

РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕРИТРОЦИТУ ЯК ОБ'ЄКТА ВИМІРЮВАНЬ ЛАЗЕРНИХ ДІАГНОСТИЧНИХ СИСТЕМ

У роботі було визначено оптичні характеристики моделі еритроциту: коефіцієнт розсіювання в залежності від розміру частинки та показника заломлення для розробки та аналізу математичної моделі еритроциту на основі вектор-параметра Стокса і матриці розсіювання світла (MPC), формалізму T-матриці, який базується на лінійності рівнянь Максвелла.

Ключові слова: математична модель, вектор-параметр Стокса, матриця розсіювання світла (MPC), формалізм T-матриці.

M. F. BOGOMOLOV, O.V. STARODUB

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

DEVELOPMENT AND ERYTHROCYTE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS AS OBJECTS MEASUREMENTS LASER DIAGNOSTIC SYSTEMS

Abstract - Development of methods, algorithms, software and hardware for the analysis of blood cells - red blood cells based on advanced optoelectronic and laser technologies that provide high efficiency and accuracy of research. The work was defined optical characteristics of model erythrocytes: scattering coefficient depending on the size of the particles and refractive index for the development and analysis of mathematical models of erythrocytes from vector-Stokes parameters and scattering of light (MRS) formalism T-matrix based on linear equations Maxwell. The mathematical model can be used to identify the status of red blood cells, because with different size and shape of erythrocytes appearance scattering coefficient for different shapes and different characteristics of the particles. Thus, we can distinguish between normal and abnormal red blood cells, allowing the early stages quickly and efficiently diagnose diseases such as hemolytic anemia, septicemia, and disseminated intravascular coagulation.

Keywords: mathematical model, Stokes vector-parameter matrix light scattering (MRS) T-matrix formalism.

Математичне моделювання є найбільш загальним методом дослідження в науці, а самі математичні моделі в достатній мірі адекватно відображають і описують дослідний об'єкт, процес чи явище. Важливою характеристикою шуканої математичної моделі є її універсальність при застосуванні. Розробка методик, алгоритмів, програмного забезпечення та технічних засобів для аналізу стану формених елементів крові – еритроцитів на базі сучасних оптико-електронних та лазерних технологій забезпечують високу оперативність, точність та неінвазивність досліджень. Проте для коректної постановки задачі розсіювання необхідно враховувати інтенсивність і поляризацію випромінювання, що досягається введенням вектор-параметра Стокса і матриці розсіювання світла (MPC)[1].

Пружна взаємодія частинки з плоскою гармонічною хвилею може бути описана як лінійне перетворення параметрів Стокса (I_i, Q_i, U_i, V_i) падаючого випромінювання, результатом якого є параметри Стокса (I_s, Q_s, U_s, V_s) розсіяного випромінювання [1]:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} F \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

де F – матриця розсіювання світла розміром 4×4 .

Потрібно зазначити, що параметри Стокса для світла, розсіяного сукупністю випадково розташованих не взаємодіючих частинок, представляє собою суму параметрів Стокса для світла, розсіяного окремими частинками, а матриця розсіювання для такої сукупності є сума матриць окремих частинок.

MPC для хаотично орієнтованих сферіодальних частинок, згідно [2], має шість незалежних параметрів:

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 \\ -f_{12} & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & -f_{43} \\ 0 & 0 & f_{43} & f_{44} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

MPC довільних однорідних сферичних частинок має вісім відмінних від нуля елементів, при чому лише три незалежних:

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 \\ -f_{12} & f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & f_{34} \\ 0 & 0 & -f_{34} & f_{33} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

$$f_{11}^2 = f_{12}^2 + f_{33}^2 + f_{34}^2.$$

В ряді робіт досліджено вплив форми і орієнтації частинок, що розсіюються, на матриці розсіювання світла середовищами типу природних аерозолів і гідрозолів.

Кутові залежності MPC для багатьох видів частинок виміряні експериментально. Так, експериментально вимірялись кутові залежності елементів матриці не агрегованих еритроцитів при умові квазіоднократності розсіювання. Умови квазіоднократності розсіювання досягались використанням тонкої (7 мкм) кювети, в яку було поміщено еритроцити. Вимірювання проводились на автоматизованому поляризаційному нефелометрі, який дозволяє виміряти кутові залежності всіх 16 елементів матриці розсіяного світла[3].

Оптичні вимірювання крові ґрунтуються на оптичних властивостях поглинання крові. Середній показник поглинання показує ряд відповідних фізіологічних властивостей крові, таких як ступінь насичення киснем, концентрація гемоглобіну і інших розчинених речовин, що поглинають світло, характерних для крові, пов'язаних із станом здоров'я пацієнта. Вимірювання поглинання оптичних властивостей крові часто виконуються шляхом реєстрації відбитого або поглинутого світла, або аналізу зразка крові або перфузії тканин крові. Для того, щоб пов'язати вимірювані величини (коефіцієнт пропускання і/або віддзеркалення) з поглинальним параметром крові застосовуються декілька теоретичних моделей розсіювання, наприклад, транспортне рівняння апроксимації розсіювання або Монте-Карло.

Інтерес до розсіюючих властивостей крові зростає, оскільки вони дають важливу інформацію щодо морфологічних властивостей клітин крові.

Для отримання інформації на мікроскопічному рівні, як наприклад розмір клітки або форма, необхідна точна модель, яка розглядає розсіювання світла від кожної окремої клітки. Такі методи засновані на вирішенні рівнянь Максвелла для об'єкту з формою подібної клітини, але кожен застосовує різні наближення, потрібні для отримання кутового розподілу розсіяного світла. Вибір моделі ґрунтується на властивостях модельованого об'єкту, які визначають наближення.

Розмір еритроцитів в 10 разів більше довжини хвилі в оптичному діапазоні, а це означає, що ні розсіювання Релея, що складається з наближення дійсного для малих розсіювачів порівняно з довжиною хвилі, ні теорія геометричної оптики для великих розсіювачів не можуть успішно застосовуватися. Замість цього для еритроцитів застосовуються інші наближені моделі, такі як дифракція Фраунгофера, аномальна дифракція і розсіювання Релея-Ганса-Дебая, а також точні вирішення рівнянь Максвелла для однорідної або шаруватої сфери, тобто Лоренц-теорії Мі. Останній метод застосовується для оцінки впливу розміру випадково орієнтованих еритроцитів на оптичні властивості розсіювання, виконуються обчислення Мі на різних сферах еритроцитів еквівалентного розміру і порівнюється теоретично отримані властивості розсіювання і виміряні. Успішні результати цього дослідження показують, що розмір, а не форма впливає на розсіювання світла від суспензії з випадково орієнтованими частинками. Проте, випадкова орієнтація еритроцита експериментально рідко реалістична, а оптичні вимірювання часто виконуються на рухомій крові. Розглядають еритроцит у формі диска, асиметричні форми частинок впливають на кутовий розподіл розсіяного світла. Такі параметри, як напрям і ступінь вирівнювання частинок в порівнянні з напрямом падаючого світла, а також форми частинок грають важливу роль в оцінці оптичних вимірювань потоку крові. З метою вивчення впливу форми клітки на розсіювання світла застосовується Т-матричний формалізм, який полягає в тому, що, використовуючи складені відображення полів, отримуємо відношення між коефіцієнтами розповсюдження для випадкових і розсіяних полів.

Електричні поля, з довжиною хвилі в середовищі λ , повинні задовольняти рівняння Максвелла, представлені у векторному рівнянні Гельмгольца:

$$\nabla \times \nabla \times E - k^2 E = 0, \quad (1.4)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число. Для сфероїдального об'єкту розсіювання основні функції - сферичні хвильові вектори M_v і N_v , де v представляє сферичну гармоніку з індексами m та n . Цими функціями задаються, якщо використовується тимчасова залежність $e^{-i\omega t}$ ($\omega = 2\pi c/\lambda$, де c швидкість світла):

$$\begin{aligned} M_v^0(r) &= \nabla \times r e^{-im\varphi} P_n^m(\cos\theta)(j_n(kr) + in_n(kr)) \\ N_v^0(r) &= k^{-1} \nabla M_v(r) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Нормальні хвильові вектори $N_v^r(r)$ й $M_v^r(r)$ мають чисту Бесселеву функцію радіальної залежності. Випадкове поле в навколишньому середовищі є постійним і таким чином збільшується в постійних хвилях:

$$E_i(k_{surmed}r) = E_0 \sum_v D_v (a_v M_v^r(k_{surmed}r) + b_v N_v^r(k_{surmed}r)), \quad (1.6)$$

де E_0 - амплітуда випадкового поля, D_v - нормальна постійна, a_v и b_v - коефіцієнти розповсюдження. Коефіцієнти a_n й b_n виражаються в термінах пов'язаних з функціями Легендре і їх похідними. Внутрішнє поле в межах об'єкту збільшується на тих же постійних хвильових векторах:

$$E_{int}(k_{object}r) = E_0 \sum_{\mu} (c_{\mu} M_{\mu}^r(k_{object}r) + d_{\mu} N_{\mu}^r(k_{object}r)), \quad (1.7)$$

де μ сполучає два показники сферичних гармонік приведених раніше і c_{μ} й d_{μ} - коефіцієнти розповсюдження внутрішнього поля. Розсіяне поле затухає і збільшується в затухаючих сферичних хвилях, тобто, використовуються функції Ньюмана в рівнянні:

$$E_s(k_{surmed}r) = E_0 \sum_{\nu} D_{\nu} (f_{\nu} M_{\nu}^0(k_{surmed}r) + g_{\nu} N_{\nu}^0(k_{surmed}r)), \quad (1.8)$$

де f_{ν} й g_{ν} - коефіцієнти розповсюдження, що характеризують розсіяне поле[4].

З рівняння (1.8) шляхом множення відомих коефіцієнтів розповсюдження отримуємо матрицю переходу, або Т-матрицю:

$$\begin{pmatrix} f_{\nu} \\ g_{\nu} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} T - \\ matrix \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\nu} \\ b_{\nu} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Таким чином, рішення скорочується до обчислень коефіцієнтів розповсюдження розсіяного поля і елементів Т-матриці. Внутрішнє поле приймаємо як індуковані потоки поляризації в межах сфероїда, який у свою чергу проводить випадкове поле. Таким чином, зв'язок між розсіяним і випадковим полем, математично виражається Т-матрицею, фізично знаходиться у внутрішньому полі. Щоб спростити математичний аналіз, внутрішні потоки поляризації замінюються еквівалентним розподілом електричних і магнітних потоків на поверхні об'єкту. В результаті приголосній теоремі еквівалентності отримуємо результуюче поле, що дорівнює нулю в межах об'єкту розсіювання. Розсіяне поле - поверхневі інтеграли, пов'язані з поверхневими потоками, які у свою чергу пов'язані з випадковим полем через теорему еквівалентності. Це означає, що збільшення коефіцієнтів розсіяного поля відносяться до тих внутрішніх полів, які можуть бути виражені в матричній формі таким чином:

$$\begin{pmatrix} f_{\nu} \\ g_{\nu} \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} B - \\ matrix \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\mu} \\ d_{\mu} \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Елементи В-матриці складаються з поверхневих інтегралів поверхневих потоків. Крім того, коефіцієнти розповсюдження внутрішнього поля пов'язані з тими випадковими полями, які відповідають теоремі еквівалентності:

$$\begin{pmatrix} A - \\ matrix \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\mu} \\ d_{\mu} \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} a_{\nu} \\ b_{\nu} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Елементи А-матриці також складаються з поверхневих інтегралів. Т-матриця оброблює і об'єднує ці два кроки, пов'язуючи коефіцієнти розповсюдження випадкового поля безпосередньо з коефіцієнтами розповсюдження розсіяного поля:

$$\begin{pmatrix} f_{\nu} \\ g_{\nu} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B - \\ matrix \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A - \\ matrix \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} a_{\nu} \\ b_{\nu} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} T - \\ matrix \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\nu} \\ b_{\nu} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Елементи Т-матриці обчислюються поверхневими інтегралами. Крім того, коли об'єкт розсіювання симетричний осі сфероїда, поверхневі інтеграли можуть бути спрощені до просторових лінійних інтегралів, спрощуючи подальші обчислення. У разі сферичних об'єктів діагональ і елементи Т-матриці можуть бути обчислені аналітично. Явний вираз розсіяного поля тоді ідентично отримане відповідно до теорії Мі[5].

Формалізм Т-матриці, описаний вище, забезпечує точне рішення задачі світлового розсіювання симетричними по осях об'єктів, за умови, що області в рівнянні (1.7) - (1.8) розширені в нескінченному числі елементів. В результаті отримуємо Т-матрицю нескінченного розміру і, застосовуючи практичні обчислення, скорочуємо нескінченний ряд. З цього виходить, що потрібно розглядати наближені параметри для досягнення правильного рішення в межах необхідної точності. Часто використовуються три параметри наближення. Перевірка наближень має особливе значення, оскільки обчислення Т-матриці для великих об'єктів вимагають дуже точних обчислень елементів матриці, так само як великих матриць. Початкові маленькі числові помилки можуть дати інший результат з явними помилками в завершальній Т-матриці. Застосування одиничної точності в обчисленнях Т-матриці приводить до гарної точності для маленьких (в порівнянні з довжиною хвилі) і слабо асферичних сфероїдів розмірами $x < 25$ і осьовими відношеннями близькими до одиниці. Обчислення Т-матриці сфероїдальних частинок з подібною формою і об'ємом для великих (в порівнянні з довжиною хвилі), високо асферичних еритроцитів раніше не були можливі. Міщенко і Тревіс [6] показали, що для досягнення достатньо високої точності до 2-2.7 разів великих розмірів, використовують розширену точність (32-розрядні числа).

Тому необхідно розширити діапазон параметрів розміру, включаючи розширену точність використовуваних змінних. Проте, оскільки розширену точність нелегко включити в реальні і уявні частини складних змінних, вибирається реальна частина [5]. Це виключає вибір моделювання результату світлового поглинання в межах сфероїда, що розсівається, і його дію на розсіяне поле, оскільки світлове поглинання виражається уявним коефіцієнтом поглинання. Для оцінки впливу світлового поглинання розроблені розрахунки з подвійною точністю змінних (16-розрядні числа), дозволяючи включати складні коефіцієнти заломлення [5]. Це дозволяє порівнювати результати обчислень і без поглинання для сфероїдів розміру

такого ж, як і в розрахунках з подвійною точністю, але з осьовими відносинами ближче до одиниці.

Вирази для складових поля зовнішньої розсіяної хвилі можна записати у вигляді:

$$E_{\theta} = H_{\varphi} = -\frac{i}{kr} e^{-ikr+i\omega t} \cos\varphi S_2(\theta),$$

$$-E_{\varphi} = H_{\theta} = -\frac{i}{kr} e^{-ikr+i\omega t} \sin\varphi S_1(\theta),$$

де

$$S_1(m, x, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot n + 1}{n \cdot (n + 1)} \cdot (a_n \cdot \pi_n(\cos \theta) + b_n \cdot \tau_n(\cos \theta)),$$

$$S_2(m, x, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot n + 1}{n \cdot (n + 1)} \cdot (b_n \cdot \pi_n(\cos \theta) + a_n \cdot \tau_n(\cos \theta)),$$

де θ - кут розсіювання, визначається направленням падаючих хвиль, центром розсіювання й напрямком спостереження.

Коефіцієнт розсіювання визначається за наступною формулою:

$$K_{роз} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \left\{ |a_n|^2 + |b_n|^2 \right\}, \quad (1.14)$$

де x - дифракційний параметр частинки, який визначається як $x = \frac{k}{r}$, при $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; r - радіус частинки; λ - довжина хвилі.

Вирази для коефіцієнтів розсіяних хвиль a_n і b_n :

$$a_n = \frac{\psi_n(x) \psi'_n(mx) - m \psi_n(mx) \psi'_n(x)}{\zeta_n(x) \psi'_n(mx) - m \psi_n(mx) \zeta'_n(x)}, \quad (1.15)$$

$$b_n = \frac{m \psi_n(x) \psi'_n(mx) - \psi_n(mx) \psi'_n(x)}{m \zeta_n(x) \psi'_n(mx) - \psi_n(mx) \zeta'_n(x)}, \quad (1.16)$$

де m комплексний показник заломлення сферичної частинки стосовно навколишнього зовнішнього середовища, який записується у вигляді:

$$m = n + i\chi, \quad (1.17)$$

n - дійсна частина показника заломлення;

χ - уявна частина показника заломлення.

Для обчислення функцій Ψ_n та ξ_n і їх похідних користуються відомими рекурентними співвідношеннями:

$$\Psi_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{x} \Psi_n(x) - \Psi_{n-1}(x),$$

$$\xi_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{x} \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x). \quad (1.18)$$

Однак багаторазове використання залежності (1.18) при обчисленні $\Psi_n(x)$ від малих n до великих супроводжується швидким накопиченням відносної похибки.

Для розрахунку функцій Ψ_n та ξ_n може використовуватись вихідна рекурсія (1.18). Знаючи

$$\xi_0(x) = \sin(x) - i \cos(x), \quad \xi_1(x) = \frac{\sin x}{x} - \cos x - i \left(\sin x + \frac{\cos x}{x} \right), \quad (1.19)$$

$$\Psi_0(x) = \sin x, \quad \Psi_1(x) = \frac{\sin x}{x} - \cos x,$$

де $x = kr$ - дифракційний параметр частинки;

Використовуючи рекурентні співвідношення (1.18) та знаючи (1.19) було виведено та записано вирази для визначення Ψ_n та ξ_n .

Таким чином для Ψ_n маємо наступні вирази:

$$\Psi_0 = \sin x,$$

$$\Psi_1 = \frac{\sin x}{x} - \cos x,$$

$$\Psi_2 = \left(\frac{3}{x^2} - 1\right) \sin x - \frac{3}{x} \cos x,$$

$$\Psi_3 = \left(\frac{15 - 6x^2}{x^3}\right) \sin x + \left(\frac{15}{x^2} + 1\right) \cos x,$$

$$\Psi_4 = \left(\frac{105}{x^4} - \frac{45}{x^2} + 1\right) \sin x + \left(\frac{105}{x^3} + \frac{10}{x}\right) \cos x.$$

Запишемо вирази для ξ_n :

$$\xi_0 = \sin x - i \cos x,$$

$$\xi_1 = \frac{\sin x}{x} - \cos x - i\left(\sin x + \frac{\cos x}{x}\right),$$

$$\xi_2 = \left(\frac{3}{x^2} - 1\right) \sin x - \frac{3}{x} \cos x - i\left(\frac{3}{x} \sin x + \left(\frac{3}{x^2} + 1\right) \cos x\right),$$

$$\xi_3 = \left(\frac{15}{x^2} - 6\right) \frac{\sin x}{x} + \frac{15}{x^3} \cos x + i\left(1 - \frac{15}{x^2}\right) \left(\sin x + \frac{\cos x}{x}\right),$$

$$\xi_4 = \left(\frac{135}{x^4} - \frac{57}{x^2} + 1\right) \sin x - \frac{3}{x} \left(\frac{45}{x^3} + 1\right) \cos x - i\left(\frac{3}{x} \left(\frac{45}{x^2} - 2\right) \sin x + \left(\frac{135}{x^4} - \frac{6}{x^2} + 1\right) \cos x\right).$$

Запишемо вирази для коефіцієнтів $\pi_n(\theta)$:

$$\pi_0(\theta) = 0,$$

$$\pi_1(\theta) = 1,$$

$$\pi_2(\theta) = 3 \cos \theta,$$

$$\pi_3(\theta) = \frac{15 \cos^2 \theta - 3}{2},$$

$$\pi_4(\theta) = \frac{35 \cos^3 \theta}{2} - \frac{15}{2} \cos \theta.$$

Запишемо вирази для коефіцієнтів $\tau_n(\theta)$:

$$\tau_0(\theta) = 0,$$

$$\tau_1(\theta) = \cos \theta,$$

$$\tau_2(\theta) = 3 \cos 2\theta,$$

$$\tau_3(\theta) = \frac{15}{2} \cos^3 \theta - \frac{3}{2} \cos \theta - 15 \sin^2 \theta \cos \theta,$$

$$\tau_4(\theta) = \frac{35}{2} \cos^4 \theta - \frac{21}{2} \cos^2 \theta - \frac{105}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta - \frac{21}{2} \sin^2 \theta + 3 \cos 2\theta.$$

Висновки

При розробці математичної моделі необхідно було визначити оптичні характеристики моделі еритроциту: коефіцієнт розсіювання в залежності від розміру частинки та показника заломлення. Вихідними даними для розрахунку були оптичні характеристики крові, зокрема показники поглинання й розсіювання, та параметри еритроцитів.

Розроблена математична модель може застосовуватись для виявлення стану еритроцитів у крові, завдяки тому, що при різному розмірі та формі еритроциту вигляд коефіцієнта розсіювання для різних форм та характеристик частинок відрізнятиметься. Тому на основі отриманих даних можна оцінити розмір частинки, а також судити про її форму, маючи зображення коефіцієнтів розсіювання, які були обраховані за допомогою введених виразів для функцій Ψ_n , ξ_n , в залежності від показника заломлення. Тобто можна розрізняти патологічні та нормальні еритроцити, що дозволяє на ранніх стадіях швидко та якісно діагностувати такі захворювання як гемолітична анемія, септицемія, синдром ДВС.

Література

1. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами / Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 660 с.
2. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ. — М.: Из-во иностр. лит., 1961. – 536 с.
3. В. Н. Лопатин, А. В. Приезжев, А. Д. Апонасенко, Н. В. Шепелевич, В. В. Лопатин, П. В. Пожиленкова, И. В. Простакова. Методы светорассеяния в анализе дисперсных биологических сред - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 384 с.
4. Рысаков В., Стонь М. Рассеяние света взвесью частиц: IV. Предельные возможности и определения параметров взвесей методом рассеяния света // Оптика и спектр. – №2. – с. 305-309.
5. Annika M.K. Nilsson, Peter Alsholm, Anders Karlsson and Stefan Andersson-Engels «T-matrix computations of light scattering by red blood cells», Sweden, 2001.
6. Michael I.Mishenko, Larry D. Travis «Capabilites and limitations of a current fortran implementation of the T-matrix method for randomly oriented, rotational symmetric scatteres», NY, 1998.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М: Наука, 1974. – 832 с.

References

1. Bohren, D. Hafmen absorption and scattering of light by small particles / Trans. from English. - M.: Mir, 1986. - 660 p.
2. G. Van de Hulst scattering of light by small particles: Trans. from English. - M.: Because of foreign. Lighted., 1961. 536 p.
3. V.N. Lopatin, A.V. Priezzhev, A.D. Aponasenko, N.V. Shepelevich, V.V. Lopatin, P.V. Pozhilenkova, I.V. Prost. Light scattering techniques in the analysis of dispersed biological media - M.: FIZMATLIT, 2004. -384 p.
4. Trotters B., Stoney M. Light scattering particles suspension: IV. Extreme performance and determine the parameters of suspensions by light scattering // Optics and spectrum. - №2. - p. 305-309.
5. Annika M.K. Nilsson, Peter Alsholm, Anders Karlsson and Stefan Andersson-Engels «T-matrix computations of light scattering by red blood cells», Sweden, in 2001.
6. Michael I.Mishenko, Larry D. Travis «Capabilites and limitations of a current fortran implementation of the T-matrix method for randomly oriented, rotational symmetric scatteres», NY, 1998.
7. Korn G., Korn T. Handbook of mathematics for scientists and engineers. - M: Nauka, 1974. - 832 p.

Рецензія/Peer review : 15.11.2015 p.

Надрукована/Printed :19.12.2015 p.