

## ГЕНЕРАЦІЯ ВИПАДКОВИХ ПРОМЕНІВ ДЛЯ РІЗНИХ ТИПІВ ДЖЕРЕЛА СВІТЛА

Однією з головних характеристик світлового приладу є крива сили світла. Для розрахунку кривої сили світла існує багато методів, та одним з найбільш сучасних, який використовується у більшості програм автоматичного розрахунку, є метод Монте-Карло. Статистичний метод Монте-Карло оснований на прямому математичному моделюванні об'єкта дослідження, що полягає в імітації поширення променів від джерела світла, відбиття від відбиваючої поверхні і фіксації на розрахунковій площині. В роботі розглянуто три основних типи джерел світла: куля, диск, циліндр. Для джерела типу куля та диск було виведено формули для випадкового променя. Для циліндричного джерела формула випадкового променя вже існує. Також було досліджено вплив форми джерела світла на модель випадкового променя, що виходить з джерела. Отримані результати в подальшому можуть бути використані для генерації випадкового променя, моделювання відбиття від відбиваючої поверхні та сили світла світлового приладу.

**Ключові слова:** випадковий промінь, метод Монте-Карло, джерело світла, радіус-вектор, фазовий простір, одиничний вектор, світловий потік.

N.I. KULIK

National Aviation University, Kyiv, Ukraine

## THE GENERATION OF RANDOM RAYS FOR DIFFERENT TYPES OF LIGHT SOURCES

One of the main characteristics of the light device is the light intensity. For the calculation of light intensity distribution curve there are many methods, and one of the most modern, which is used in most programs the automatic calculation is the Monte-Carlo method. Statistical Monte-Carlo method based on a direct mathematical modeling of the object of study consists in simulating the distribution of the rays from the light source, reflected from the reflecting surface and the fixation on the computational plane. The article considers the three main types of light sources: sphere, disk, cylinder. For the source type field and the disk were derived formulas for random rays. For a cylindrical source formula random rays already exists. Additionally, we investigated the influence of the shape of the light source on the model of a random beam emerging from the source. The results can later be used to generate random beam, simulation of reflection from the reflecting surface and the intensity of the illumination device.

**Keywords:** random rays, Monte-Carlo method, the light source, the radius-vector phase space, vector unit, luminous flux.

**Постановка проблеми.** Головним завданням світлотехніки є розробка найбільш ефективних світлових приладів. Щоб виконувати розрахунки з максимальною точністю і реалістичністю моделі необхідно використовувати максимально ефективні методи. Одним з ефективних сучасних методів розрахунку світлотехнічних характеристик є трасування випадкових променів методом Монте-Карло. При цьому використовується певна кінцева кількість  $N$  випадкових променів, кожен з яких має свою початкову вагу  $W=1$  та ймовірність попадання на ділянку реєстраційної поверхні  $\Delta A$ . При цьому, обчислення світлотехнічних характеристик залежить від кількості променів, які згідно математичного експерименту, мають потрапити на ділянку поверхні  $\Delta A$  та загальної кількості променів, що виходить з джерела.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Використання методу Монте-Карло для розрахунку кривої сили світла вже було розглянуто в різних наукових працях. Зокрема, Куш О.К. в своїй роботі [1] розглянув обчислення світлотехнічних характеристик від циліндричного джерела світла, використовуючи даний метод. Пізніше результати досліджень були включені до книги [2], де були доповнені елементами вищої математики для кращого розуміння розрахунків. З недавніх робіт, в яких був використаний метод Монте-Карло, можна виділити дисертацію [3], де даний метод був використаний для повірного розрахунку поверхні довільної форми для світлодіодного джерела світла.

**Невирішені частини проблеми.** У літературі детально описаний світлорозподіл від циліндричного джерела світла. Крім цього є ще два основних типів форми світлого тіла: куля і диск. Про дані типи джерел світла в літературі немає даних відносно поширення від них випадкових променів, що унеможливає розрахунок світлотехнічних характеристик цих джерел методом Монте-Карло.

**Метою дослідження** є визначення характеру розподілу ймовірності поширення променів, що виходять з кульового і дискового джерела світла.

**Виклад основного матеріалу.**

Для опису процедури генерації випадкових променів слід скористатися поняттям фазового простору, кожна точка  $q$  якого характеризується радіус-вектором  $\vec{r}$  точки виходу променя з джерела відносно довільного базису  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  та одиничним вектором напрямку  $\vec{s}$ . Розподіл ймовірності  $P(q)$  знаходження  $q$  в інтервалі  $[q_0, q_k]$  можливих значень даного фазового простору. Для розрахунку  $q$  можна використати основне рівняння методу Монте-Карло:

$$\gamma = \int_{q_0}^q dP(q), \quad (1)$$

де  $\gamma$  – випадкове число, що знаходиться в інтервалі  $[0,1]$ . Випадкове число  $\gamma$  створюється генератором

випадкових чисел, в якості якого використовують стандартні алгоритми, або вбудовані в програмне середовище (наприклад, Mathematica) формули розрахунку. Для світлотехнічних розрахунків вираз (1) матиме вигляд:

$$\gamma = \int_{q_0}^q \frac{d\Phi(q)}{\Phi}, \quad (2)$$

де  $\Phi$  – світловий потік.

При генерації випадкового променя з джерела світла(ДС) у вигляді кулі, циліндра і диска з постійною яскравістю  $L$  елементарний потік (рис.1), що випромінюється площиною  $d^2 A = R d\psi d\beta$  (куля),  $d^2 A = R d\psi dz$  (циліндр з випроміненням бокової поверхні),  $d^2 A = d\psi dx$  (диск з випроміненням вздовж осі  $Z$ ) в тілесному куті  $d^2 \Omega = \sin \varphi d\varphi d\theta$  елементарний потік рівний

$$\begin{aligned} d^4 \Phi &= LR \cos \theta \sin^2 \varphi d\psi d\beta d\varphi d\theta \text{ (куля)} \\ d^4 \Phi &= LR \cos \theta \sin^2 \varphi d\psi dz d\varphi d\theta \text{ (циліндр)} \\ d^4 \Phi &= LR \cos \theta \sin^2 \varphi d\psi dx d\varphi d\theta \text{ (диск)} \end{aligned} \quad (3)$$

Повний світловий потік ДС

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\beta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} d^4 \Phi = 2\pi^3 RL \text{ (куля)} \\ \Phi &= \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{z=-l/2}^{l/2} \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} d^4 \Phi = 2\pi^2 Rll \text{ (циліндр)} \\ \Phi &= \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{x=-R}^R \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} d^4 \Phi = 4\pi^2 RL \text{ (диск)} \end{aligned} \quad (4)$$

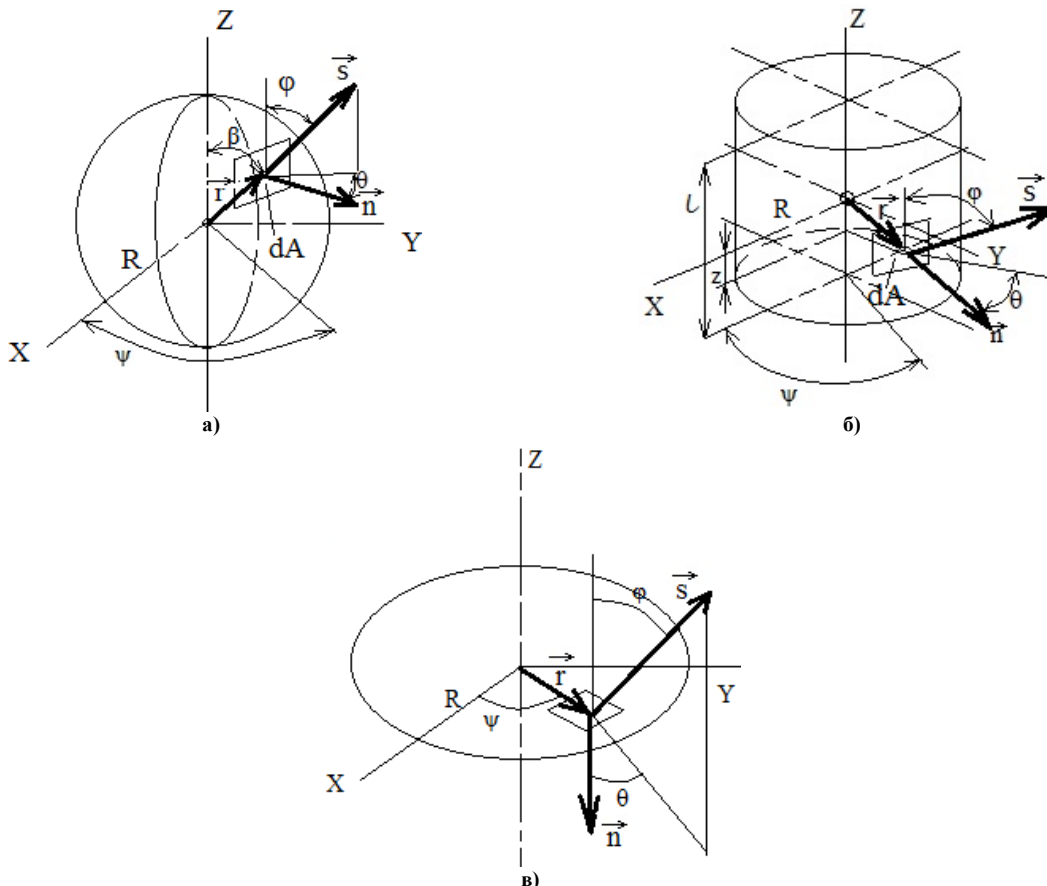


Рис.1 Моделювання випадкового променя, що вийшов з джерела світла а) кульове джерело б) циліндричне джерело в) дискове джерело

Рівняння (3) складаються з чотирьох незалежних параметрів, два з яких характеризують точку вильоту  $r$ , а два інших - напрямком  $\vec{s}$ . При підстановці (3) і (4) в (2), останній вираз розпадається на чотири рівняння, розв'язки яких відносно верхньої межі інтегрування виражають необхідні параметри через випадкові числа  $\gamma$ :

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 2\pi\gamma_\psi \\ \beta &= \pi\gamma_\beta \\ 2\varphi - \sin 2\varphi &= 4\pi\gamma_\varphi \\ \theta &= \arcsin \gamma_\theta \end{aligned} \right\} \text{(куля)}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 2\pi\gamma_\psi \\ z &= l(\gamma_z - 0.5) \\ 2\varphi - \sin 2\varphi &= 4\pi\gamma_\varphi \\ \theta &= \arcsin \gamma_\theta \end{aligned} \right\} \text{(циліндр)}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 2\pi\gamma_\beta \\ x &= R(2\gamma_x - 1) \\ 2\varphi - \sin 2\varphi &= 4\pi\gamma_\varphi \\ \theta &= \arcsin \gamma_\theta \end{aligned} \right\} \text{(диск)}$$

Вираз для циліндричного світного тіла  $r$  і  $\vec{s}$  буде наступним:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= R \cos \psi \vec{i} + R \sin \psi \vec{j} + z \vec{k} \\ \vec{s} &= \sin \varphi \cos(\psi + \theta) \vec{i} + \sin \varphi \sin(\psi + \theta) \vec{j} + \cos \varphi \vec{k} \end{aligned} \quad (6)$$

Для кульового та дискового світного тіла рівняння променя можуть бути виведені за аналогією з (6), використовуючи (5):

$$\begin{aligned} \vec{r} &= R \cos \psi \vec{i} + R \sin \psi \vec{j} + R \cos \beta \vec{k} \\ \vec{s} &= \sin \varphi \cos(\psi + \theta) \vec{i} + \sin \varphi \sin(\psi + \theta) \vec{j} + \cos \varphi \vec{k} \quad \text{(куля)} \\ \vec{r} &= X \vec{i} + \sin \psi \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \\ \vec{s} &= \sin \varphi \cos(\psi + \theta) \vec{i} + \sin \varphi \sin(\psi + \theta) \vec{j} + \cos \varphi \vec{k} \quad \text{(диск)} \end{aligned}$$

Таким чином, рівняння променя буде рівне:

$$\vec{S} = \vec{r} + \vec{s}l, \quad (7)$$

де  $l$  - параметр променя( в даному випадку відстань від точки виходу променя до перетину з відбиваючою поверхнею)

**Приклад моделювання випадкового променя в програмному середовищі *Mathematica*.** Розрахунок здійснюється для циліндричного світного тіла (рис.2)

```
In[30]:= m = 1
Out[30]= 1

In[31]:= γ1 := RandomReal[1, m]

In[32]:= γ1
Out[32]= {0.000721354}

In[33]:= γ2 := RandomReal[1, m]

In[34]:= γ3 := RandomReal[1, m]

In[35]:= γ4 := RandomReal[1, m]
```

Рис. 2 Моделювання випадкового променя в програмному середовищі *Mathematica*

```

In[36]:= Ψ /. Table[FindRoot[Ψ == 2 * π * γ1[[i]], {Ψ, 0, 2 π}], {i, 1, m}]
Out[36]= {6.05222}

In[37]:= Ψ = %
Out[37]= {6.05222}
In[39]:= z /. Table[FindRoot[z == 1 * (γ2[[i]] - 0.5), {z, -1/2, 1/2}], {i, 1, m}]
Out[39]= {0.00176585}

In[40]:= z = %
Out[40]= {0.00176585}
In[41]:= φ1 /. Table[FindRoot[2 φ1 - Sin[φ1] == 4 π γ3[[i]], {φ1, 0, π}], {i, 1, m}]
Out[41]= {4.10304}

In[42]:= φ1 = %
Out[42]= {4.10304}
In[45]:= θ /. Table[FindRoot[θ == ArcSin[γ4[[i]]], {θ, -π/2, π/2}], {i, 1, m}]
Out[45]= {1.23126}

In[46]:= θ = %
Out[46]= {1.23126}
In[48]:= r̂ := {R * Cos[Ψ], R * Sin[Ψ], z}

In[49]:= r̂
Out[49]= {{0.000486516}, {0.000115335}, {0.00176585}}

In[50]:= Напря́м ходу променя, що вийшов з джерела;
In[50]:= gx = r̂[[1]]
Out[50]= {0.000486516}

In[51]:= gy = r̂[[2]]
Out[51]= {0.000115335}

In[52]:= gz = r̂[[3]]
Out[52]= {0.00176585}

In[53]:= ŝ := {Sin[φ] * Cos[Ψ + θ], Sin[φ] * Sin[Ψ + θ], Cos[θ]}

In[54]:= ŝ
Out[54]= {{0.0873905}, {0.81535}, {0.333053}}

```

Рис. 2 (продовження)

```

In[55]:= Точка виходу променя;

In[56]:=  $x_0 = \vec{s}[[1]]$ 
Out[56]:= {0.0873905}

In[57]:=  $y_0 = \vec{s}[[2]]$ 
Out[57]:= {0.81535}

In[58]:=  $z_0 = \vec{s}[[3]]$ 
Out[58]:= {0.333053}

In[59]:= Рівняння променя, що виходить з джерела;

In[59]:=  $S = \vec{s} + \vec{r} * L$ 
Out[59]:= {{0.0873905 + 0.000486516 L}, {0.81535 + 0.000115335 L}, {0.333053 + 0.00176585 L}}

In[60]:=  $X1 = x_0 + g_x L$ 
Out[60]:= {0.0873905 + 0.000486516 L}

In[61]:=  $Y1 = y_0 + g_y L$ 
Out[61]:= {0.81535 + 0.000115335 L}

In[62]:=  $Z1 = z_0 + g_z L$ 
Out[62]:= {0.333053 + 0.00176585 L}

```

Рис. 2 ( продовження)

**Висновки.** В ході роботи було встановлено залежність випадкових променів від форми джерела світла. Дані розрахунки можна використати для трасування променів методом Монте-Карло з подальшим обчисленням світлотехнічних характеристик таких як крива сили світла та освітленість поверхні.

Перспективою досліджень є використання зазначених методів для математичного моделювання у програмному середовищі відбиваючих елементів довільної форми.

### Література

1. Коробко О.О. Использование метода Монте-Карло в светотехнических расчетах / О.О. Коробко, О.К. Куш // Светотехника, 1986, №10, с. 14-17.
2. Куш О. К. Оптический расчет световых и облучательных приборов на ЭВМ / О. К. Куш. – М.: Энергоатомиздат, 1991. 152 с.
3. Муханов П.В. Автореферат диссертации на соискание научной степени кандидата технических наук «Принципы построения систем автоматизированного проектирования световых приборов», 2010.// Реж. доступу [http://www.dissercat.com/content/printsipy-postroeniya-sistem-avtomatizirovannogo-proektirovaniya-svetovyykh-priborov?\\_openstat=cmVmZXJ1bi5jb207bm9kZTthZDE7](http://www.dissercat.com/content/printsipy-postroeniya-sistem-avtomatizirovannogo-proektirovaniya-svetovyykh-priborov?_openstat=cmVmZXJ1bi5jb207bm9kZTthZDE7)

### References

1. Korobko O.O. Ispol'zovanie metoda Monte-Karlo v svetotekhnicheskikh raschetah / O.O. Korobko, O.K. Kushh // Svetotekhnika, 1986, №10, s. 14-17.
2. Kushh O. K. Opticheskij raschet svetovyh i ob-luchatel'nyh priborov na JeVM / O. K. Kushh. – M.: Jenerro-atomizdat, 1991. 152 s.
3. Muhanov P.V. Avtoreferat dissertacii na soiskanie nauchnoj stepeni kandidata tehnicheskikh nauk «Principy postroeniya sistem avtomatizirovannogo proektirovaniya svetovyh priborov», 2010.// Rezh. dostupu [http://www.dissercat.com/content/printsipy-postroeniya-sistem-avtomatizirovannogo-proektirovaniya-svetovyykh-priborov?\\_openstat=cmVmZXJ1bi5jb207bm9kZTthZDE7](http://www.dissercat.com/content/printsipy-postroeniya-sistem-avtomatizirovannogo-proektirovaniya-svetovyykh-priborov?_openstat=cmVmZXJ1bi5jb207bm9kZTthZDE7)

Рецензія/Peer review : 3.5.2015 р. Надрукована/Printed : 20.6.2015 р.  
Стаття рецензована редакційною колегією