

УДК: 621.37

О.В. ОСАДЧУК, А.Ю. САВИЦЬКИЙ, О.С. ЗВЯГІН

Вінницький національний технічний університет

## ВИМІРЮВАННЯ РІЗНИЦІ ФАЗ ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ

*Розглянуто можливість застосування чисельних методів і математичний апарат для вимірювання різниць фаз неперервних періодичних сигналів складної форми та апроксимованих дискретних сигналів. Запропоновано використання криволінійної апроксимації та властивостей кута дотичних до апроксимуючих поліномів для визначення різниці фаз неперервних функцій будь-якого порядку. Розглянуто можливість дослідження імітансних властивостей систем, в яких виконується теорема Котельникова. Наведено логічну блок-схему реалізації запропонованого метода.*

*Ключові слова: апроксимація, дотична, періодична функція, кут зміщення, імітансний опір.*

O.V. OSADCHUK, A.YU. SAVYTSKYI, O.S. ZVIAHIN

Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine

*Consider the application of numerical methods and mathematical tools to measure the phase difference of continuous periodic signals of complex shape and approximated digital signals. The application of curvilinear approximation and properties of tangent angle to approximating polynomials for determining the phase differences of continuous functions of any order. The possibility of immittance study of the properties in which the Kotelnicow theorem is considered. An logical block diagram of the proposed method is showed.*

*Keywords: approximation, tangent, periodic function, the angle of displacement immittance resistance.*

## Вступ

Пріоритетним напрямком наукової і практичної діяльності людства є розробка теоретичних основ та реалізації контрольно-вимірювальної техніки на основі сучасних методів обробки інформації, досяжних з розвитком електронно-обчислювальної техніки. Явище затримки сигналу досліджуваного об'єкта (системи), дозволяє дослідження її імітансних властивостей. Тому застосування даного метода дослідження відкриває перспективи дослідження різних властивостей матеріальних об'єктів за її фазо-частотною характеристикою (ФЧХ), що дозволяє усунути багато похибок вимірювання, пов'язаних з впливом інших зовнішніх факторів [1].

## Теоретичні засади використання дотичних для визначення фази сигналів

Дана стаття має на меті розглянути нові методики обробки дискретних сигналів, в тому числі результатів вимірювання сенсорів різних фізичних величин.

З швидким ростом та впровадженням програмного та апаратного забезпечення дискретних методів обробки та передавання інформації, все більше уваги приділяється науковим та практичним аспектам застосування сучасних досягнень процесорної техніки для реалізації контрольно-вимірювальної техніки [2].

Високим рівнем чутливості вимірювання електричних величин володіють фазові методи, які ґрунтуються в більшості випадків на перетворенні різниці фаз сигналів у час затримки (випередження) сигналів один відносно одного. Реалізація даних методів пов'язана з використанням гармонічного вимірювального сигналу. На практиці внаслідок нелінійності характеристик середовищ розповсюдження, шумів та ін. на виході вимірювального каналу спостерігаються періодичні коливання складної форми. Іншою проблемою є те, що мікропроцесорні системи вимірювання і контролю працюють в режимі перемикання між каналами і фактично результати вимірювання та функції перетворення являють собою апроксимовані дискретні послідовності. Але за час, який витрачається на виконання апроксимації, сам досліджуванний об'єкт змінює свої параметри, тому результат вимірювання завжди запізнюється на період звернення. Тому перспективним є напрямок розробки такої методики обробки дискретних сигналів, які давали б можливість одночасно визначати динамічні характеристики досліджуваних об'єктів.

Нехай існує певний досліджуванний об'єкт, який на відріжку часу  $[t_0; t_1]$ , що є періодом звернення, має неперервну функцію перетворення  $G(t)$ , що не має точок екстремумів 2-го порядку, фазочастотну характеристику  $\varphi(t)$ . Якщо даний проміжок є достатньо малим, то в його межах можна вважати, що  $G(t)$  є монотонною, а  $\varphi(t)$  – лінійною. Нехай дослідження об'єкта проводяться протягом часу  $[t_0; t_n]$  з кроком (часом відклику системи)  $h = t_n - t_{n-1}$ .

Розглянемо випадок звичайної двоканальної системи вимірювання, коли перший канал безпосередньо сполучає джерело сигналу з приймачем, а другий канал – містить ділянку проходження досліджуваним об'єктом (або відбиття від останнього). Якщо вважати вплив каналу проходження сигналу малим, то сигнал приймача дорівнює сигналу передавача  $S(t) = A(t)$ . При проходженні сигналу досліджуваним об'єктом, з врахуванням його коефіцієнта поглинання (відбиття), який описується в загальному випадку деяким законом  $bt + c$ , де  $b, c$  – коефіцієнти. Тобто  $S(t) = \frac{A(t)\varphi(t)}{(bt + c)}$ , де  $A(t)$  – сигнал

передавача. Вплив поглинання (відбиття) об'єкта дослідження можна нівелювати множенням на даний коефіцієнт  $(bt + c)$ . Дослідимо вплив ФЧХ на проходження сигналу.

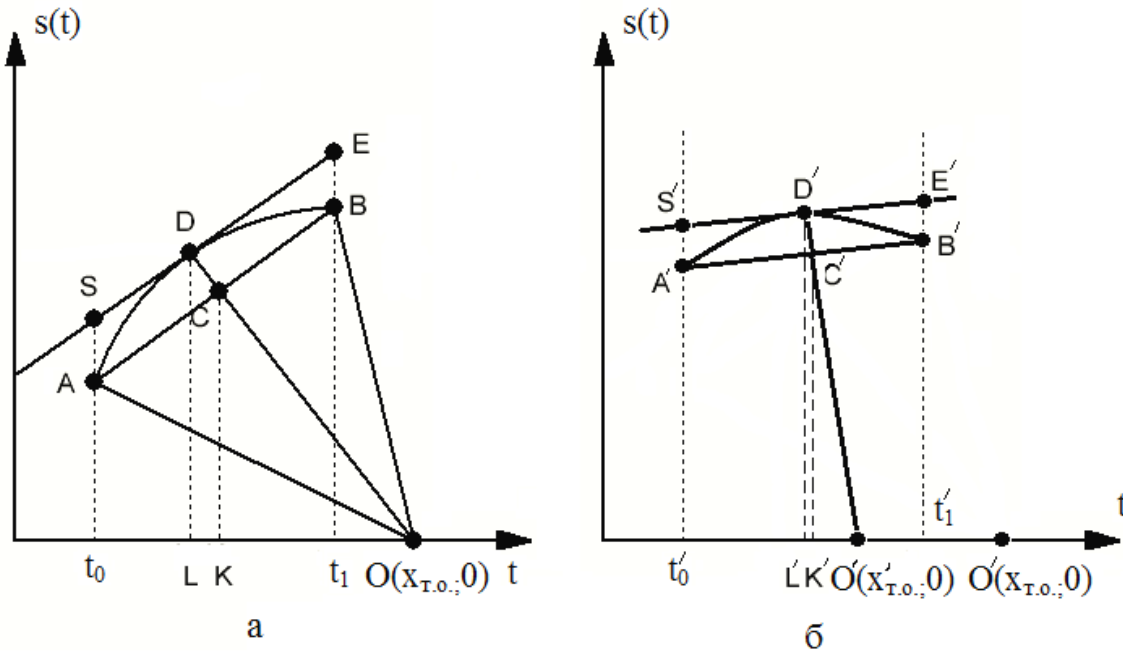


Рис.1 Графічне зображення методу дотичних

Суть метода полягає в застосуванні перетворення різниці фаз у часовий проміжок. Всі відомі методи вимірювання фази засновані на обробці сигналу відомої форми. У випадку, коли функція перетворення задана таблицею, тобто результат вимірювання є дискретною величиною, виникає потреба застосування чисельних методів [1]. Як вже було показано [3] застосування криволінійної апроксимації дозволяє отримати точність вимірювання інтегральних величин із точністю, достатньою для практичного застосування.

Виходячи із апроксимації графіка сигналу, між моментами звернення, дугою, що має центр на осі координат [3], можна сказати, що якщо досліджуваний об'єкт має імітансний опір по відношенню до вимірювального сигналу, то проміжок між точками центрів дуг, що апроксимують графіки прийнятих сигналів прямого і вимірювального каналів, буде однозначно характеризувати різницю фаз між ними.

Візьмемо два сусідніх вузла  $A(t_0; S(t_0))$ ,  $B(t_1; S(t_1))$  (рис. 1 а). Серединний перпендикуляр до відрізка  $AB$  є геометричним місцем точок центрів кіл, описаних навколо даних точок. Припустивши, що графік шуканої функції випуклий вгору, точку перетину даного перпендикуляра з віссю абсцис позначимо  $O(t_{T,0}; 0)$ . При цьому абсциса даної точки визначається згідно виразу [3]:

$$t_{T,0} = \frac{(t_1^2 - t_0^2) + (S^2(t_1) - S^2(t_0))}{2h}$$

При цьому радіус кола описується виразом:

$$r_0 = \sqrt{\left( \frac{(t_1^2 - t_0^2) + (S^2(t_1) - S^2(t_0)) - 2ht_0}{2h} \right)^2 + S^2(t_0)} = \sqrt{(t_{T,0} - t_0)^2 + S^2(t_0)}$$

Використання наведених вище рівностей викликає необхідність накладання обмеження  $r_0 > h$ .

Припустимо, що внаслідок відгуку досліджуваного об'єкта змінилась фаза сигналу, тобто дуга, що апроксимує графік функції, посунулась вправо чи вліво залежно від характеру імпедансності відгуку. Тоді вузли функції змістились і мають координати  $A'(t'_0; S(t'_0))$ ,  $B'(t'_1; S(t'_1))$  (рис. 1 б). Оскільки згідно прийнятої апроксимації дугою кола фіксованого радіусу для даного проміжку, центр нової дуги з центром в точці  $O'$  зміститься відносно свого початкового положення, на відстань, функціонально пов'язану з затримкою сигналу.

Нехай координати нового центра кола в точці  $O'(t'_{T,0}; 0)$ , де  $t'_{T,0} = \frac{(t_1'^2 - t_0'^2) + (S^2(t_1') - S^2(t_0'))}{2h}$ .

Кути нахилу дотичних до дуги у випадку прямого і вимірювального каналів будуть описуватись наступними виразами  $k = \frac{S(t_1) - S(t_0)}{h}$ ,  $k' = \frac{S(t_1') - S(t_0')}{h}$ .

Кут між дотичними  $tg\alpha = |k - k'|$ . Завдяки властивості радіусів кіл, проведених у точки дотику, кут між серединними перпендикулярами до хорд  $AB$  і  $A'B'$  також буде  $\alpha$ , при чому діапазон зміни даного кута від 0 (коли відставання не відбувається) до  $\pi$  (кола з центрами в точках  $O$  та  $O'$  доторкаються).

Знайдемо залежність довжини відрізка  $[O; O']$  від кута  $\alpha$ . Оскільки відрізки  $OD$  та  $O'D'$  є радіусами, проведеними до точок дотику, то кут між ними також дорівнює  $\alpha$ . А їх довжини відповідно знаходяться за виразами:

$$|OD| = r_0 = \sqrt{\left(\frac{(t_1^2 - t_0^2) + (S^2(t_1) - S^2(t_0)) - 2ht_0}{2h}\right)^2 + S^2(t_0)} = \sqrt{(t_{T.0} - t_0)^2 + S^2(t_0)}$$

$$|O'D'| = r'_0 = \sqrt{\left(\frac{(t_1'^2 - t_0'^2) + (S^2(t_1') - S^2(t_0')) - 2ht_0'}{2h}\right)^2 + S^2(t_0')} = \sqrt{(t'_{T.0} - t_0')^2 + S^2(t_0')}$$

Для знаходження функціонального зв'язку кута між дотичними з часом затримки сигналу досліджуванним об'єктом, опустимо перпендикуляри з точок дотику  $D$  та  $D'$  на вісь абсцис і позначимо їх відповідно  $L$  й  $L'$ . Довжини відрізків від центрів кіл до основ даних перпендикулярів знаходяться за виразами:

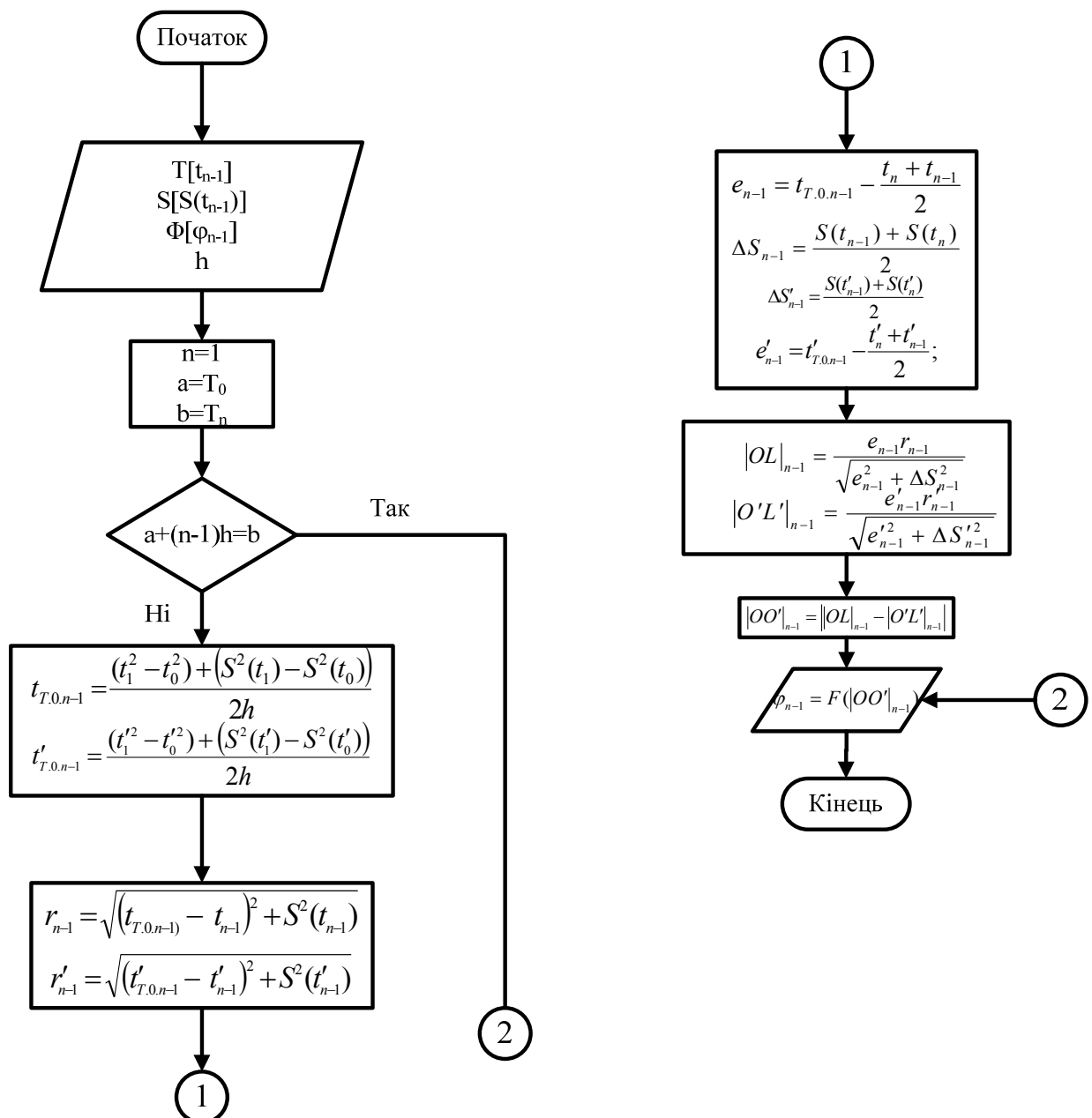


Рис.2 Блок-схема метода вимірювання фази сигналу

$$|OL| = \frac{\left(t_{T.0} - \frac{t_1 + t_0}{2}\right)r_0}{\sqrt{\left(t_{T.0} - \frac{t_1 + t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{S(t_0) + S(t_1)}{2}\right)^2}}; \quad |O'L'| = \frac{\left(t'_{T.0} - \frac{t'_1 + t'_0}{2}\right)r_0}{\sqrt{\left(t'_{T.0} - \frac{t'_1 + t'_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{S(t'_0) + S(t'_1)}{2}\right)^2}}.$$

Для спрощення розрахунків введемо наступні заміни:  $e_0 = t_{T.0} - \frac{t_1 + t_0}{2}$ ;  $\Delta S_0 = \frac{S(t_0) + S(t_1)}{2}$ ,  $\Delta S'_0 = \frac{S(t'_0) + S(t'_1)}{2}$ ;  $e'_0 = t'_{T.0} - \frac{t'_1 + t'_0}{2}$ , тоді останні два вирази приймуть вигляд:

$$|OL| = \frac{e_0 r_0}{\sqrt{e_0^2 + \Delta S_0^2}}; \quad |O'L'| = \frac{e'_0 r'_0}{\sqrt{e_0'^2 + \Delta S_0'^2}}.$$

За геометричною побудовою час затримки сигналу досліджуваним об'єктом є функціоналом від відстані між центрами кіл вимірювального і прямого каналів, і визначається з виразу:

$$|OO'| = \| |OL| - |O'L'| \|.$$

Аналогічним чином визначається час затримки сигналу для кожного періоду звернення.

У випадку, коли функція  $S(t)$  є випуклою вниз, аналогічні міркування можуть застосовуватись відносно прямої, що є геометричним місцем центрів кіл, описаних навколо точок  $A(t_0; S(t_0))$  і  $B(t_1; S(t_1))$ . Дійсно, якщо час звернення відмінний до нуля, кут між віссю абсцис та прямою  $AB$ , а відповідно і дотичною до апроксимуючої дуги, відмінний від  $\pi/2$ . Виходячи з властивостей серединного перпендикуляра, відстані між вузлами  $A(t_0; S(t_0))$  і  $B(t_1; S(t_1))$  та даною точкою перетину перпендикуляра з віссю абсцис рівні. При цьому затримка сигналу досліджуваною системою, обчислюється аналогічно до довжини відрізка  $|OO'|$ . На основі отриманої методики розроблено алгоритм обробки сигналу, що наведено на рис. 2.

Згідно наведеної логічної блок-схеми, результатом після кожного періоду відклику є деякий час затримки. Якщо вимірювальний сигнал має високу короткочасну стабільність, а сама система вимірювання відповідає теоремі Котельникова, то різниця між затримками сигналу  $|OO'|_n - |OO'|_{n-1} = \tau$  однозначно вказує на динаміку параметрів досліджуваного об'єкта, яка може, наприклад, виявлятися зміною кута нахилу ФЧХ.

### Висновки

Розглянуто можливість чисельного вимірювання фази сигналу, а також дослідження динаміки імпедансних властивостей об'єктів. Запропоновано використання метода дотичних, що, при умові виконання теореми Котельникова, дозволяє визначити різницю фаз функцій, заданих дискретними відліками. За умови високої короткочасної стабільності параметрів вимірювального сигналу, застосування запропонованої методики дозволяє визначення динаміки зміни імпедансних властивостей досліджуваних об'єктів.

### Література

1. Демидович Б.П. Численные методы анализа / Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. – М. : Наука. – 1967. – 368 с.
2. Яценков Владимир Семенович. Микроконтроллеры Microchip с аппаратной поддержкой USB / Яценков В.С. – М. : Горячая линия – Телеком, – 2008. – 400 с. – ISBN 978-5-9912-0030-1.
3. Осадчук О.В. Обробка вимірювального сигналу сенсора за допомогою параболічної інтерполяції / Осадчук О.В., Савицький А.Ю., Звягін О.С. // Вісник Хмельницького національного університету. – 2015. – №2. – С. 153–158.

### References

1. Demidovich B.P. Chislennyye metody analiza / Demidovich B.P., Maron I.A., Shuvalova E.Z. – M. : Nauka. – 1967. – 368 p.
2. Yatsenkov Vladimir Semenovich. Mikrokontrollery Microchip s apparatnoy podderzhkoy USB / Yatsenkov V.S. – M. : Goryachaya liniya – Telekom, 2008. – 400 p. – ISBN 978-5-9912-0030-1.
3. O.V. Osadchuk. Obrobka vymiriuvalnogo syhnalu sensora za dopomohoiu parabolichnoi interpoliatsii / Osadchuk O., Savitsky A., Zviahin O. // Visnyk Khmelnytskoho natsionalnogo universytetu. – 2015. – №2. – P. 153–158.

Рецензія/Peer review : 12.2.2016 р.

Надрукована/Printed : 25.3.2016 р.