УДК 681.51

В.В. УМІНСЬКИЙ
Житомирський військовий інститут Державного університету телекомунікацій, Житомир

ДИФЕРЕНЦІЙНА МОДЕЛЬ ФІЛЬТА КАЛМАНА ДЛЯ ЛОКАЛІЗАЦІЇ АВТОНОМНОГО МОБІЛЬНОГО РОБОТА

З метою підвищення точності визначення поточного положення автономного мобільного робота запропоновано застосувати алгоритм оптимальної лінійної фільтрації для оцінювання параметрів одометричних датчиків. В зв'язку з необхідністю зниження обчислювальної складності процедури калманівської фільтрації без зниження точності, розроблено модель фільтра Калмана на основі математичного апарату диференційних перетворень Г.Є.Пухова. Отримана модель дозволяє звести розв'язання складного нелінійного матричного рівняння Рікатті при обчисленні коваріаційної матриці похибок фільтрації до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Для розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь запропонована методика на основі апроксимації методом підобластей. Результати розв'язку тестового завдання показали високу точність розрахунку матричного коефіцієнту підсилення фільтру Калмана, високу якість фільтрації та перехідного процесу.

Ключові слова: автономний мобільний робот, локалізація, фільтр Калмана, диференційні перетворення.

V.V. UMINSKIY
Zhitomir Military Institute of the State University of Telecommunications, Zhitomir

DIFFERENTIAL MODEL OF KALMAN FILTER FOR LOCALIZATION OF AUTONOMOUS MOBILE ROBOTS

With the purpose increase of exactness determination current position autonomous mobile robots is suggested to apply an optimum linear filter for the estimate parameters of odometric sensors. Because of the necessity decline of calculable complication of procedure Kalman Filtration without the decline of exactness, the model Kalman filter is developed on the basis of mathematical vehicle of differential transformations by G.E.Pukhova. The got model allows to take the decision of difficult nonlinear matrix equalization Rikatti at the calculation of covariance matrix errors of filtration to the system of nonlinear algebraic equalizations. For the decision of the system nonlinear algebraic equalizations a method is offered on the basis of approximation subarea method. The results of decision of test task showed high exactness of calculation of matrix coefficient gain of Kalman filter, high accuracy of filtration and transient process.

Keywords: autonomous mobile robots, localization, Kalman filter, differential transformations.

В.В. УМИНСКИЙ
Житомирский военный институт Государственного университета телекоммуникаций, Житомир

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ АВТОНОМНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА

С целью повышения точности определения текущего положения автономного мобильного робота предложено применить оптимальный линейный фильтр для оценивания параметров одометрических датчиков. В связи с необходимостью снижения вычислительной сложности процедуры калмановской фильтрации без снижения точности, разработана модель фильтра Калмана на основе математического аппарата дифференциальных преобразований Г.Е.Пухова. Полученная модель позволяет свести решение сложного нелинейного матричного уравнения Рикатти при расчете ковариационной матрицы ошибок фильтрации к системе нелинейных алгебраических уравнений. Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений предложена методика на основе аппроксимации методом подобластей. Результаты решения тестового задания показали высокую точность расчета матричного коэффициента усиления фильтра Калмана, высокую точность фильтрации и переходного процесса.

Ключевые слова: автономный мобильный робот, локализация, фильтр Калмана, дифференциальные преобразования.

Постановка проблеми

Вирішення функціональних завдань автономним мобільним роботом (АМР) передбачає переміщення його на місцевості (навігацію) в умовах динамічної обстановки. Для реалізації такого переміщення АМР повинен вирішити ряд підзадач, серед яких: визначення поточного положення (локалізація), складання плану місцевості, прокладання маршруту. Це можливо тільки за наявності в АМР точного уявлення про навколишнє середовище, для чого використовується інформація з різних типів датчиків.

Точне знання положення АМР є фундаментальною проблемою мобільної робототехніки. Адже саме з розв‘язку задачі локалізації починається процес навігації. Однак на точність локалізації впливають випадкові та систематичні помилки в показах датчиків. Тому завдання синтезу високоточних алгоритмів обробки інформації датчиків АМР для визначення його поточного положення в просторі є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сьогоднішній день розроблено ряд систем, датчиків і методів обробки їх показів для локалізації АМР. Існуючі методи поділяють на дві групи [1-3]: абсолютної і відносної локалізації. До групи методів абсолютної локалізації відносяться [1]: локалізація за магнітним компасом, маяками, реперними точками, з використанням глобальної супутникової системи, а також на основі заздалегідь закладеної карти місцевості. Серед методів відносної локалізації виділяють одометрію та інерціальну навігаційну систему [4].

Методи абсолютної локалізації потребують наявності зовнішньої інформації: сигналів радіомаяків або системи GPS, встановлених заздалегідь реперів. Однак АМР повинен функціонувати в умовах відсутності зв'язку із зовнішніми джерелами сигналів або в умовах спотворення цих сигналів, покладаючись на інформацію від власних датчиків. У цьому випадку можливе використання методів відносної локалізації, серед яких найбільше поширення отримав метод одометрії. Використання інерціальної навігаційної системи для локалізації АМР менш ефективне через суттєве зростання у часі помилки позиціонування, пов'язаної з необхідністю інтегрування даних стосовно швидкості руху.

Одометричний метод локалізації полягає у використанні інформації від датчиків кута повороту – енкодерів. Даному методу властиве наявність випадкових і систематичних помилок. В роботі [5] запропоновано метод усунення систематичних помилок, обумовлених недосконалістю кінематичної моделі колісного АМР, яка полягає, наприклад, у розбіжності діаметрів коліс, неточності у визначенні колісної бази тощо.

Для боротьби з випадковими помилками, які можливі через прослизання коліс, буксування, наявність нерівностей на поверхні пересування АМР, використовують методи фільтрації. Крім того, усуненню випадкових помилок сприяє об'єднання інформації з різних датчиків, розташованих на платформі АМР. Тому найкращим методом отримання точних параметрів поточного місцезнаходження АМР є калманівська фільтрація, що дає оптимальну за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки оцінку положення АМР.

Успіх ідей калманівської фільтрації полягає у [6]:

відносна простота та доступність для інженерних розробок нестаціонарних фільтрів у різних технічних додатках;

можливість аналітичного доведення та підтвердження оптимальності фільтрації у різних за складністю варіантах конструктивного виконання фільтрів;

наочність аналітичного апарату, що базується на звичайних диференціальних або різницевих рівняннях, на відміну від вінерівської фільтрації, яка вимагає розв'язання інтегральних рівнянь;

можливість оцінити стан системи у часовій області на основі статистичних даних про всі джерела та характер похибок;

можливість побудування фільтрів для багатовимірних динамічних систем на основі гільбертового уявлення простору стану;

можливість одержання рекурентної системи алгоритмів і рекурсивних процедур оптимальної фільтрації, що набагато зручніше при використанні сучасних ЕОМ.

Застосування різних варіантів побудови фільтра Калмана (лінійного, адаптивного, ансцентного) в задачі відносної локалізації АМР описано в роботах [7-9]. Проте всі отримані алгоритми мають високу обчислювальну складністю, що є критичним для сучасних процесорів. Адже паралельно із завданням локалізації необхідно вирішувати задачі маршрутизації, обробки зображень, реалізації алгоритмів самонавчання, що вимагає величезних обчислювальних витрат.

Формулювання завдання дослідження

Виходячи з вищевикладеного, необхідно розробити модель фільтра Калмана, яка забезпечить отримання оптимальної (за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки) оцінки параметрів вимірювання, маючи при цьому низьку обчислювальну складність.

Алгоритм оптимальної фільтрації Калмана – Б'юсі задається виразами (1) – (3), тобто [6]:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}(t)}{dt} = \mathbf{F}(t)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}(t)\left[\mathbf{z}(t) - \mathbf{H}(t)\hat{\mathbf{x}}(t)\right], \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_\mathbf{0}\,, \tag{1}$$

$$\mathbf{K}(t) = \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\,, \tag{2}$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}(t)}{dt} = \mathbf{F}(t)\boldsymbol{\eta}(t) + \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{F}^{\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{H}(t)\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(t), \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\eta}(t_0) = \eta_\mathbf{0}$$

де $\mathbf{K}(t)$ – матричний коефіцієнт підсилення;

$\mathbf{F}(t)$ – матриця стану;

$\mathbf{H}(t)$ – матриця спостереження;

$\mathbf{R}(t)$ – матриця інтенсивності похибок вимірювання;

$\mathbf{Q}(t)$ – матриця інтенсивності похибок спостереження;

$\boldsymbol{\eta}(\mathrm{t})$ – коваріаційна матриця похибок фільтрації;

$\mathbf{G}(t)$ – матриця управління.

Принципово складною задачею у процесі розробки та реалізації фільтру Калмана є обчислення матричного коефіцієнту підсилення $\mathbf{K}(t)$, який є прямо пропорційним коваріаційній матриці похибок фільтрації $\boldsymbol{\eta}(t)$. Остання є розв'язком нелінійного матричного рівняння Рікатті (3) з заданими початковими умовами $\eta(0)$.

Для розв'язання задачі дослідження пропонується застосувати математичний апарат диференційних перетворень академіка Г.Є.Пухова [10], який є операторним методом, що дозволяє абсолютно точно моделювати складні нелінійні та нестаціонарні диференційні рівняння алгебраїчними виразами в області зображень.

Неважко бачити, що рівняння (3) за своєю структурою може бути представлене в узагальненому вигляді:

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}(t)}{dt} + \mathbf{a}(t)\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{y}(\eta) + \mathbf{f}(t) = 0\,, \tag{4}$$

де $\mathbf{a}(t)\boldsymbol{\eta}(t) = -\mathbf{F}(t)\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{F}^{\mathrm{T}}(t)$ - лінійна частина рівняння (3);

$\mathbf{y}(\eta) = \boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{H}(t)\boldsymbol{\eta}(t)$ - нелінійна частина (3);

$\mathbf{f}(t) = -\mathbf{G}(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(t)$ - частина рівняння, яка не залежить від невідомої матриці $\boldsymbol{\eta}(t)$.

Покажемо, що на основі застосування математичного апарату диференційних перетворень академіка Г.Є.Пухова може бути отримана точна модель рівнянь (3), (4) в області зображень.

Враховуючи правила диференційних перетворень [10], нелінійне диференційне рівняння (4) може бути перетворене до вигляду:

$$\frac{k+1}{H}\boldsymbol{\eta}(k+1) + \sum_{l=0}^{l=k}\mathbf{A}(k-l)\boldsymbol{\eta}(l) + \mathbf{Y}(k) + \mathbf{F}(k) = 0\,, \tag{5}$$

де $\mathbf{F}(k)$ – диференційний спектр матричної функції $\mathbf{f}(t)$;

$\mathbf{Y}(k)$ – диференційний спектр нелінійних членів;

$\mathbf{A}(k)$ – диференційний спектр матричної функції $\mathbf{a}(t)$.

Рівняння (5) являє собою матричне рекурентне рівняння, яке при умові високого порядку абсолютно точно моделює нелінійне диференційне рівняння Ріккаті (3). За умови невисокого порядку (5) може бути отриманий наближений розв'язок (3), перевагою якого є простота обчислень, а недоліком – не завжди достатній радіус збіжності.

Для забезпечення збіжності розв'язку нелінійних рівнянь на основі наближених функцій на великому інтервалі визначення невідомої функції застосовують його розбиття на підінтервали, на кожному з яких шукається локальний розв'язок.

Одним з ефективних методів розв'язку нелінійних рівнянь на основі апроксимації є метод підобластей [10].

Метод підобластей відноситься до групи методів, які дозволяють добитися високої точності розв'язку на основі мінімізації нев'язки. Схема проведення обчислень за цим методом передбачає вибір структури апроксимуючої функції з невизначеними коефіцієнтами, наприклад у вигляді багаточлена:

$$\hat{\eta}(t) = \eta_0 + \eta_1 t + \eta_2 t^2 + \ldots + \eta_{\nu-1} t^{\nu-1}\,, \tag{6}$$

де $\eta_i, i \in [0 \ldots \nu - 1]$ - невизначені коефіцієнти.

При використанні диференційних перетворень нетейлорівського типу, апроксимація може будуватись і на інших базових функціях: гармонічних, експоненційних тощо [10].

В цьому методі невизначені коефіцієнти знаходяться на основі виразу:

$$\int_{t_0}^{t_\nu} \varepsilon(t)dt = 0, t_\nu = t_1, t_2, t_3, \ldots, t_{n-1}, H\,, \tag{7}$$

де $\varepsilon(t) = \eta(t) - \hat{\eta}(t)$ вираз для нев'язки.

Кількість рівнянь ν відповідає кількості невизначених коефіцієнтів.

Застосовуючи до $\varepsilon(t)$ пряме диференційне перетворення, а до інтегралу (7) – зворотне, отримаємо систему скінчених рівнянь виду:

$$\sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t_\nu}{H}\right)^k \frac{E(k)}{k+1} = 0\,, \tag{8}$$

де диференційний спектр $E(k)$ нев'язки $\varepsilon(t)$ знаходиться шляхом підстановки апроксимуючої функції в спектральну модель нелінійного диференційного рівняння Ріккаті (3).

Висновки

Розроблена модель фільтру Калмана на основі диференційних перетворень відрізняється від відомих тим, що нелінійне диференційне рівняння Ріккаті замінене його абсолютно точним алгебраїчним квазіаналогом в області зображень.

Враховуючи, що точний розв'язок отриманої системи нелінійних алгебраїчних рівнянь знайти складно, запропонована методика наближеного розв'язку на основі його апроксимації методом підобластей. При цьому вдається значним чином скоротити порядок апроксимуючої функції при збереженні достатньої точності на інтервалі визначення.

За результатом розв'язку тестового завдання показана висока точність розрахунку матричного коефіцієнту підсилення фільтру Калмана, високу якість фільтрації та перехідного процесу. При цьому забезпечується невисока обчислювальна складність процедури калманівської фільтрації, що особливо важливо в системах навігації АМР при визначенні поточного положення в реальному масштабі часу.

Література

1. Borenstein J. Mobile robot positioning – Sensors and techniques / J. Borenstein, H. Everett, L. Feng, D. Wehe // Journal of Robotic Systems, Special Issue on Mobile Robots, vol. 14 No. 4, 1997. – p. 231-249.

2. Byrne R.H. Techniques for Autonomous Navigation / R.H. Byrne, P.R. Klarer, J.B. Pletta // Sandia Report SAND92-0457, Sandia National Laboratories, Albuquerque, 1992.

3. Chenavier F. Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry / F. Chenavier, J. Crowley // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, 1992. – p. 2588-2593.

4. Barshan B. Orientation Estimate for Mobile Robots Using Gyroscopic Information / B. Barshan, H. Durrant-White // International Conference on Intelligent Robots and Systems. Munich, Germany, 1994. – pp. 1867-1874.

5. Borenstein J. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots / J. Borenstein, L. Feng // IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, No. 4, 1996. – p. 869-880.

6. Венгеров А.А., Щаренский В.А. Прикладные вопросы оптимальной линейной фильтрации. – М.: Энергоиздат, 1982. – 192 с.

7. Negenborn R. Robot Localization and Kalman Filters: On finding your position in a noisy world. – Thesis, Utrecht university, 2003. – 156 p.

8. Забегаев А.Н., Павловский В.Е. Адаптация фильтра Калмана для использования с локальной и глобальной системой навигации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 2010, № 82. – 24 с.

9. Robot Localization and Map Building / Edited by Hanafiah Yussof, 2010. – 578 p. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.intechopen.com/books/robot-localization-and-map-building.

10. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.

References

1. Borenstein J. Mobile robot positioning – Sensors and techniques / J. Borenstein, H. Everett, L. Feng, D. Wehe // Journal of Robotic Systems, Special Issue on Mobile Robots, vol. 14 No. 4, 1997. – p. 231-249.

2. Byrne R.H. Techniques for Autonomous Navigation / R.H. Byrne, P.R. Klarer, J.B. Pletta // Sandia Report SAND92-0457, Sandia National Laboratories, Albuquerque, 1992.

3. Chenavier F. Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry / F. Chenavier, J. Crowley // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, 1992. – p. 2588-2593.

4. Barshan B. Orientation Estimate for Mobile Robots Using Gyroscopic Information / B. Barshan, H. Durrant-White // International Conference on Intelligent Robots and Systems. Munich, Germany, 1994. – pp. 1867-1874.

5. Borenstein J. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots / J. Borenstein, L. Feng // IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, No. 4, 1996. – p. 869-880.

6. Vengerov A.A., Shharenskij V.A. Prikladnye voprosy optimal'noj linejnoj fil'tracii. – M.: Jenergoizdat, 1982. – 192 s.

7. Negenborn R. Robot Localization and Kalman Filters: On finding your position in a noisy world. – Thesis, Utrecht university, 2003. – 156 p.

8. Zabegaev A.N., Pavlovskij V.E. Adaptacija fil'tra Kalmana dlja ispol'zovanija s lokal'noj i global'noj sistemoj navigacii // Preprinty IPM im. M.V.Keldysha, 2010, № 82. – 24 s.

9. Robot Localization and Map Building / Edited by Hanafiah Yussof, 2010. – 578 p. [Elektronnij resurs]. – Rezhim dostupu: http://www.intechopen.com/books/robot-localization-and-map-building.

10. Puhov G.E. Differencial'nye spektry i modeli. – K.: Nauk. dumka, 1990. – 184 s.

Рецензія/Peer review : 11.2.2014 р. Надрукована/Printed : 26.3.2014 р.