ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ І КОМПЛЕКСИ В ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ

УДК 004.82:681.18

А.А. ШИЯН, І.В. ЗАСТУП, В.О. ЛЕОНТЬЄВ, Н.В. ЛЯХОВЧЕНКО
Вінницький національний технічний університет

МОДЕЛЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТОХАСТИЧНОГО ГРАФА ВЕЛИКОГО РОЗМІРУ

Розроблена математична модель для розрахунку інтегрального показника для стохастичного графа великої розмірності. Результатом є розподіл вузлів графа за кількістю їх зв'язків із іншими вузлами. Отримані аналітичні формули для щільності ймовірності розподілу вузлів за кількістю зв'язків для випадку білого шуму та одного класу аналітичних залежностей для інтенсивностей створення та руйнування зв'язків у графі. Ці ймовірності можуть бути експериментально знайдені.

Ключові слова: телекомунікації, граф, стохастичність, модель, вузол, зв'язок.

A.A. SHIYAN, I.V. ZASTUP, V.O. LEONTIEV, N.V. LIAHOVCHENKO
Vinnitsia national technical university, Vinnitsia, Ukraine

MODEL FOR CALCULATION OF INTEGRATED CHARACTERISTIC FOR LARGE STOCHASTIC GRAPH

Abstract – The paper goal is to construct a model for calculating the integral characteristics for stochastic large graph, which corresponded to a large classes of network as mobile telephone networks, social networks, electric power networks and so on.

Modern telecommunications network, such as Internet or mobile phone network, consists from large number of individual components and connections between them. The individual users (e.g., the Internet or social networks), some radio devices (such as cell for mobile communication), some computer systems (such as servers for Web pages) and more can serve as units. Number of units for modern telecommunication networks is usually constant. Unlike the connections between nodes, usually have largest variability. They may occur some time there, and then burst. As an example is the traffic signal propagation over the Internet between two fixed nodes, this path at different points in time may go through various nodes. Thus, modern telecommunication network can be represented as a large stochastic graph, which includes (unchanging or relatively slowly changeable) a large number of nodes and links between them, which are random (stochastic) component.

We describe the large graph, in which the links are probably changed from certain node to another nodes. The number of links for certain node is influenced by two processes: the creation of new links and the destruction of existing links. It is proposed that the process of creating of new links and destructing of existed links depend only on the number of existing connections and not depend on time, and this processes are universal for a given graph. It is proposed that the processes of links creating and destructing can mathematically described as power function of links quantity. Two stochastic ordinary equations for quantity of links are derived. Based on these equations and with using of corresponded Fokker-Plank equations the stable probability distributions for quantity of links are obtained. Thus, there is the mathematical model for calculating the integral index for large-scale stochastic graph. The distributions of the graph nodes by the number of links from other nodes are obtained. Analytical formulas for the probability density distribution units by the number of connections in the case of white noise and one class of analytic relations for intensities creation and destruction of bonds in the graph. These probabilities can be found experimentally.

The results can be applied to a wide range of telecommunication networks. For example, for mobile network nodes of the graph is the cell, and the links are bonds with subscribers. Stochasticity arises as a result of probability from connections for subscribers one with other, the movement of people and so on. For social networks, such as VKontakte, Facebook, LinkedIn, Social Science Research Network, ArXiv, web portals Coursera, eBay, Amazon, etc., registered users are serve as nodes, as well as links serve their messages, curses and so on. For Ukrainian information system "Contest", for example, institutions of higher education are served the as nodes, and applicants are served the as links. For network Electricity distribution the power stations and power transformation structures are as served nodes, and electricity consumers are served as links.

Keywords: telecommunication, graph, stochasticity, model, node, link.

Вступ

Сучасні мережі телекомунікацій, наприклад Інтернет чи мережа мобільного зв'язку, складаються із великої кількості окремих вузлів та зв'язків між ними. В якості вузлів можуть виступати окремі користувачі (наприклад, для Інтернету чи соціальної мережі), окремі радіотехнічні пристрої (наприклад, соти для мобільного зв'язку), окремі комп'ютерні системи (наприклад, сервери для веб-сторінок) тощо.

Кількість вузлів для сучасних телекомунікаційних мереж, як правило, є величиною стало. Задається вона часто кількістю задіяних радіотехнічних пристроїв, комп'ютерів, серверів тощо. На відміну від вузлів, зв'язки між вузлами, як правило, є величиною змінною. Вони можуть виникати, деякий час існувати, а потім розриватися. В якості прикладу можна навести трафік розповсюдження сигналу по Інтернет між двома фіксованими вузлами: цей шлях в різні моменти часу може проходити через різні вузли.

Таким чином, сучасна телекомунікаційна мережа може бути представлена як стохастичний граф великого розміру, який включає в себе (незмінну, або ж порівняно повільно змінювану) велику кількість вузлів, зв'язки між якими мають випадкову (стохастичну) компоненту.

Внаслідок цього дослідження кількісних характеристик великих стохастичних графів являє собою актуальну наукову та важливу практичну задачу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Кількість наукових публікацій із моделювання різних аспектів великих телекомунікаційних мереж стрімко зростає. Переважна кількість формальних моделей зосереджена у сфері соціальних мереж, в яких найбільш повно проявляються властивості стохастичних графів великого розміру. Російською мовою огляд сучасного стану таких досліджень подано в книгах [1,2]. Класичні теоретичні та прикладі результати подано англійською мовою в [4,5]. Українською мовою подано лише окремі публікації (див., наприклад, [6]).

В рамках формальних моделей вузли мережі часто називаються «агентами» або «активними агентами» [1], а мережі називаються «мультиагентними мережами» [2]. Загалом, в теорії управління організаційними системами та соціальними мережами під терміном «агент» розуміють об’єкт чи суб’єкт, яким управляють – наприклад, людину, колектив чи організацію [1-3].

В [1] наведено детальний огляд сучасної літератури за проблематикою дослідження стохастичних графів великого розміру в предметній області соціальних мереж. Автори зосередилися на моделюванні задач інформаційного протиборства в соціальних мережах та управління поведінкою суб’єктів за рахунок використання кількісних характеристик окремих вузлів (наприклад, репутації членів соціальної мережі). Однак в [1] мова йде лише про якісні результати, які метафорично описують реальність.

У монографії [2] матеріал подано на рівні лінгвістичних моделей, що не дозволяє перейти на рівень реалізації процесу імітаційного моделювання.

Книги [4,5] є фундаментальними курсами із моделювання стохастичних графів великого розміру. Якщо книга [4] зорієнтована в основному на прикладників, то матеріал книги [5] подається на високому фаховому математичному рівні. В цих монографіях розглянуто широкий спектр задач: використання теорії графів та теорії ігор при аналізі стохастичних графів великого розміру, задачі опису ринку та стратегічної взаємодії в соціальних мережах як прикладів таких графів, інформаційні мережі та Інтернет, популяційні моделі в стохастичних графах великого розміру, динамічні процеси в мережі.

Моделювання стохастичних графів великого розміру відбувається переважно в рамках методології імітаційних комп’ютерних експериментів. Кількість вирішених в цій галузі наукових та прикладних задач стрімко зростає.

В [7] розроблено математичний апарат для моделювання мультиагентних мереж, агентами в яких виступають люди, що приймають рішення, або здійснюють вибір, та запропонована топологічна класифікація стохастичних графів великого розміру. Побудовано систему алгоритмів розв’язання сукупності важливих для практичного застосування задач з управління виробничими та організаційними структурами. Отримані результаті на основі дослідження моделі діяльності агента, в якості якого виступає людина.

В [8] розглядаються задачі навчання агентів для здійснення спільних дій в стохастичних графах великого розміру за рахунок збільшення/зменшення рівня доступу до ресурсів. Розглянуто умови, коли окремі агенти хочуть скористатися ресурсами, не заплативши за них (так звана «проблема безбілетника»). Такі модельні ситуації мають велике значення для розуміння процесів кооперації зусиль. Розвиток такого підходу в [9] дозволив змоделювати інтенсивність проявів альтруїзму агентів стохастичних графів великого розміру з урахування змін кількості вузлів графа та витрат на колективну поведінку. Результати свідчать про критичну важливість умов конкуренції між агентами.

В [10] розглядається вплив фактора, яким є величина групи (тобто кількості вузлів в стохастичному графі великого розміру) на рівень ефективності колективної дії. Виявлено, що ефективність колективної дії залежить від розміру групи нелінійно. Результати були отримані шляхом аналізу бази даних щодо вирубки лісів у Китаї.

Взаємозв’язок між структурою стохастичних графів великого розміру та результуючою поведінкою агентів досліджується в [11]. Встановлено, що наявність двох видів агентів, які мають асиметричні властивості, надає суттєву перевагу для всієї сукупності агентів в цілому внаслідок більш високого рівня адаптації стохастичних графів великого розміру до змін.

Незважаючи на досягнуті результати, проблема моделювання інтегральних характеристик стохастичного графа великого розміру все ще залишається не вирішеною.

Метою роботи є побудова моделі для розрахунку інтегральних характеристик стохастичного графа великого розміру.

Основна частина

Розглянемо граф великого розміру, який складається із N вузлів, де $N >> 1$. Кількість вузлів N в рамках даної моделі будемо вважати незмінною величиною.

Кожен вузол з’єднується із іншими вузлами зв’язками, кількість яких є $m \geq 1$. Це означає, що розглядаємо тільки зв’язані графи (тобто такі, в яких між кожними довільними вузлами є хоча б один шлях). Кількість зв’язків кожного із вузлів є перемінною у часі величиною. Як правило, кількість зв’язків від вузла до вузла змінюється у дуже широких межах: від декількох одиниць до декількох сотень тисяч одиниць [1-5].

В загальному випадку кількість зв’язків заданого вузла змінюється під впливом двох процесів: створення нових вузлів та руйнуванням існуючих.

Припущення 1. Процеси створення нових зв’язків та руйнування існуючих залежать тільки від існуючої кількості зв’язків та не залежать від часу. Вони є універсальними для заданого графа великого розміру.

Внаслідок припущення 1 можна записати таке диференційне рівняння для зміни кількості зв’язків заданого вузла:

$$\frac{dm}{dt} = R(m) - Q(m). \tag{1}$$

Тут $R(m)$ – інтенсивність створення нових зв'язків для даного вузла, а $Q(m)$ – інтенсивність руйнування існуючих зв'язків.

Рівняння (1) повинно мати, за відсутності стохастичності, єдине стаціонарне рішення, яке є стійким. Це відповідає умові, що зміна кількості зв'язків заданого вузла здійснюється тільки за рахунок статистичних процесів, які є зовнішніми для заданого вузла графа. Таким чином, отримуємо припущення 2.

Припущення 2. Функції $R(m) > 0$ та $Q(m) > 0$ є монотонними, причому $\exists m_0 : \forall m > m_0 \Rightarrow Q(m) > R(m)$.

Стаціонарне значення кількості зв'язків m_0 для заданого вузла знаходиться із такого рівняння

$$R(m_0) = Q(m_0). \tag{2}$$

Припущення 3. Інтенсивності створення та руйнування зв'язків є зростаючими ступеневими функціями.

Тобто

$$R(m) = cm^a, Q(m) = dm^b. \tag{3}$$

При цьому $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ внаслідок припущення 2. Внаслідок цього ж припущення справедлива нерівність $b > a$.

Неважко знайти, що для (3) із (2) отримуємо $m_0 = (c/d)^{1/(b-a)}$.

Стохастичність в рамках моделі (1) – (3) можна врахувати в рамках через наявність стохастичної адитивної складової або в коефіцієнті a, або в коефіцієнті c. таким чином, приходимо до двох основних моделей для динаміки кількості зв'язків заданого вузла:

$$\frac{dm}{d\tau_a} = \lambda \cdot m^a - m^b + \xi_{t\cdot} \cdot m^a \tag{A}$$

$$\frac{dm}{d\tau_b} = m^a - \omega \cdot m^b + \eta_t \cdot m^b \tag{B}$$

Тут для моделі (A): $\tau_a = ta, \lambda = c/d, d = const$ та $m_0 = \lambda^{1/(b-a)}$, а для моделі (B) $\tau_b = tb, \omega = d/c, c = const$ та $m_0 = \omega^{1/(a-b)}$. Функції ξ_t і η_t є стохастичні.

Моделі (A) та (B) є стохастичними диференціальними рівняннями із мультиплікативним шумом [12]. Для простоти можемо вважати, що функції ξ_t і η_t є білим шумом із середнім значенням $\langle \xi_t \rangle = \langle \eta_t \rangle = 0$, а також із дисперсіями $\langle \xi_t^2 \rangle = \langle \eta_t^2 \rangle = \sigma_2$.

За визначених вище умов математичні моделі (A) та (B) детально розглянуто в [13], де для них виведено такі математичні властивості.

8) За стохастичними диференційними рівняннями (A) та (B) складаються відповідні рівняння Колмогорова-Фокера-Планка у відповідній для нашого випадку інтерпретації Стратоновича для щільності ймовірності $P(m,t)$. Якщо шум ξ_t t (або η_t, відповідно) є білим, то внаслідок умови $b > a$ маємо $P(m,t) \to P_s(m)$, причому, у загальному випадку, вигляд $P_s(m)$ буде визначатися лише статистичними властивостями ξ_t (η_t) і величинами a, b, m_0. Подальший розгляд проведемо за умови нехтування перехідними процесами – тобто для $P_s(m)$.

В [12,13] показано, що в рамках інтерпретації щільності розподілу $P_s(m)$ здійснюється перехід від одиночного вузла до всього графу в цілому. Таким чином, щільність ймовірності $P_s(m)$ характеризує розподіл вузлів графа за кількістю зв'язків, які мають такі вузли і є інтегральною величиною.

9) Розв'язання відповідного рівняння Колмогорова-Фокера-Планка для $P_s(m)$ має такий вигляд:

$$P_s^a(m) = C_1 \cdot m^{-a} \exp\left\{ \frac{2\lambda m^{1-a}}{(1-a)\sigma^2} \left[1 - \frac{(1-a)m^{b-a}}{\lambda(b+1-2a)} \right] \right\}, \tag{4}$$

$$P_s^{a=1}(m) = C_2 \cdot \exp\left\{ -\left(1 - \frac{2\lambda}{\sigma^2}\right) \ln m - \frac{2m^{b-1}}{(b-1)\sigma^2} \right\}, a = 1, \tag{5}$$

для моделі (A) і

$$P_s^b(m) = C_3 \cdot m^{-b} \cdot \exp\left\{ \frac{2\omega m^{1-b}}{(b-1)\sigma^2} \left[1 - \frac{(b-1)m^{a-b}}{\omega(2b-a-1)} \right] \right\}, \tag{6}$$

$$P_s^{b=1}(m) = C_4 \cdot \exp\left\{-\left(1+\frac{2\omega}{\sigma^2}\right)\ln m - \frac{2}{(1-a)\sigma^2 m^{1-a}}\right\}, b=1 \cdot \tag{7}$$

для моделі (B), відповідно.

В (4) – (7) $C_i, i=1,2,3,4$ – відповідні нормувальні константи.

1. Для розглянутого прикладу асимптотика $P(m,t) \to P_s^{a,b}(m)$ справедлива незалежно від вигляду початкового розподілу $P(m,t=0)$.

Загальні властивості отриманих $P_s^{a,b}(m)$ є такими:

2. При малих інтенсивностях шуму σ^2 буде мати місце асимптотика $P_s^{a,b}(m) \to \delta(m-m_0)$, де $\delta(x)$ - сингулярна дельта - функція Дірака.

3. З ростом σ^2 ширина Δ розподілів $P_s^{a,b}(m)$ збільшується.

4. Моделі (A) і (B) у наближенні білого шуму будуть добре описувати головний внесок в експериментально обмірювані $P_e(m)$, який зосереджений в околиці максимуму. «Хвости» розподілів $P_e(m)$ будуть формуватися з порівняно малої кількості об’єктів, тому в рамках моделі білого шуму в них не можна належним чином урахувати варіабельність вузлів графа великої розмірності (можна сказати, що в «хвостах» $P_e(m)$ проявляються «найбільш яскраві індивідуальності» серед вузлів графа).

5. Розглянутий клас моделей дозволяє формалізувати кількісний розрахунок таких параметрів графа великого розміру, які є інтегральними та характеризують його «в цілому». Це дає можливість розробити ряд нових критеріїв для загальних характеристик стохастичних графі великого розміру, що відкриває можливості для розробки нового класу їх характеристик.

Отриманий спосіб опису допускає поширення на нестаціонарні випадки, але дослідження може бути проведено, як правило, лише чисельними методами або ж шляхом комп'ютерного моделювання. Наприклад, введення «повільних» змінних τ τ (з характерним часом мінливості багато більше ніж $T_0 = [(1-a)c]^{-1} \cdot m_0^{1-a}$) дозволяє використати отримані результати шляхом введення залежностей виду $a(\tau), b(\tau), c(\tau), d(\tau), \sigma^2(\tau)$ тощо.

Отримана модель дозволяє безпосередньо провести її експериментальну верифікація, а також отримати на їхній основі прогноз поведінки числових значень параметрів, що характеризують стохастичний граф великого розміру.

Висновки та перспективи подальшого розвитку

Розроблена математична модель для розрахунку інтегрального показника для стохастичного графа великої розмірності. Результатом є розподіл вузлів графа за кількістю їх зв’язків із іншими вузлами. Отримані аналітичні формули для щільності ймовірності розподілу вузлів за кількістю зв’язків для випадку білого шуму та одного класу аналітичних залежностей для інтенсивностей створення та руйнування зв’язків у графі. Ці ймовірності можуть бути експериментально знайдені.

Отримані результати можуть бути застосовані для широкого кола телекомунікаційних мереж.

Наприклад, для мережі мобільного зв’язку вузлами графа є соти, а зв’язками є зв’язки із абонентами. Стохастичність виникає внаслідок діяльності абонентів, яка виникає внаслідок їх не прогнозованого підключення до мережі, переміщення людей тощо. Для соціальних мереж, таких як ВКонтакті, Facebook, LinkedIn, Social Science Research Network, ArXiv тощо, веб-портали Coursera, eBay, Amazon тощо, вузлами слугують зареєстровані користувачі, а в якості зв’язків виступають їх месаджі, лайки тощо. Для Української інформаційної системи «Конкурс», наприклад, вузлами будуть слугувати вищі навчальні заклади, а зв’язками – абітурієнти. Для мережі розподілення електроенергії вузлами будуть розподільчі станції та трансформатори, а зв’зки формують споживачі електроенергії.

Література

1. Губанов Г. А. Социальные сети: моделирование информационного влияния, управления и противоборства / Г. А. Губанов, Д. А. Новиков, А. Г. Чхартишвили. – М. : Физматлит, 2010. – 228 с.

2. Сетевая экспертиза / Под ред. Д. А. Новикова,. А. Н. Райкова. – М. : Эгвес, 2011. – 166 с.

3. Новиков Д. А. Теория управления организационными системами / Д. А. Новиков. – М. : Физматлит, 2007. – 584 с.

4. Easley D. Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World / D. Easley, J. Kleinberg. – Cambridge : Cambridge University Press, 2010. – 833 p.

5. Jackson M. O. Social and Economic Networks / M. O. Jackson. – Princeton : Princeton Univ. Press, 2010. – 520 p.

6. Яремчук Ю. Є. Метод розрахунку процесу дифузії інформації в соціально-економічних мережах / Ю. Є. Яремчук, А. А. Шиян, В. М. Заячковський // Вісник національного університету «Львівська політехніка». Інформаційні системи та мережі. – 2014. – № 783. – С.497-504.

7. Шиян А. А. Про один клас мультиагентних мереж для оптимального управління організаційними структурами / А. А. Шиян // Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – Вип. 4(44). – С.86-92.

8. Sigmund K. Social learning promotes institutions for governing the commons / K. Sigmund, H. De Silva, A. Traulsen, C. Hauert // Nature. – 2010. – V.466. – P.861–863.

9. Debarre F. Social evolution in structured populations / F. Debarre, C. Hauert, M. Doebeli // Nature Communications. 2014. – V.5, No.3409. – 7 p.

10. Yang W. Nonlinear effects of group size on collective action and resource outcomes / W. Yang, W. Liu, A. Vina, M. Tuanmu, G. He, T. Dietz, J. Liu // Proceedings of the National Academy of Sciences USA. – 2013. – V.110. – P.10916–10921.

11. Zhen W. Self-organization towards optimally interdependent networks by means of coevolution / W. Zhen, A. Szolnoki, M.Perc // New J. Phys. – 2014. – V. 16, No.033041. – 14 p.

12. Хорстхемке В. Индуцированные шумом переходы / В. Хорстхемке, Р. Лефевр. – М. :Мир, 1987. – 400 с.

13. Shiyan A. A. On the Problem of Elaboration of New Criteria for Control of Hierarchical Socio-Economic Systems A. A. Shiyan // Journal of Automation and Information Sciences. – 1998. – N 4-5. – P.216-225.

References

1. Hubanov H. A. Sotsyalnye sety: modelyrovanie informatsyonnoho vlyianyia, upravlenyia y protyvoborstva / H. A. Hubanov, D. A. Novykov, A. H. Chkhartyshvyly. – M. : Fyzmatlyt, 2010. – 228 s.

2. Setevaia экspertyza / Pod red. D. A. Novykova,. A. N. Raikova. – M. : Эhves, 2011. – 166 s.

3. Novykov D. A. Teoryia upravlenyia orhanyzatsyonnыmy systemamy / D. A. Novykov. – M. : Fyzmatlyt, 2007. – 584 s.

4. Easley D. Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World / D. Easley, J. Kleinberg. – Cambridge : Cambridge University Press, 2010. – 833 p.

5. Jackson M. O. Social and Economic Networks / M. O. Jackson. – Princeton : Princeton Univ. Press, 2010. – 520 p.

6. Iaremchuk Iu. Ie. Metod rozrakhunku protsesu dyfuzii informatsii v sotsialno-ekonomichnykh merezhakh / Iu. Ie. Yaremchuk, A. A. Shyian, V. M. Zaiachkovskyi // Visnyk natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika». Informatsiini systemy ta merezhi. – 2014. – № 783. – S.497-504.

7. Shyian A. A. Pro odyn klas multyahentnykh merezh dlia optymalnoho upravlinnia orhanizatsiinymy strukturamy / A. A. Shyian // Problemy informatyzatsii ta upravlinnia. – 2013. – Vyp. 4(44). – S.86-92.

8. Sigmund K. Social learning promotes institutions for governing the commons / K. Sigmund, H. De Silva, A. Traulsen, C. Hauert // Nature. – 2010. – V.466. – P.861–863.

9. Debarre F. Social evolution in structured populations / F. Debarre, C. Hauert, M. Doebeli // Nature Communications. 2014. – V.5, No.3409. – 7p.

10. Yang W. Nonlinear effects of group size on collective action and resource outcomes / W. Yang, W. Liu, A. Vina, M. Tuanmu, G. He, T. Dietz, J. Liu // Proceedings of the National Academy of Sciences USA. – 2013. – V.110. – P.10916–10921.

11. Zhen W. Self-organization towards optimally interdependent networks by means of coevolution / W. Zhen, A. Szolnoki, M.Perc // New J. Phys. – 2014. – V. 16, No.033041. – 14 p.

12. Khorstkhemke V. Yndutsyrovannыe shumom perekhodы / V. Khorstkhemke, R. Lefevr. – M. :Myr, 1987. – 400 s.

13. Shiyan A. A. On the Problem of Elaboration of New Criteria for Control of Hierarchical Socio-Economic Systems A. A. Shiyan // Journal of Automation and Information Sciences. – 1998. – No. 4-5. – P.216-225.

Рецензія/Peer review : 24.9.2016 р. Надрукована/Printed : 8.11.2016 р.
Стаття рецензована редакційною колегією