

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ ПОВІТРЯНОГО СУДНА

Досліджено процес вибору оптимальної траєкторії польоту повітряного судна. Розроблено аналогію знаходження оптимальної траєкторії руху повітряного судна уникаючи конфліктів і оптимізуючи функцію вартості, яка залежить від тривалості поїздки, а також індекс вартості, виходячи з функції навігації та генетичного алгоритму. При знаходженні оптимальної траєкторії польоту одним із пріоритетних рішень виділено пошук приблизної геодезичної траєкторії. Наводиться механізм вибору оптимальної траєкторії польоту за участю декількох повітряних суден.

Ключові слова. траєкторія польоту, повітряний простір, повітряне судно, конфлікт, генетичний алгоритм, функція навігації, обмеження вартості, часові обмеження, зона польоту.

VICTOR PALAMARCHUK, OLEKSI POLIUKHOVYCH, ALEKSANDER LUPPO

National aviation University, Kiev, Ukraine

SELECTION OF OPTIMAL TRAJECTORY OF FLIGHT OF AIRCRAFT

The process of selecting the optimal flight path of the aircraft. Designed analogy of finding the optimal trajectory of the aircraft to avoid conflicts and optimize the cost function which depends on the duration of the trip, as well as the index value on the basis of the navigation function and genetic algorithm. In finding the optimal trajectory of a priority to allocate search approximate geodesic path. It provides a mechanism of choosing the optimal flight path involving several aircraft.

Keywords flight path, air, aircraft, conflict, genetic algorithm, the navigation function, limit value, time constraints, the flight zone.

Постановка проблеми

За останнє десятиліття було запропоновано кілька методів[1,2] щодо знаходження оптимального рішення, здатного забезпечити проходження шляху повітряним судном на найбільш вигідних умовах. Метою цих методів виступає механізм уникнення конфліктів між групою суден. На сьогоднішній день, розрізняють два основні класи методів, які призводять до вирішення проблеми знаходження оптимальної траєкторії руху повітряного судна, це генетичні алгоритми і функція навігації, кожен із зазначених методів призводить лише до часткового вирішення проблеми. Перший – полягає у генеруванні безлічі траєкторій з використанням трьох основних операторів: відбору, мутації і кросовера. Генетичні алгоритми генерації траєкторії руху досягаються асимптотично оптимальним рішенням, проте у рамках часу даний алгоритм не гарантує абсолютно оптимального підходу. Другий метод, заснований на навігаційних функціях, полягає у електростатичному моделюванні. Головною проблемою даного методу виступає те, що електрон, який має негативний заряд, є предметом електричного поля, і привертає позитивний заряд (ціль), що відштовхнувся від негативних зарядів (перешкод).

Таким чином, літак (віртуальний електрон) являє собою момент у 3D просторі і якщо математична функція потенційних полів може бути побудована відносно різнозаряджених електронів, то віртуальна сила спрямована на ціль (оптимальну траєкторію), може бути обчислена. Це призводить до знаходження траєкторії руху, яка з'єднує точку вильоту з пунктом призначення, при цьому уникаючи перешкод.

Навігаційні функції вже довели свою ефективність у плануванні руху з гарантованим униканням зіткнень, проте вони не беруть до уваги економічну складову, обмеження швидкості, часові обмеження.

Дана робота, заснована на аналогії знаходження оптимальної траєкторії руху повітряного судна уникаючи конфліктів і оптимізуючи функцію вартості, яка залежить від тривалості поїздки, а також індекс вартості (коефіцієнт, що враховує витрату палива).

Актуальність дослідження

Основною метою вибору оптимальної траєкторії польоту повітряного судна є забезпечення структурованої мобільності, тобто знаходження найкращого шляху переміщення повітряного судна з одного місця в інше [3].

У загальному випадку можливо кілька шляхів руху для досягнення місця призначення, і, отже, кілька послідовних шляхів переміщення. Як правило, весь шлях складається з набору точок, які зумовлені на відомих або частково відомих картах місцевості. Повітряне судно має специфічне ставлення, яке у поєднанні з його місцем розташування представляється як $P(x, y, z, 0, \psi)$, де (x, y, z) – це розташування судна, $(0, \psi)$ – це горизонтальні і вертикальні кути відповідно.

На сьогоднішній день, вибір оптимальної траєкторії польоту повітряного судна, є актуальним завданням, спрямованим на скорочення часу в дорозі, на зниження ймовірності зіткнень повітряних суден, а також зменшення економічної складової.

Грунтуючись на вищевикладеному, вибір оптимальної траєкторії польоту повітряного судна є актуальним в умовах сьогодення.

Ступінь дослідження в науковій літературі

Процес планування маршруту повітряних суден часто зустрічається у літературі як зарубіжній, так і вітчизняній [1-4]. Це пов'язане з великою кількістю досліджень планування маршруту безпілотних літальних апаратів та наземних роботів. Тим не менш, при роботі з літальними апаратами, до площини руху необхідно додати висоту у розрахунках маневрів в космосі. А, що стосовно, повітряних суден тут, не маловажним аспектом, постає питання економічної складової та механізму скорочення часу витраченого на проходження шляху.

Існує лише кілька посилань на роботи, виконані у трьох вимірах для планування маршруту повітряних суден, до їх числа варто віднести [3,5,6]. Досить широко проведено аналіз безконфліктних траєкторій польоту повітряних кораблів у роботі Д.В. Васильєва [7].

Розв'язання конфліктних ситуацій між повітряними кораблями маневруванням курсом польоту детально розглядалося у роботі В. П. Харченко, Д. В. Васильєва [8].

Аналогічний підхід можна побачити в роботах зарубіжних вчених, таких як Р. К. Menon, G. D. Sweriduk, V. Sridhar [9], а також А. Bicchi, L. Pallottino [10].

Проте, питання вибору оптимальної траєкторії польоту і досі залишається розробленим не повною мірою, що спонукало до проведення досліджень у даному напрямку.

Мета дослідження

У рамках даної роботи варто розкрити процес вибору оптимальної траєкторії польоту повітряного судна. Розробити механізм знаходження оптимальної траєкторії руху повітряного судна уникаючи конфліктів і оптимізуючи функцію вартості, яка залежить від тривалості поїздки, а також індекс вартості. Навести механізм вибору оптимальної траєкторії польоту за участю декількох повітряних суден.

Виклад основного матеріалу

Планування траєкторії польоту повітряного судна характеризується однаковими вихідними параметрами початкової та кінцевої точках. Фактично є три просторові координати (x, y, z) та три кутові орієнтації – кути Ейлера [11] (крену, тангажу, ролання).

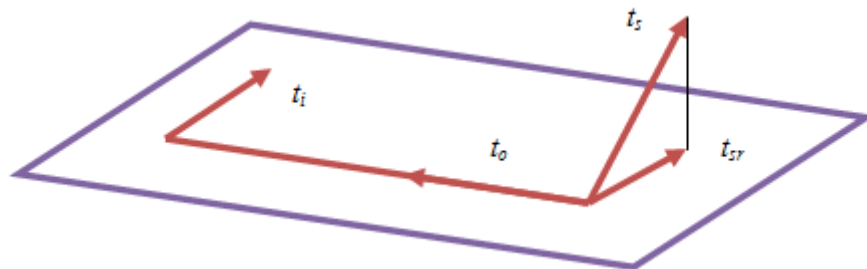
Тривимірний шлях польоту $r(q)$ можна отримати за допомогою рішення наступного рівняння:

$$P_s(x_s, y_s, z_s, \theta_s, \psi_s) \xrightarrow{r(q)} P_f(x_f, y_f, z_f, \theta_f, \psi_f) \quad (1)$$

$$|k(t)| < k_{\max}, |\tau(t)| < \tau_{\max}$$

де $\tau(t)$ – кривизна, $\chi(t)$ – кручення траєкторії

Одна з класичних траєкторій, що використовується для маневру повітряного судна від однієї висоти до іншої є перетином круглої спіралі, яка проектується на площину $X - Y$ у вигляді кола. Важливою властивістю цієї кривої являється те, що і кривизна, і кручення постійні. На початку проектування варто визначити початковий маневр дуги, що торкається дотичного вектору t_s в площині, щоб отримати t_{sr} (Рисунок 1). Це буде гарантувати, що цей вектор знаходиться в одній площині з t_0 та t_i



Розробка автора на основі літературних джерел 4,5
Рис. 1. Умови планування траєкторії польоту

Початкова траєкторія буде складатися з комбінованої кривизни траєкторії щодо вектору бінормалі, з подальшим креном, щоб вибудувати нормальні і бінормалі вектори, для формування остаточної траєкторії польоту. Однак даний підхід є загальним та вимагає доопрацювання, тому для усунення початкового обертання у конфігурації траєкторій в одній площині, варто провести геометричний аналіз.

Варто наголосити, що t_3 , n_s і t_f , n_f належать в одній і тій же траєкторії літака, тобто, бінормалі вектору в обох точках нормальні до площини траєкторії і, таким чином, паралельні один одному. Проте, для багатьох точок у 3D просторі, це правило не вірно. Також, варто враховувати, що знак маневру може бути визначений з урахуванням осевої лінії між двома положеннями. З точки зору кожної позиції, позитивне чи негативне обертання від дотичного вектора до центрального вектора буде визначено знаком кривизни для

кожного маневру. На початку маневру та на його фініші літак проходить паралельно дотичного вектора t_s .

Початкові умови:

$$\begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} R_s \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_f & n_f & b_f \end{bmatrix} R_f$$

де

$$R_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_s) & -\sin(\varphi_s) \\ 0 & \sin(\varphi_s) & \cos(\varphi_s) \end{pmatrix}$$

$$R_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_f) & -\sin(\varphi_f) \\ 0 & \sin(\varphi_f) & \cos(\varphi_f) \end{pmatrix} \quad (3)$$

і де φ_s та φ_f кути повороту для початкових і фінішних маневрів літака.

Радіус-вектори може бути визначено як

$$r_s = \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1/k_s \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

і, аналогічно,

$$r_f = \begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1/k_f \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Базисні вектори пов'язані

$$\begin{bmatrix} t_f & n_f & b_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} R \quad (6)$$

де R є матрицею обертання на яку потрібно змінити вісь набору від початку до фінішу.

Таким чином, маємо:

$$R = (t_f \quad n_f \quad b_f) \cdot (t_s \quad n_s \quad b_s) \quad (7)$$

що дає:

$$R = \begin{pmatrix} t_f \cdot t_s & t_f \cdot n_s & t_f \cdot b_s \\ n_f \cdot t_s & n_f \cdot n_s & n_f \cdot b_s \\ b_f \cdot t_s & b_f \cdot n_s & b_f \cdot b_s \end{pmatrix} \quad (8)$$

З'єднувальні вектори утворюють ортогональний набір векторів. З'єднувальні вектори нормальні до вектора змінного струму, лежать паралельно. Кожен окремий вектор лежить у відповідній площині маневру. Внутрішній з'єднувальний вектор змінного струму є загальним для обох маневрів повітряного судна. Таким чином, можна записати у вигляді

$$a_c = a \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} a_f$$

$$= a \begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} a_f \quad (9)$$

де

$$a_s = \begin{pmatrix} a_{ts} \\ a_{ns} \\ a_{bs} \end{pmatrix} \quad \text{та} \quad a_f = \begin{pmatrix} a_{tf} \\ a_{nf} \\ a_{bf} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Вектори для двох площин маневру можуть бути пов'язані з

$$\begin{bmatrix} t_f & n_f & b_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} R$$

$$\begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_f & n_f & b_f \end{bmatrix} R_f$$

$$\begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_s & n_s & s \end{bmatrix} R_s \quad (11)$$

через

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'_s &= \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} R'_f &= \begin{bmatrix} t_f & n_f & b_f \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} R \\
 &= \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'_s R
 \end{aligned} \tag{12}$$

та

$$\begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'RR_f \tag{13}$$

Це означає, що

$$\begin{aligned}
 a_s &= R'_s R R_f a_f \\
 a_f &= R' R R_s a_s
 \end{aligned} \tag{14}$$

Радіус-вектори RS і RF також можуть бути описані в осях початку маневру, як

$$\begin{aligned}
 r_s &= \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1/k_s \\ 0 \end{pmatrix} \\
 r_f &= \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'RR_f \begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1/k_s \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Тепер, вектори, лежать у зоні маневрів повітряних суден і нормальні до сполучного вектора змінного струму. Вони також можуть бути визначені в осях початку маневру, у вигляді

$$\begin{aligned}
 a_s &= \frac{\mp 1}{k_s} \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} \beta_s \\
 a_f &= \frac{\mp 1}{k_f} \begin{bmatrix} t_{mf} & n_{mf} & b_{mf} \end{bmatrix} \beta_f \\
 &= \frac{\mp 1}{k_f} \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'RR_f \beta_s
 \end{aligned} \tag{16}$$

щоб гарантувати, що вектори з'єднання лежать у площині маневру і нормальні до внутрішнього вектору відбувається підключення до мережі, як

$$\begin{aligned}
 \beta_s &= \frac{1}{b_s} \begin{pmatrix} -\alpha_{ns} \\ \alpha_{ts} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta_f = \frac{1}{b_f} \begin{pmatrix} -\alpha_{nf} \\ \alpha_{tf} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 b_s &= \sqrt{\alpha_{ns}^2 + \alpha_{ts}^2}, \quad b_f = \sqrt{\alpha_{nf}^2 + \alpha_{tf}^2} \\
 \beta_s \alpha_s &= 0, \quad \beta_f \alpha_f = 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

Положення фінішної точки щодо стартової позиції вимірюється у початковій площині осей, як

$$\begin{aligned}
 p_s - p_s &= \begin{bmatrix} t_s & n_s & b_s \end{bmatrix} p \\
 &= \begin{bmatrix} t_{ms} & n_{ms} & b_{ms} \end{bmatrix} R'_s p \\
 p_m &= R'_s p \\
 p &= \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \\ p_b \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Потім, векторна сума для вектора позиції задається

$$\begin{aligned}
 p_m &= -r_s + a_s + a_c - a_f + r_f \\
 p_m + r_s - r_f &= a_s + a_c - a_f
 \end{aligned} \tag{19}$$

Підставляючи вектори, отримуємо

$$R'_s p + r_s - R'RR'_f r_f = a_s + a_c - R'RR_f a_f \quad (20)$$

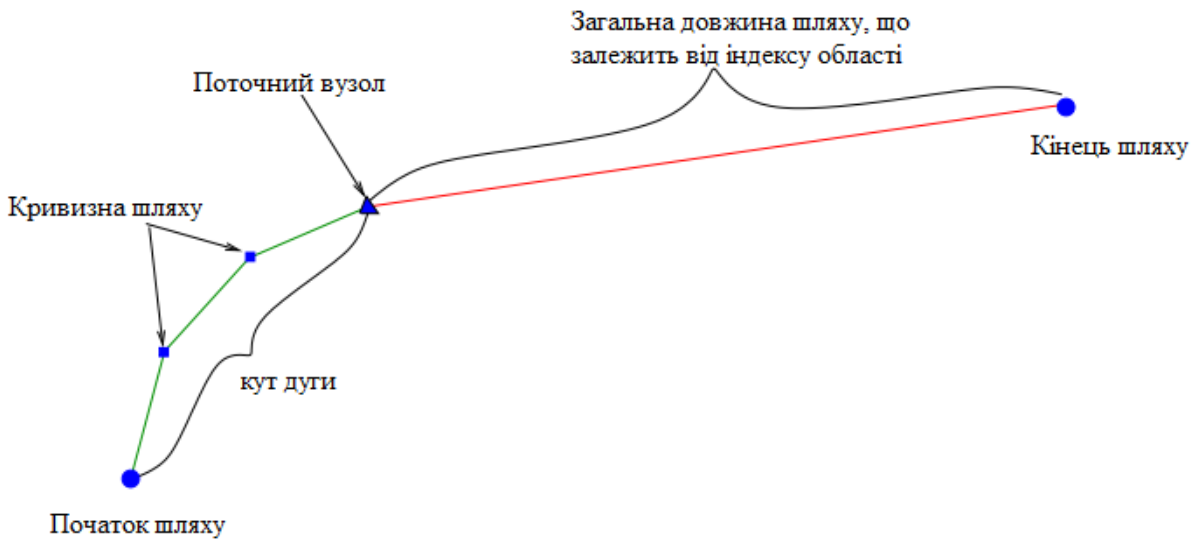
Перепишуючи це у початковій площині осей дає

$$p + R_s r_s - RR'_f r_f = R_s a_s + R_s a_c - RR_f a_f \quad (21)$$

Тоді загальну довжину шляху повітряного судна знаходимо за формулою:

$$h_{\text{шляху}} = h_i + h_s + h_t + h_f = \frac{a_i}{k_s} + \frac{a_s}{k_s} + a + \frac{a_f}{k_f} \quad (22)$$

де h – це довжина шляху,
 s, t, i, f – початок шляху, кінець шляху, загальна довжина відповідно,
 i – сегмент,
 α – кут дуги,
 k – кривизна.



Розробка автора на основі літературних джерел 2,4
 Рис. 2. Схема планування шляху повітряного судна

Всі вузли, які знаходяться у полі шляху мають однакову глибину i , в цілому, являють собою дерево хвильового фронту. Таким чином, при знаходженні оптимальної траєкторії одним із пріоритетних рішень є пошук приблизної геодезичної траєкторії, тобто вибирається вузол, який генерується в рамках дерева. Недоліком такого підходу є те, що вузли, які далекі від оптимального, можуть дати велику кількість обчислення. Для того, щоб уникнути їх, необхідно вибрати вузол, який знаходиться між пов'язаними вузлами траєкторії на одному рівні дерева пошуку.

Однак, запропонована методика працює при моделюванні траєкторії польоту без урахування можливості знаходження в одному повітряному просторі декількох судів. При знаходженні оптимальної траєкторії польоту за участю декількох повітряних суден, алгоритм керування послідовністю буде дещо змінений, вибір літака буде заснований на правилі пріоритету, якщо таке присутнє, в іншому випадку, працюватиме правило послідовності. Тобто траєкторія польоту першого повітряного судна буде розрахована з урахуванням того, що немає інших. Другого – з урахуванням траєкторії першого, третього – з урахуванням перших двох в якості обмежень і т.д. При цьому показник заломлення враховує захист зони польоту інших літаків.

Індекс функції простору задається як:

$$\begin{aligned} \left\| \overrightarrow{X_i - \vec{Y}} \right\| &:= a_i \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{якщо } a_i \leq R \quad n(\vec{Y}) := N \quad N \gg 1 \\ \text{якщо } a_i \geq R \quad n(\vec{Y}) := 1 \end{array} \right. & \quad (23) \end{aligned}$$

де R – стандартна відстань розділення.

Індекс символізує бар'єрну функцію, що розмежує дві постійні зони (вільна зона та зона польоту).

Висновок. В статті розглядається процес вибору оптимальної траєкторії польоту повітряних суден на основі двох основних підходів: функції навігації та генетичного алгоритму. Виходячи з того, що

описувані підходи у своєму складі не враховують економічну складову, обмеження швидкості та часові обмеження, пропонується проектування оптимальної траєкторії польоту уникаючи конфліктів і оптимізуючи функцію вартості, яка залежить від тривалості поїздки, а також коефіцієнт, що враховує витрату палива.

При цьому пошук приблизної геодезичної траєкторії працює при моделюванні траєкторії польоту без урахування можливості знаходження в одному повітряному просторі декількох судів, тому, у рамках роботи, пропонується рішення, яке засновано на правилі пріоритету або правилі послідовності.

Таким чином, запропонований варіант вибору оптимальної траєкторії польоту повітряного судна спрямований на скорочення часу в дорозі, на зниження ймовірності зіткнень повітряних суден, а також зменшенням економічної складової, що є немаловажним в умовах сьогодення.

Література

1. Васильєв Д. В. Модель керованого руху повітряних кораблів для системи розв'язання конфліктних ситуацій / Д. В. Васильєв // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІ НАУ, 2012. – Спецвипуск 2. – С. 76-80.
2. Hu. J., Prandini M., Sastry S. Optimal Maneuver for Multiple Aircraft Conflict Resolution: A Braid Point of View, Proc. of the 39th IEEE conf. on decision and control, Sydney, 2000, vol. 4, pp. 4164–4169.
3. Goodchild C., Vilaplana M.A., Elefante S. Cooperative Optimal Airborne Assurance in Free Flight Airspace, 3rd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar, Napoli, 13–16 June, 2000.
4. G. Roussos, G. Chaloulos, K. Kyriakopoulos and J. Lygeros. Control of multiple non-holonomic air vehicles under wind uncertainty using model predictive control and decentralized navigation function, IEEE Conference on Decision and Control, December, 2008.
5. User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3.9. – EUROCONTROL, 2011. – 107 p.
6. Баженов С. Г., Кулида Е. Л., Лебедев В. Г. Формирование бесконфликтных траекторий предпосадочного маневрирования с учетом ограничений на маневренные возможности самолета // Проблемы управления. 2012. – № 2. – С. 70-75.
7. Васильєв Д. В. Багатокритеріальний аналіз безконфліктних траєкторій польоту повітряних кораблів / Д.В. Васильєв // Наукоємні технології: збірник наукових праць. – Київ: НАУ, 2014. –21(1). – С. 37-40.
8. Харченко В. П. Розв'язання конфліктних ситуацій між повітряними кораблями маневруванням курсом польоту / В. П. Харченко, Д. В. Васильєв // Вісник НАУ. – 2011. – № 2 (47). – С. 15-20.
9. Menon P. K. Optimal Strategies for Free Flight Air Traffic Conflict Resolution, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1999, no.22(2), pp. 202-211.
10. Bicchi A. On Optimal Cooperative Conflict Resolution for Air Traffic Management Systems, IEEE Transaction on Intelligent Transportation Systems, 2000, vol. 1, no. 4, pp. 221-232.
11. Єжов С. М., Макарець М. В., Романенко О. В. Класична механіка. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2008. – 480 с.

References

1. Vasylyev D. V. Model kеровanoho rukhu povitrianykh korabliv dlia systemy rozv'iazannia konfliktnykh, Problemy stvorennia, vyprobuvannia, zastosuvannia ta ekspluatatsii skladnykh informatsiinykh system: zbiryk naukovykh prats, Zhytomyr: ZhVI NAU, 2012, Spetsvypusk 2, pp.76-80.
2. Hu. J., Prandini M., Sastry S. Optimal Maneuver for Multiple Aircraft Conflict Resolution: A Braid Point of View, Proc. of the 39th IEEE conf. on decision and control, Sydney,2000, vol. 4, pp. 4164–4169.
3. Goodchild C., Vilaplana M. A., Elefante S. Cooperative Optimal Airborne Assurance in Free Flight Airspace, 3rd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar, Napoli, 13–16 June, 2000.
4. G. Roussos, G. Chaloulos, K. Kyriakopoulos and J. Lygeros. Control of multiple non-holonomic air vehicles under wind uncertainty using model predictive control and decentralized navigation function, IEEE Conference on Decision and Control, December, 2008.
5. User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3.9., EUROCONTROL, 2011, 107 p.
6. Bazhenov S. G., Kulida E. L., Lebedev V. G. Formirovanie beskonfliktnykh traektorij predposadochnogo manevrirovaniia s uchetoм ogranichenij na manevrennye vozmozhnosti samoleta, Problemy upravlenija. 2012. – no. 2, pp. 70-75.
7. Vasylyev D. V. Bahatokryterialnyi analiz bezkonfliktnykh traektorii polotu povitrianykh korabliv, Naukoiemni tekhnolohii: zbiryk naukovykh prats, Kyiv: NAU, 2014, no. 21(1), pp. 37-40.
8. Kharchenko V. P. Rozv'iazannia konfliktnykh situatsii mizh povitrianyu korabliamy manevruvanniam kursom polotu, Visnyk NAU, 2011, no.2 (47), pp.15-20.
9. Menon P. K. Optimal Strategies for Free Flight Air Traffic Conflict Resolution, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1999, no. 22(2), pp. 202-211.
10. Bicchi A. On Optimal Cooperative Conflict Resolution for Air Traffic Management Systems, IEEE Transaction on Intelligent Transportation Systems, 2000, vol. 1, no. 4, pp. 221-232.
11. Yezhov S. M., Makarets M. V., Romanenko O. V. Kласична mekhanika, K.: VPTs "Kyivskiy universytet", 2008, 480 p.

Рецензія/Peer review : 2.11.2015 р.

Надрукована/Printed : 13.12.2015 р.