

УДК 532.592: 517.9

О.А. РЯБЕНКО, О.О. ГАЛИЧ, Д.М. ПОПЛАВСЬКИЙ
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне**ПОБУДОВА ПРОФІЛІВ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ХВИЛЯСТОГО СТРИБКА,
УСАМІТНЕНОЇ ТА КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ**

У роботі використовується узагальнене диференціальне рівняння кривої вільної поверхні білякритичних течій. Наведено його загальний розв'язок, що виражений через параметри потоку в початковому перерізі розглядуваних явищ. Теоретичний профіль співставлено з експериментальними даними.

Ключові слова: білякритичні течії, хвилястий стрибок, усамітнена хвиля, кноїдальні хвилі.

O.A. RIABENKO, O.O. HALYCH, D.M. POPLAVSKIY
National university of water management and nature resources use, Rivne, Ukraine**FREE SURFACE PROFILES OF UNDULAR JUMP, SOLITARY AND CNOIDAL WAVES CALCULATIONS**

Abstract - The article shows short information of near-critical flows. This work presents general differential equation of free surface curve of near-critical flows. It is given its general solution, which is expressed of flow parameters in initial section of phenomena, which are considered. This general solution takes into account a coefficient of nonhydrostatic in initial section.

Method of pasting together of theoretical solitary wave free surface profile and cnoidal waves free surface profile to get undular jump free surface profile is given in this article. Free surface profiles of solitary wave, cnoidal and undular jump, which were got by theoretical way, were compared with experimental dates.

Thus, general solution of differential equation, which is given in this work, can be used to calculations of free surface profiles of solitary wave, cnoidal and undular jump.

Key words: near-critical flows, Frude number, undular jump, solitary and cnoidal waves.

Вступ

Білякритичними течіями називаються безнапірні потоки рідини, усталені з різко змінними рухом і глибинами, близькими до критичної, а також неусталені потоки (хвилі переміщення) з швидко змінним рухом і швидкостями, близькими до критичної [1].

Білякритичні течії мають ряд характерних особливостей, які істотно відрізняють ці течії від звичайних спокійних та бурхливих потоків з плавно або повільно змінним рухом. Досить часто вільна поверхня білякритичних течій має хвилеподібний характер, причому висота таких хвиль іноді більш, ніж на 80% перевищує їх середню висоту [2, 3]. Внаслідок цього при проектуванні різних типів гідротехнічних споруд, працюючих в умовах утворення білякритичних течій, одним з центральних є питання про розрахунок профілю вільної поверхні потоку, оскільки без знання такого профілю не можна визначити інші характеристики потоку.

1. Узагальнене диференціальне рівняння профілю вільної поверхні, його загальний та частковий розв'язки

Клас білякритичних течій з гладкою поверхнею можна описати узагальненим диференціальним рівнянням профілю вільної поверхні цих течій, записаний в розмірній (1) та безрозмірній (2) формах:

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = \frac{3g}{q^2} \left\{ -h^3 + \left(2b_1 h_1 + \frac{q^2}{g h_1^2}\right) h^2 - \left[(2b_1 - 1) h_1^2 + \frac{2q^2}{g h_1} \right] h + \frac{q^2}{g} \right\}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = \frac{3}{Fr_1} \left\{ -\left(\frac{h}{h_1}\right)^3 + (2b_1 + Fr_1) \left(\frac{h}{h_1}\right)^2 - (2b_1 - 1 + 2Fr_1) \frac{h}{h_1} + Fr_1 \right\}, \quad (2)$$

де h та x – біжучі координати довільної точки вільної поверхні потоку, q – питома витрата, g – прискорення вільного падіння, $Fr_1 = V_1^2 / gh_1$ – число Фруда в початковому перерізі нерухомих явищ, V_1 – швидкість потоку в тому ж перерізі цих явищ, $Fr_1 = c^2 / gh_1$ – число Фруда в початковому перерізі хвиль переміщення, c – швидкість руху цих хвиль, h_1 та b_1 – відповідно глибина та коефіцієнт потенціальної енергії в початковому перерізі білякритичних течій.

Диференціальні рівняння (1) і (2) були виведені для плоских умов на основі відповідної математичної моделі білякритичних течій і враховують можливе викривлення елементарних струминок у вертикальній площині початкового перерізу розглядуваних течій. Загальний розв'язок диференціальних рівнянь (1) і (2), описаний в роботах [4, 5], можна виразити у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{h}{h_1} = 1 + (h_g - 1) \operatorname{cn}^2 \left(\frac{x}{\Delta}, k \right), \\ \Delta &= 2h_1 \sqrt{\frac{h_g Fr_1}{3(h_g^2 - Fr_1)}}, \\ k &= \sqrt{\frac{h_g(h_g - 1)}{h_g^2 - Fr_1}}, \\ h_g &= \frac{1}{2} \left[\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 + \sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 \right)^2 - 4Fr_1} \right], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де $h_g = h_g / h_1$ – відношення максимальної глибини h_g біякритичних течій (яка у випадку гладкої хвилястої поверхні звичайно формується під вершиною першої за рахунком хвилі) до початкової глибини h_1 цих течій, s_1 – коефіцієнт негідростатичності в початковому перерізі розглядуваних течій.

Відмітними рисами загального розв'язку (3) так само як і диференціальних рівнянь (1) і (2), є такі: профіль вільної поверхні однозначно виражений через параметри потоку в початковому перерізі біякритичних течій (Fr_1 , h_1 , s_1 , b_1);

через коефіцієнт негідростатичності s_1 або пов'язаний з ним коефіцієнт b_1 враховано можливе викривлення потоку в початковому перерізі цих течій.

Необхідно зауважити, що для побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль за допомогою системи рівнянь (3) необхідно і достатньою умовою є:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &\geq 1, \\ Fr_1 &\geq 1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При розгляді диференціальних рівнянь (1) та (2) і їх загального розв'язку (3) при умові наявності гідростатичного розподілу тиску в початковому перерізі хвилеподібних біякритичних течій ($s_1=1$) та додаткової умови, при якій число Фруда більше одиниці $Fr_1 > 1$, отримуємо таку залежність:

$$h = \frac{h}{h_1} = 1 + (Fr_1 - 1) \operatorname{sch}^2 \frac{x}{2h_1} \sqrt{\frac{3(Fr_1 - 3)}{Fr_1}}, \quad (5)$$

Формула (4) – це солітонний розв'язок рівняння Кортевега де Фріса [6], використовуваний в багатьох галузях техніки та науки для описання різноманітних явищ, в тому числі й усамітненої хвилі на воді. Наведені диференціальні рівняння (1) та (2) є загальними для всі типів усталених та перманентних біякритичних течій з гладкою хвилеподібною поверхнею, причому в їх початковому перерізі може бути як негідростатичний ($s_1 > 1$), так і гідростатичний ($s_1 = 1$) розподіл тиску по глибині.

2. Склеювання розв'язків усамітненої та кноїдальних хвиль для описання гідравлічного стрибка

Особливим серед біякритичних течій є явище хвилястого стрибка, оскільки висота першої хвилі стрибка може бути набагато більшою за усереднену глибину потоку. Від цієї висоти можуть залежати висоти огорожувальних дамб, каналів, безнапірних тунелів, труб тощо. Тому при проектуванні безнапірних гідроенергетичних та гідротехнічних споруд існує необхідність розрахувати профілі вільної поверхні потоку, які можуть виникати при експлуатації згаданих об'єктів. Хвилястий стрибок виникає при переході від бурхливого до спокійного стану потоку. Він характеризується наявністю ряду поступово затухаючих хвиль на вільній поверхні потоку (рис. 1). Одним з методів побудови профілю вільної поверхні хвилястого стрибка є представлення його як сукупності усамітненої та кноїдальних хвиль шляхом склеювання їх розв'язків [7].

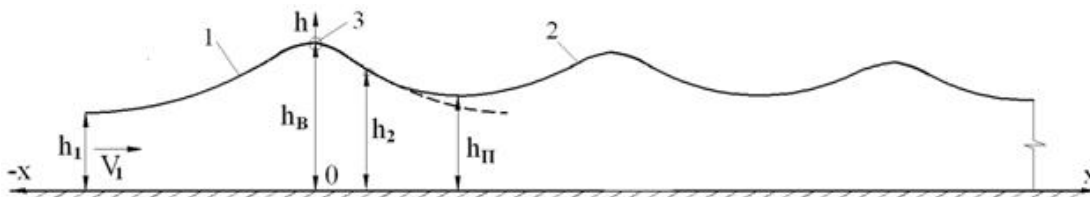


Рис. 1. Розрахункова схема хвилястого стрибка: 1 – усамітнена хвиля, 2 – кноїдальні хвилі, 3 – вершина хвилі

Метод «склеювання» полягає в наступному: спільний переріз як для усамітненої хвилі, так і кноїдальних хвиль вибирається переріз по вершині першої хвилі стрибка (рис. 1, точка 3). При цьому вважається, що від початку стрибка до вибраного перерізу явище описується формулою усамітненої хвилі, а

після нього – кноїдальних хвиль.

3. Зіставлення теоретичних профілів з експериментальними даними

Експериментальне вивчення профілю вільної поверхні хвилеподібних білякритичних течій здійснювалось в лабораторії кафедри гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин Національного університету водного господарства та природокористування. Досліди проводились з нерухомими хвилями для умов плоскої задачі в дзеркальному лотку довжиною 15,6 м, шириною 1 м і висотою на переважній частині 1,2 м. Досліджуване явище утворювалося при витіканні з-під затвора з плавним обтікачем. Глибину в нижньому б'єфі регулювали за допомогою клапанного затвора, який встановлений в кінці лотка. Під час проведення експериментів визначали положення кривої вільної

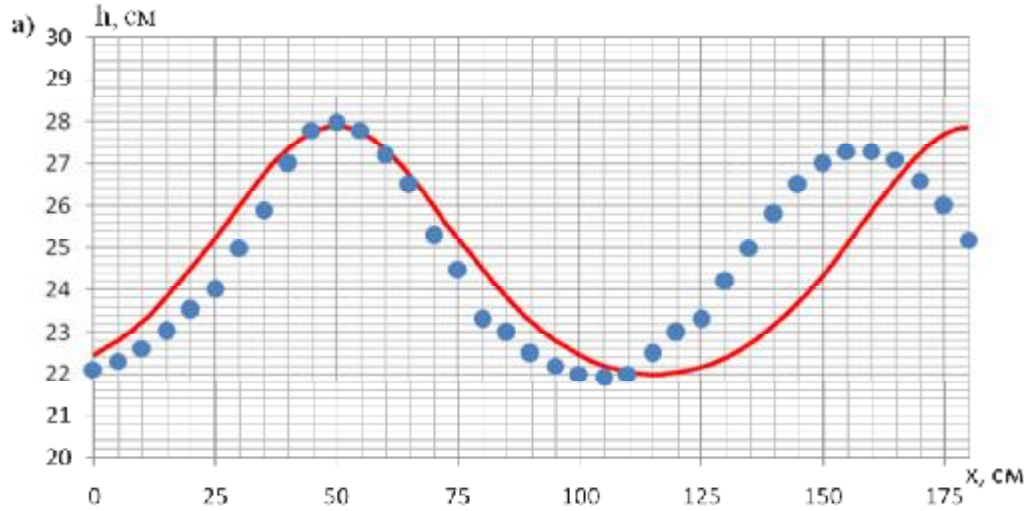


Рис. 2. Зіставлення теоретичного профілю хвилеподібних білякритичних течій з експериментальними даними:

- а – кноїдальні хвилі в спокійному потоці, $Q = 302.6$ л/с, $h_1 = 22.0$ см, $s_1 = 1.06$, $Fr_1 = 0.89$,
- б - самотня хвиля в бурхливому потоці, $Q = 286.0$ л/с, $h_1 = 18.0$ см, $s_1 = 1.02$, $Fr_1 = 1.45$,
- в – хвилястий стрибок, $Q = 133.8$ л/с, $h_1 = 11.0$ см, $s_1 = 1.07$, $Fr_1 = 1.4$,

• - експериментальні точки, — - профіль, побудований за теоретичними залежностями.

поверхні і п'єзометричної лінії, причому обриси кривої вільної поверхні потоку визначали за допомогою шпітценмасштаба, а п'єзометричної лінії – за допомогою донних п'єзометрів. Вимірювання обрисів вільної поверхні виконували лише по осі лотока. Це рішення пояснюється тим, що саме по осі лотока спостерігаються максимальні глибини під вершинами хвиль.

На основі проведених досліджень було отримано наступні усталені та перманентні біякритичні течії з гладкою хвилеподібною поверхнею, описуваних системою (3), та було визначено їх характерні ознаки, що відрізняють ці типи між собою:

- нерухома усамітнена хвиля (нерухомих гідравлічний солітон) – $F\eta > 1$, $s_1 = 1$, $n_{xe} = 1$;
- кноїдальні хвилі в спокійному потоці – явище нерухоме, $F\eta \leq 1$, $s_1 > 1$, $n_{xe} > 1$, хвилі періодичні;
- хвилястий стрибок з гладкою поверхнею – явище нерухоме, $F\eta > 1$, $s_1 \geq 1$, $n_{xe} > 1$, перша хвиля асиметрична.

Зіставлення теоретичного профілю вільної поверхні нерухомих хвилеподібних течій з експериментальними даними (рис. 2) показують, що експериментальні дані добре згоджуються з теоретичним профілем для всіх типів досліджуваних у використаному діапазоні характеристик.

Висновки

Загальний розв'язок диференціального рівняння (1) у вигляді системи (3) описує профіль вільної поверхні різних типів хвилеподібних біякритичних течій через характеристики потоку в їх початковому перерізі.

1. Усамітнена хвиля описується солітонним розв'язком рівняння Кортевега - де Фріса (5), який є частковим розв'язком узагальненого диференціального рівняння (1).
2. Профіль вільної поверхні хвилястого стрибка можна побудувати шляхом «склеювання» розв'язків усамітненої та кноїдальних хвиль.
3. Проведені експериментальні дослідження добре підтверджують теоретичні розв'язки (3) і (5) у розглядуваному діапазоні характеристик потоку.

Література

1. Рябенко О.А. Форми вільної поверхні та умови існування гідродинамічного солітону, самотньої, одиночної і кноїдальних хвиль. / О.А. Рябенко // Прикладна гідромеханіка. 2007. - Том 9. – С. 66-80.
2. Смыслов В.В. Исследование околокритических течений жидкости в открытых руслах / В.В. Смыслов // Известия вузов. – Энергетика. – 1967. – №1. - С.97-103.
3. Турсунов А.А. Околокритическое состояние безнапорных потоков воды. / А.А. Турсунов // Известие ВНИИГ. - 1969. - т. 90 - С. 201-224.
4. Рябенко А.А. Типы, особенности и условия существования околокритических течений / А.А. Рябенко // Гидротехническое строительство. - 1992. - №5. - С. 9 - 13.
5. Riabenko A.A. Free surface profile of wavelike near-critical flows and solitary solutions of some differential equations // Int. Journ. Fluid Mech. Research. – 2001. – 28, №6. - P.834-856.
6. Miles J.W. The Kortevag-de Vries equation: a historical essay // Journ. Of Fluid Mech. – 1981. – 106. – P. 131-147.
7. Рябенко А.А. О представлении волнистого прыжка и группы волн перемещения как совокупности уединенной и кноидальных волн. / А.А. Рябенко // Гидротехническое строительство. - 1998. - №5. - С. 9 - 14.

References

1. Riabenko A.A. Formy vilnoi poverkhni ta umovy isnuvannia hidrodinamichnoho solitonu, samotnoi, odynochnoi i knoidalnykh khvyl. Prykladna gidromekhanika. 2007. - Tom 9. – С. 66-80. [in Ukrainian]
2. Smyslov V.V. Issledovanie okolokriticheskikh techenij zhydkosti v otkrytykh ruslah. Izvestiya vuzov. – Energetika. - 1967. – №1. - С.97-103. [in Russian]
3. Tursunov A.A. Okolokriticheskoe sostoyanie beznapornyh potokov vody. Izvestie VNIIG. - 1969. - т. 90 - С. 201-224. [in Russian]
4. Riabenko A.A. Typy, osobennosti i usloviya sushhestvovaniya okolokriticheskikh techenij. Gidrotehnicheskoe stroitel'stvo. - 1992. - №5. - С. 9 - 13. [in Russian]
5. Riabenko A.A. Free surface profile of wavelike near-critical flows and solitary solutions of some differential equations // Int. Journ. Fluid Mech. Research. – 2001. – 28, №6. - p.834-856.
6. Miles J.W. The Kortevag-de Vries equation: a historical essay // Journ. Of Fluid Mech. – 1981. – 106. – p. 131-147.
7. Riabenko A.A. O predstavlenii volnistogo pryzhka i grupy voln peremeshheniya, kak sovokupnosti uedinyonnoy i knoidalnykh voln. Gidrotehnicheskoe stroitel'stvo. - 1998. - №5. - С. 9 - 14. [in Russian]

Рецензія/Peer review : 31.3.2014 р.

Надрукована/Printed : 9.4.2014 р.

Рецензент: