) + \Delta U'_{л}. \tag{13}$$

По сравнению с предыдущим, при данном подходе имеется возможность практического обнаружения статистических закономерностей в распределении выборки результатов избыточных измерений, использования известных методов математической статистики и получение статистически устойчивых конечных результатов, Это объясняется тем, что использование уравнения избыточных измерений (10) позволяет исключить систематические и коррелированные случайные составляющие погрешности результата измерений.

3.3. Избыточные измерения физических величин третьего класса

Задача избыточных измерений физических величин третьего класса является наиболее сложной по статис-тической обработке результатов многократных измерительных преобразований и направлена, прежде всего, на получение оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

3.3.1. При усреднении физических величин во времени

Для данного варианта наиболее адекватным, на наш взгляд, является уравнение избыточных измерений вида

$$\overline{m''_{x_i}} = (x_0 \pm \sigma_{x_0}) \frac{\left(\overline{U''_3} \pm \sigma'_{u3}\right) - \left(\overline{U''_2} \pm \sigma'_{u2}\right)}{\left(\overline{U''_3} \pm \sigma'_{u3}\right) - \left(\overline{U''_1} \pm \sigma'_{u1}\right)} = x_0 \frac{\overline{U''_3} - \overline{U''_2}}{\overline{U''_3} - \overline{U''_1}} \pm k_0 \sigma_{x_0} \to \overline{x''_i}\Big|_{\text{при } n \to N}, \tag{14}$$

где N — весьма большое число, но $N \neq \infty$;

$$\overline{U''_i} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (S'_{л}(x_{it} \pm \Delta_{x_i t}) + \Delta U'_{лt}), \text{ где } i = 1, 2, 3. \tag{15}$$

Как отмечалось ранее, точность оценок математического ожидания и среднего квадратического откло-нения зависит от числа измерений одной и той же величины при одних и тех же условиях эксплуатации средства измерений, а также от стратегии оценивания и выбранного критерия ее оптимизации.

3.3.2. При усреднении физических величин в пространстве

$$\overline{m''_{x_i}} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} m''_{x_i t} = \frac{m_{x_0}}{n}\sum_{t=1}^{N}\frac{U''_{3t}-U''_{2t}}{U''_{3t}-U''_{1t}} \pm k_{0t}\sigma_{x_0} \to \overline{x''_i}\Big|_{\text{при } n\to N}, \qquad (16)$$

где

$$m''_{x_i t} = m_{x_0}\frac{U''_{3t}-U''_{2t}}{U''_{3t}-U''_{1t}} \pm k_{0t}\sigma_{x_0}, \qquad (17)$$

а $k_{0t} = (U''_{3t}-U''_{2t})/(U''_{3t}-U''_{1t})$.

При больших значениях N $\overline{m''_{x_i}} \to \overline{x''_i}$.

Приведенные уравнений избыточных измерений случайных физических величин могут быть использованы на практике при измерениях соответствующих классов физических величин при линейной функции преобразования измерительного канала.

Таким образом, при измерениях случайных физических величин необходимо использовать уравнения избыточных измерений, учитывающие природу этих величин, априорные знания об их характере, а также знания о виде функции преобразования измерительного канала. Для измерений случайных величин второго и третьего классов требуется решение проблемы физической реализуемости как нормированных по значениям случайных физических величин с заданными и стабильными во времени параметрами установленных законов распределения, так и других случайных величин, подлежащих измерительному преобразованию.

Выводы

Дальнейшее развитие, совершенствование и сравнение методов и средств избыточных измерений не мыслимо без разработки и развития методологии избыточных измерений случайных физических величин при линейной и нелинейной функции преобразования измерительного канала.

Впервые, с метрологической точки зрения дано три определения понятию «случайная физическая величина».

Охарактеризовано три класса случайных физических величин, подлежащих избыточным измерениям.

Сформулирован постулат, согласно которому «каждой случайной физической величине присуще индивидуальное свойство статистической устойчивости, характеризующее его состояние в определенных условиях существования». Это расширяет наши представления о случайных величинах.

Предложен принцип индивидуальной статистической устойчивости физической величины, согласно которому случайная физическая величина обладает индивидуальным свойством статистической устойчивости, экспериментально оцениваемое продолжительностью интервала стационарности полученной совокупности средних значений и значений дисперсий измеряемой случайной величины.

Констатируется наличие четырех общих видов математических моделей погрешностей измерений случайных величин, отличающихся между собой, в основном, функциями распределения.

Описано пять основных преимуществ избыточных измерений случайных физических по сравнению с прямыми измерениями, что подтверждает целесообразность их преимущественного использования в метрологии.

Утверждается, что существует два подхода к измерению случайных физических величин. Первый подход основан на определении одномерных функций распределения случайных величин и их числовых характеристик, а второй — на определении функции распределения результата избыточных измерений и числовых характеристик многомерных законов распределения.

Сформулирована постановка задачи избыточных измерений случайных физических величин.

Подчеркивается, что при законах распределения, отличных от нормального, особое внимание необходимо уделять способам разбиения наблюдаемой выборки на интервалы и способам оптимального группирования полученных результатов.

Рекомендовано использовать рекомендации Госстандарта России «Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть 1. Критерии типа хи-квадрт, 2001 г.» по установлению теоретического закона распределения по экспериментально полученному и определению его числовых характеристик с использованием критерия согласия хи-квадрат.

Приведены математические модели результатов избыточных измерений случайных физических величин первого, второго и третьего классов, что расширяет наши представления об избыточных измерениях. Отмечается возможность использования комбинаторики для решения данных задач.

При измерениях случайных физических величин необходимо использовать уравнения избыточных измерений, учитывающие природу этих величин, априорные знания об их характере, а также знания о виде функции преобразования измерительного канала. Для измерений случайных величин второго и третьего классов требуется решение проблемы физической реализуемости как нормированных по значениям случайных физических величин с заданными и стабильными во времени параметрами установленных законов распределения, так и других случайных величин, подлежащих измерительному преобразованию.

Приведенные результаты исследований свидетельствуют о наличии «белых пятен» в решении проблем избыточных измерений, о необходимости дальнейшего их изучения, развития и совершенствования.

Литература

1. Эльясберг П.Е. Измерительная информация: сколько ее нужно? Как ее обрабатывать. — М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. л-ры, !983. — 208 с.
2. Мокров Ю. Метрология, стандартизация, сертификация. Режим доступа: http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Science/mokr/04.php .
3. Физическая величина. Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0.
4. Юдин М.Ф., Селиванов М.Н, Тищенко О.Ф., Скороходов А.И., 1989, Основные термины в области метрологии. – М.: Изд. Стандартов.
5. Случайные величины. Режим доступа: http://uvy.narod.ru/Errors/sluchai.htm
6. Статистическая физика. Режим доступа: http://slovari.yandex.ua/~%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B8/%D0%91%D0%A1%D0%AD/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F%20%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0/].
7. Статистическая устойчивость. Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F%D1%83%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B9%D1%87%D0%B8%D0%B2%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C.
8. Теория вероятностей и математическая статистика. Режим доступа: http://www.nsu.ru/phorum/read.php?f=6&t=4640&a=1.
9. Горбань И.И. Феномен статистической устойчивости. Режим доступа:. http://journals.ioffe.ru/jtf/2014/03/p22-30.pdf
10. Горбань И.И. Нарушение статистической устойчивости физических величин. Режим доступа: http://cyberleninka.ru/article/n/narushenie-statisticheskoy-ustoychivosti-fizicheskih-protsessov.
11. Критерии типа χ^2 при простых гипотезах. Режим доступа: http://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/xi_square/22.htm.
12. Критерии типа χ^2 при сложных гипотезах. Режим доступа: http://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/xi_square/23.htm.
13. Р 50.1.033-2001. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть I. Критерии типа хи-квадрат. — М.: Изд-во стандартов. 2002. — 87 с.
14. Р 50.1.037-2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии. — М.: Изд-во стандартов. 2002. — 64 с.

References

1. Eljasberg P.E. Izmeritelnaja informatcija: skolko ee nuzhno? Kak ee obrabatyvat. — M.: Nauka. Glavnaja reduktcija fiz.-mat. literatury, !983. — 208 s.
2. Mokrov Yu. Metrologija, standartizatcija, sertifikatcija. Rezhim dostupa: http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Science/mokr/04.php .
3. Fizicheskaja velichina. Rezhim dostupa: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0.
4. Yudin M.F., Selivanov M.N, Tischenko O.F., Skorokhodov A.I., 1989. Osnovnye terminy v oblasti metrologii. – M.: Izd. Stsndartov.
5. 5.Sluchajnye velichiny. Rezhim dostupa: http://uvy.narod.ru/Errors/sluchai.htm
6. Statisticheskaja fizika. Rezhim dostupa: http://slovari.yandex.ua/~%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B8/%D0%91%D0%A1%D0%AD/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F%20%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0/].
7. Statisticheskaja ustojchivost. Rezhim dostupa: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%83%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B9%D1%87%D0%B8%D0%B2%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C.
8. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika. Rezhim dostupa: http://www.nsu.ru/phorum/read. php?f=6&t=4640&a=1.
9. Gorban I.I. Fenomen statisticheskoj ustojchivosti. Rezhim dostupa: http://journals.ioffe.ru/jtf/2014/03/ p22-30.pdf
10. Gorban I.I. Narushenie statisticheskoj ustojchivosti fizicheskikh velichin. Rezhim dostupa: http://cyberleninka.ru/article/n/narushenie-statisticheskoy-ustoychivosti-fizicheskih-protsessov.
11. Kriterij tipa χ^2 pri prostykh gipotezakh. Rezhim dostupa: http://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/xi_ square/22.htm.
12. Kriterij tipa χ^2 pri slozhnykh gipotezakh. Rezhim dostupa: http://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/xi_ square/23.htm.
13. Р 50.1.033-2001. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть I. Критерии типа хи-квадрат. — М.: Изд-во стандартов. 2002. — 87 с.
14. Р 50.1.037-2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии. — М.: Изд-во стандартов. 2002. — 64 с.

Рецензія/Peer review : 23.2.2014 р. Надрукована/Printed : 26.3.2014 р.