

АДАПТИВНОЕ СЕТОЧНОЕ СЖАТИЕ 3D ТВ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОМАСШТАБНЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Аннотация. В статье исследуется сжатие 3D объектов в телевизионной графике с использованием многообразий и графов. Спектральные преобразования позволяют адаптивно сжимать топологию 3D объектов, используя собственные вектора графа Кирхгофа. 3D сеточные модели могут иметь более 10^5 вершин и для сжатия требуется быстрое вычисление базисных функций больших графов, что численно является сложной быстро развивающейся задачей.

Ключевые слова: изображение, 3D сетка, сжатие, многообразие

E.V. Osharovskaya

O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications, Ukraine

ADAPTIVE MESH COMPRESSION IN 3D TV OBJECTS USING MULTISCALE MANIFOLDS

Abstract. This paper investigates compression of 3D objects in television 4D graphics using manifold learning. Spectral compression uses the eigenvectors of the graph Laplacian of an object's topology to adaptively compress 3D objects. 3D compression is a challenging application domain: object models can have $> 10^5$ vertices, and reliably computing the basis functions on large graphs is numerically challenging/.

Key words: image, 3D mesh, compression, manifold

Введение

Сжатия JPEG широко используется для создания, хранения и передачи изображений. Формально, JPEG использует дискретное косинусное преобразование для трансформации изображений из "пространственной" области в спектральную Фурье область, в которой "энергия" изображений сконцентрирована в низкочастотных собственных векторах. Тем не менее, ДКП предполагает фиксированную 2D топологию и не может быть непосредственно применено для сжатия 3D-объектов в телевизионной анимации и графике.

Следовательно, проблема сжатия 3D-объектов представляет большой интерес в телевизионной и компьютерной графике [1, 3] предложили адаптивный к конкретным 3D-объектам спектральный метод сжатия, используя базисные вейвлет функции для известной топологии графа объекта.

1. Постановка задачи

В этой статье используется новый подход к сжатию 3D сеток с помощью диффузных вейвлетов, представляющих собой многомасштабные многообразия, или, более общие расширения wavelet анализа применительно к графам с произвольной топологией. В отличие от «глобального» характера матриц графов Кирхгофа (Laplacian), диффузные базисы всплесков являются компактными и многомасштабными по своей природе. Разложим большие графы, используя метод быстрой декомпозиции и объединим вычисленные на каждом подграфе локальные иерархические вейвлеты,

Этот подход является естественным обобщением "Фурье" анализа на дискретных графах, в частности, собственные функции графа Кирхгофа, по существу есть Фурье базисы на графах. [2]. Граф Кирхгофа начал играть все более заметную роль в машинном обучении в области спектральной кластеризации, нелинейного уменьшения размерности, а также в приложениях, таких как сегментация в компьютерном зрении. [4, 8].

Набором элементов матрицы представлены вершин графа, где ребра треугольников используются как "локальные" меры расстояния для переменных x и y , например, если y входит в число K - ближайших соседей x . Вес ребер задается, как правило, с помощью ядра преобразования [1, 9]

$$\frac{\|x^2 - y^2\|}{e^{2\sigma^2}}.$$

Для такого неориентированного графа G оператор Кирхгофа может быть определен несколькими способами, в том числе, как разность двух матриц $L = D - W$, где W представляет весовую матрицу, а D - является диагональной "валентной" матрицей смежностей; элементами главной диагонали матрицы будут суммы весов ребер, инцидентных соответствующей вершине. Несколько последних теоретических исследований показали, что граф Кирхгофа асимптотически сходится к оператору Кирхгофа-Бельтрами на многообразии при определенных условиях по распределению выборки [5]

Конечно, сжатие 3D объектов является сложной проблемой для современных методов на многообразиях и спектральном обучении. D объекты могут быть очень большими, в результате чего графов с 10^5 или более вершин и миллионов ребер. Существующие алгоритмы регрессии на графах, а также полуконтролируемого обучения графов [3, 6, 4], как правило, включают инверсию матрицы Кирхгофа на всем графе, с объемом вычислений $O(|V|^3)$, или на подграфе, определенного как неразмеченный, который, как правило, гораздо больше, чем размеченный.

Аналогичный анализ наихудшего случая имеет место для подходов, которые используют собственные векторы графа Кирхгофа в качестве основы [4]. Прямое применение диагонализации или инверсионных методов матриц Кирхгофа размера 10^5 , кажется невозможным, даже если во многих случаях, эти матрицы являются весьма разреженными.

В этой статье, вводится новая основа для адаптивного сжатия 3D-объектов. Данный подход, в первую очередь, призван устранить ограничения существующих методов Фурье, основанные на глобальных представлениях собственных векторов. Классически, ограничения преобразований Фурье хорошо известны и привели к развитию вейвлетов [7], позволяющих справиться с трудностями в эффективной аппроксимации кусочно-гладкой геометрии сеток. Предлагается использовать разномасштабные диффузные вейвлеты, предложенные Койфманом и Маггони в 2006 г.; [4].

2. Спектральное сжатие сеток методом Фурье: в базисе вейвлетов

Проблема сжатия 3D-объектов уже давно интересна в компьютерной графике [1]. Карни и Гоцман [2] в 2000 году предложили адаптивный спектральный метод сжатия, где компрессия 3D-объектов достигается путем нахождения базисных функций по известной топологии графа объекта.

Тем не менее, они отметили, что их результаты на гладких моделях были значительно лучше, чем на моделях, содержащих четкие границы и складки, из-за очень высоких частот, присутствующих в объекте.. [2]. Рассмотрим применение нового мощного класса методов нелинейной аппроксимации функций, называемых диффузные вейвлеты [4], которые обобщают классические всплески на графах и многообразиях. Они названы диффузными вейвлетами, потому что они связаны с процессом диффузии (по аналогии с графом Кирхгофа), который определяет различные масштабы. Они удачно позволяют переформатировать собственные векторы оператора Кирхгофа в сеточной аппроксимации, реконструируя локальные разрывы почти идеально, даже с небольшим числом базисных функций.

3. Аппроксимация геометрии сеток в базисе Кирхгофа

Задача сжатия сеток заключается в аппроксимации 3D координатных функций, при разметке каждой вершины в пространстве 3D позиции: $V \rightarrow R^3$. Более конкретно, объект 3D задается графом $G = (V, E, W, M)$, где 3D координаты сетки $M(v) \in R^3$. Матрица весов W представляет собой набор весов для каждого ребра $e \in E$. Если использовать двоичные веса, то $W(i, j) = 1$, если $(i, j) \in E$.

Проблема в том, чтобы приблизить координаты сетки, используя набор базисных функций, которые не предварительно вычисляемы или хранимы, но вместо этого адаптивно определяются по топологии графа. Точнее, пусть v_x, v_y, v_z координаты вершины $v \in G$. Каждую из этих координатных функций можно аппроксимировать, проецируя их на подпространство, натянутое на какой-то ортогональной основе, а именно либо Фурье (Кирхгофа), либо (диффузия) вейвлет базисный набор. Определим $x \mapsto y$ для обозначения ребра между x и y , и степень x будет $d(x) = \sum_{x \mapsto y} w(x, y)$. D обозначает диагональную

матрицу, определяемую как $D_{xx} = d(x)$, и W матрица, определяемая как $W_{x,y} = w(x, y) = w(y, x)$. Норма L^2 функции на G задается как $\|f\|_2^2 = \sum_{x \in G} |f(x)|^2 dx$. Если ребро e соединяет i и j , то градиент функции можно записать как $\nabla f(i, j) = w(i, j) \cdot (f(i) - f(j))$, в противном случае $e=0$. Гладкость функции на графе может быть измерена нормой Соболева:

$$\|f\|_{H^2}^2 = \|f\|_2^2 + \|\nabla f\|_2^2 \quad (1)$$

$$\|f\|_{H^2}^2 = \sum_x |f(x)|^2 + \sum_{x \mapsto y} |f(x) - f(y)|^2 \cdot w(x, y). \quad (2)$$

Первый член в этой норме контролирует размер (в терминах L^2 - нормы) для функции f , а второй член определяет размер градиента. Чем меньше $\|f\|_{H^2}$ в H^2 , тем более гладкой является f . Будем считать, что функции мы считаем имеющими маленькие нормы H^2 , за исключением нескольких точек, где градиент может быть большим...

4. Глобальные собственные функции Кирхгофа

Глобальные базисные функции могут быть построены на графе $G = (V, E, W)$ диагонализацией комбинаторного графа Кирхгофа $L[3]$, который определяется как

$$Lf(x) = \sum_{x \mapsto y} w(x, y)(f(x) - f(y)) = (D - W)f \quad (3)$$

Эти базисные функции имеют размерность $|V| = n$, и могут быть проблематичны при больших n . Во избежание этих трудностей рекомендуется вычислять собственные функции Кирхгофа на подграфах намного меньшего размера. Фактически лучше всего использовать нормализованную размерность

$L = D^{-\frac{1}{2}}(D - W)D^{-\frac{1}{2}}$, имеющую спектр на интервале $[0, 2]$. Нормализованный Лапласиан связан с понятием гладкости функции, как указано выше, $f, Lf = \sum_{x,y} f(x)Lf(y) = \sum_{x,y} w(x,y)(f(x) - f(y))^2 = \|\nabla f\|_2^2$, которая должна сравниваться с (2)

Спектральная теорема может быть применима к \mathcal{L} (или L), приводя к дискретному множеству собственных значений $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ и соответствует ортонормированному базису собственных функций $\{\xi_i\}_{i \geq 0}$ решения задачи о собственных значениях $\mathcal{L} \xi_i = \lambda_i \xi_i$

Собственные функции Лапласиана могут быть рассмотрены как ортонормированное основание глобальных гладких функций Фурье, которые могут использоваться для аппроксимации любой функции, заданной на графе. Заметим, что ξ_i удовлетворяет условию $\|\nabla \xi_i\|_2^2 = \lambda_i$.

Фактически, вариационная характеристика собственных векторов показывает, что ξ_i - нормализованная функция, ортогональная к ξ_0, \dots, ξ_{i-1} с минимальным $\|\nabla \xi_i\|_2$. Следовательно, проекция функции f на S по главным k собственным векторам Лапласиана является самым гладким приближением к f , в смысле нормы в H^2 . Потенциальный недостаток Лапласовского приближения состоит в том, что оно обнаруживает только глобальную гладкость, и может плохо аппроксимировать функцию, которая не является глобально гладкой, но только кусочно-гладкой, или с различной гладкостью в различных областях. Диффузионные всплески были прежде всего, предназначены для устранения этих недостатков.

5. Вне собственных векторов: многомасштабные диффузные вейвлеты

Диффузионные вейвлеты обобщают вейвлет-анализ для функций на многообразиях и графах [4, 7]. Входом алгоритма является параметр "точности" $\varepsilon > 0$, и взвешенный граф (G, E, W) . Конструкция основана на использовании естественного случайного блуждания $P = D^{-1}W$ на графе и своих полномочий "расширять", или "диффузировать" функции на графе, а затем определение связанного крупного фрагмента графа.

$$H^t = D^{-\frac{1}{2}} P^t D^{-\frac{1}{2}} = \sum (1 - \lambda_i)^t \xi_i(\cdot) \xi_i(\cdot) \quad (4)$$

где $\{\lambda_i\}$ и $\{\xi_i\}$ соответственно собственные значения и собственные функции Лапласиана.

Следовательно, собственные функции H^t снова ξ_i и i^t - собственные значения $(1 - \lambda_i)^t$. Мы предполагаем, что H^t является разреженной матрицей, и что спектр H^t имеет быстрое разложение. А дерево диффузных вейвлетов состоит из ортогональных функций диффузии - масштабирования Φ_i , являющихся гладкими ударными функциями, с некоторыми колебаниями, в масштабе примерно 2^j (измеряется по отношению к геодезическому расстоянию, при небольших j) и ортогональные вейвлеты Ψ_j , которые также гладкие функции, с локализованными колебаниями в том же масштабе. Функции масштабирования Φ_i охватывают подпространство V_j , с тем свойством, что $V_{j+1} \subseteq V_j$, и охватывает пространство Φ_{i+1}, W_j ,

является ортогональным дополнением V_j в V_{j+1} . Это достигается с помощью вторых степеней H^{2^j} как «растяжений», для создания плавности и ширины (всегда в геодезическом смысле) "Ударные" функции (которые представляют плотность для симметризованного случайного блуждания после 2^j шагов), и ортогонализации и субдискретизации надлежащим образом для трансформации наборов "разрывов" в ортонормированные масштабирующие функции.

Заключение

Трехмерные модели иногда представлены точечными множествами в пространстве R^n , и могут быть обработаны, прибавляя фазу построения графа. В случаях, когда координатная аппроксимируемая функция может влиять на построенные базисы, многомасштабность может также быть изменена диффузными вейвлетами для соответствия геометрии пространства. Другая нерешенная задача как сжать тензорную информацию, хранящуюся в каждой вершине, такой как матрица значений текстуры или освещения. Одна стратегия состоит в том, чтобы использовать гомогенные графы, определенные оператором группы, по которому может быть построен вибрационный Лапласиан. Наконец, необходим теоретический анализ стабильности Лапласиана и базисов диффузных вейвлетов при иерархическом дроблении графов.

Литература / References

1. Taubin, G.. A signal processing approach to fair surface design / G.. A Taubin, // . SIGGRAPH '95: - Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques - New York, - NY,

USA: – ACM Press – .1995 – pp. 351–358

2. Karni, Z.. Spectral compression of mesh geometry / Z. Karni., C. Gotsman, . // SIGGRAPH '00:– Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques – 2000 – pp. 279–286

3. Chung, F. Spectral graph theory./ F. Chung // American Mathematical Society – No. 92. . – 1997 – P..742

4. Coifman, R. R. Diffusion wavelets./ R. R. Coifman., M. Maggioni, .// Applied and Computational Harmonic Analysis, – 21 - 2006–P. 53–94.

5. Mahadevan, S. Value function approximation with diffusion wavelets and laplacian eigenfunctions / R. Mahadevan, S., M. Maggioni, . // Proceedings of the Neural Information Processing Systems (NIPS). – MIT Press.– 2006 – p. 978-912

6. Belkin, M. / Semi-supervised learning on Riemannian manifolds. / M. Belkin, P. Niyogi, .// Machine Learning – 56 – 2004 – p. 209–239.

7. Mallat, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation./ S. G. Mallat, // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., – 1989 –P. 674–693.

8. Bremer, J. C.. Diffusion wavelet packets. / J. C. Bremer, , R. R. Coifman, , M. Maggioni,., A. D. Szlam .// Applied and Computational Harmonic Analysis, – 21 – 2006 – P. 95–112

9. Samus N. 3D image mesh entropy coding / N.S. Samus, E.V. Osharovskaya // Збірник „Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова”: – Одеса: Одес. нац. академія зв’язку ім. О.С.Попова. – 2014. – №2. – С. 214-220.

Рецензія/Peer review : 23.09.2015 р.

Надрукована/Printed :20.10.2015 р.

УДК 519.876.5

М.П. ДИВАК, С.Я. КРЕПИЧ, Т.М. ДИВАК, В.І. МАНЖУЛА

Тернопільський національний економічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ПРИДАТНОСТІ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ ЛІНІЇ ПО ВИГОТОВЛЕННЮ ГІПСОКАРТОНУ В УМОВАХ ЗМІННИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИРОВИНИ

В статті розглянута задача моделювання та забезпечення функціональної придатності технологічного обладнання лінії по виготовленню гіпсокартону в умовах змінних характеристик сировини. Створена інтервальна модель часу затвердіння гіпсокартону в залежності від параметрів технологічного обладнання та характеристик сировини. Розглянута задача синтезу параметрів технологічного обладнання, характеристик сировини та їхніх технологічних допусків. Додатково введені обмеження, на параметри технологічного обладнання та характеристики складників технологічного процесу з метою отримання множини розв’язків ІСЛАР, які відповідають фізичному змісту процесів.

Ключові слова: функціональна придатність, гіпсо-водяна суміш, характеристики сировини, параметри технологічного обладнання, інтервальна система

M.P. DYVAK, S.YA. KREPYCH, T.M. DYVAK, V.I. MANZHULA

Ternopil National Economic University

MODELING AND TECHNOLOGICAL SUPPORT OF FUNCTIONAL SUITABILITY OF TECHNICAL EQUIPMENT LINE FOR MANUFACTURING DRYWALL IN CONDITION OF VARIABLE RAW MATERIALS CHARACTERISTICS

In the paper the problem of modeling and providing of functional suitability of the technical equipment of lines for the manufacture of gypsum board in terms of raw characteristics changes. Created interval model of solidification time for drywall depending on parameters of process equipment and characteristics of the raw material. Considered the task of synthesis of technological equipment parameters, raw materials characteristics and their technical tolerances. Additionally imposed restrictions on parameters of technical equipment and characteristics of the technical process components to obtain ISLAE set of solutions that meet the physical processes content.

Keywords: functional suitability, gypsum-water mixture, the characteristics of raw materials, process equipment parameters, interval system

Постановка проблеми

Гіпсокартон є одним із найбільш поширених облицювальних матеріалів у будівництві [1]. Як вихідні матеріали для виготовлення гіпсокартонних плит використовують напівводяний гіпс ($\text{CaSO}_4(0,5-0,7)\text{H}_2\text{O}$), добавки для прискорення чи сповільнення процесу затвердіння гіпсо-водної суміші, піноутворювачі та високоякісний багат шаровий пресований картон товщиною не більше 0,6 мм. Напівводяний гіпс одержують із природного гіпсу шляхом випалювання. Одним із найбільших виробників гіпсокартону є фірма KNAUFF. На підприємствах згаданої компанії функціонують високотехнологічні лінії по виробництву гіпсокартонних плит. Розглянемо схематично устаткування для виготовлення гіпсокартону.

Гіпсокартонні плити виготовляють за безперервною технологією на великих конвеєрних установках. Найважливіші ділянки технологічної лінії з виробництва гіпсокартонних плит рис. 1 такі: підготовка водно-гіпсової суміші та подача її на формувальний стіл; формування полотна (гіпсового осердя обклеєного з обох боків картоном); затвердіння полотна гіпсу в процесі переміщення на стрічковому