

КОРЕГУЮЧІ КОДИ В СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ ЗІ СПЕЦІАЛЬНИМИ МОДУЛЯМИ

Анотація. У роботі запропоновано використання розширеної системи модулів спеціального типу для формування корегуючих кодів в системі залишкових класів. Проведено дослідження апаратної та часової складності алгоритмів виявлення та виправлення помилок на основі корегуючих кодів системи залишкових класів з використанням запропонованої системи модулів.

Реалізація пристроїв виявлення та виправлення помилок на програмованих логічних інтегральних схемах з використанням спеціальної системи модулів забезпечує зменшення апаратних затрат приблизно на 26%, що становить приблизно 6,5 тис. логічних елементів для методу проєкцій та приблизно 10 % для методу обчислення синдрому.

Ключові слова: безпроводні сенсорні мережі, корегуючі коди, система залишкових класів.

TARAS TSAVOLYK

Ternopil national economic university

CORRECTING CODES IN RESIDUAL NUMBER SYSTEM WITH SPECIALLY MODULES

Abstract - Enhanced system of the specific modules is proposed for forming the correcting codes of Redundant Notation System (RNS). A case study of hardware and time complexity of algorithms for error detection and correction based on RNS is performed. It is shown the implementation of those algorithms on the programmable logic integrated circuits using the system of specific modules reduces the hardware costs in 26%, which is equivalent about 6.5 thousand logic elements.

Keywords: wireless sensor network, corrective codes, residual number system.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На даний час спостерігається тенденція до широкомасштабного використання безпроводних каналів зв'язку в різноманітних комунікаційних системах та мережах як загального, так і спеціального призначення. Зокрема, в комп'ютерних мережах, в системах екологічного та промислового моніторингу та ін. Тим не менше, застосування безпроводних технологій в системах управління технологічними процесами є ще недостатньо поширеним. Це пов'язано з підвищеними вимогами до надійності функціонування вказаних систем та недостатньою надійністю безпроводних каналів передачі даних.

Для забезпечення необхідного рівня надійності передачі даних в безпроводних сенсорних мережах (БСМ), на відміну від безпроводних комп'ютерних мереж, необхідно враховувати обмеження, які накладаються низькими обчислювальними ресурсами вузлів та використанням автономного живлення. Крім того, додаткові ускладнення викликає режим ретрансляції пакетів, який використовується у більшості застосувань БСМ. Оскільки в БСМ часто використовують методи зменшення надлишковості трафіку шляхом стиснення даних, фільтрації корельованих даних, виключення надлишкових даних сенсорів, відповідно зростають вимоги до надійності передачі кожного пакету. Отже, для ефективної роботи БСМ необхідно забезпечити високу надійність і енергоефективність передачі даних при різних режимах роботи (топологіях) мережі.

Основним механізмом підвищення надійності передачі даних у БСМ є використання схем контролю помилок. Задачею схем контролю помилок є забезпечення надійного зв'язку в безпроводному каналі, в якому помилки виникають через перешкоди, замирання та втрати бітової синхронізації. Це призводить до каналних помилок, які впливають на цілісність пакетів, що формують сенсорні вузли. До збільшення помилок також призводить низька потужність передавачів БСМ, що пов'язано з використанням автономного живлення.

Таким чином, крім методів підвищення надійності на фізичному рівні, які забезпечують надійність передачі на рівні бітів, у БСМ виникає необхідність застосування схем контролю помилок на каналному рівні, щоб забезпечити надійність на рівні передачі пакетів.

Використання в БСМ відомих завадостійких кодів (Ріда – Соломона, Боуза– Чоудхурі – Хоквінгема (БЧХ), згорткові коди) на відміну від модулярних корегуючих кодів не дозволяє реалізувати адаптивні схеми виявлення помилок і тим самим підвищити надійність і зменшити енергозатрати на передачу даних.

Важливе місце серед корегуючих кодів займають корегуючі коди в системі залишкових класів (СЗК), які крім виявлення та виправлення помилок в процесі передавання даних, дозволяють також контролювати правильність виконання арифметичних операцій [1-4]. Однак реалізація методів виправлення помилок з використанням корегуючих кодів в системі залишкових класів вимагає значних обчислювальних та апаратних ресурсів, що значно обмежує їх практичне використання, зокрема в безпроводних сенсорних мережах.

Отже, важливою є задача підвищення ефективності реалізації методів виявлення та виправлення помилок на основі корегуючих кодів в СЗК.

Метою роботи є розробка та дослідження методів виправлення помилок з використанням

КОРЕГУЮЧІ КОДИ В СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

Розглянемо систему залишкових класів з модулями $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n$, в якій число X представляється набором залишків по відповідних модулях [1, 5]

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (1)$$

де $x_i = X \pmod{p_i}$.

Модулі p_i вибираються з умови, що найбільший спільний дільник $\gcd(p_i, p_j) = 1$, при $i \neq j$, а $p_1 < p_2 < \dots < p_i < \dots < p_n$.

При цьому перші k модулів (інформаційні) використовуються для кодування даних, а $r = n - k$ модулів (перевірочні) використовуються для виявлення та виправлення помилок. Набір із k модулів утворює робочий діапазон: $P_k = \prod_{i=1}^k p_i$, загальний діапазон визначається як $P_n = \prod_{i=1}^n p_i$, відповідно

перевірочний діапазон: $R = \prod_{i=1}^{n-k} p_i$.

У корегуючих кодах в СЗК значення контрольного розряду визначається

$$x_{k+1} = X \pmod{p_{k+1}},$$

тобто обчислення контрольного розряду потребує звернення до початкового значення числа X , а це потребує додаткових обчислювальних ресурсів.

Для зменшення апаратної та обчислювальної складності при виконанні перетворень з позиційної системи числення в СЗК використовують системи спеціальних модулів [5]:

- 1) $(2^n - 1, 2^n, 2^n + 1)$;
- 2) $(2^n - 1, 2^n, 2^n + 1, 2^{n+1} - 1)$;
- 3) $(2^{n-1} - 1, 2^n - 1, 2^n, 2^n + 1, 2^{n+1} - 1)$ та інші.

Для обчислення залишків числа X за спеціальними модулями типу $2^n + 1$, 2^n і $2^n - 1$ розділяємо X на три n -бітові блоки B_1, B_2, B_3 [4]:

$$B_1 = \sum_{j=2n}^{3n-1} x_j \cdot 2^{j-2n},$$

$$B_2 = \sum_{j=n}^{2n-1} x_j \cdot 2^{j-n},$$

$$B_3 = \sum_{j=0}^{n-1} x_j \cdot 2^j.$$

Тоді

$$b_1 = |B_1 - B_2 + B_3|_{2^n+1},$$

$$b_3 = |B_1 + B_2 + B_3|_{2^n-1}.$$

Залишком b_2 числа X за модулем 2^n є молодші n бітів числа X , відповідно обчислення залишку зводиться до зсуву вправо розрядів числа X на n бітів, тобто $b_2 = B_2$.

Використання наведених систем модулів забезпечує зменшення апаратних затрат при реалізації суматорів, помножувачів, операції отримання залишку та виконанні інших немодульних операцій [5].

Проведені дослідження операції обчислення залишку з використанням довільної та спеціальної системи модулів показали, що використання системи спеціальних модулів забезпечує зменшення апаратних затрат в 2,8 рази та часу виконання перетворення на 29 % (табл.1.)

Таблиця 1

Обчислення залишків з використанням довільної та спеціальної системи модулів

Тип модулів	Кількість логічних елементів, шт	Час виконання перетворення, нс
Довільні	3766	45.614
Спеціальні	1325	32.513

Залежність апаратних затрат обчислення залишку від розрядності модулів типу $2^n - 1$, $2^n + 1$ та

довільними значеннями модулів (АМ) приведені на рис.1. Як видно з рисунку 1 найменше апаратних затрат необхідно для реалізації обчислення залишку за модулем $2^n - 1$.

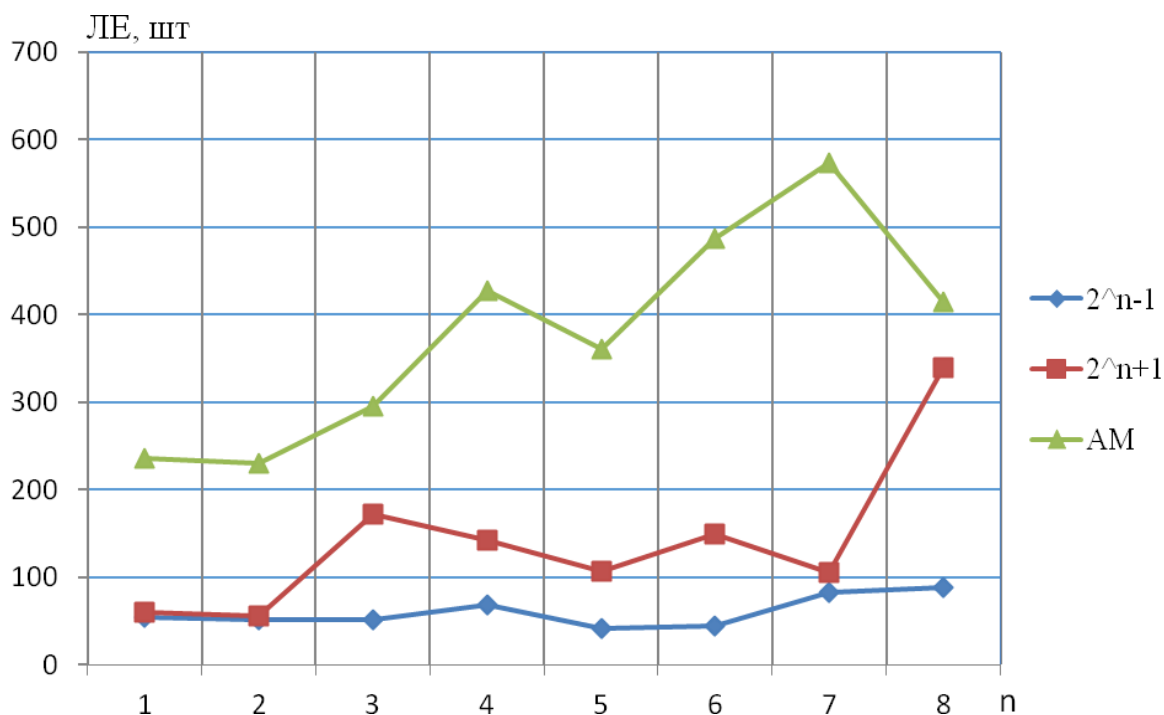


Рис. 1. Залежність апаратних затрат від розрядності модулів при обчисленні залишків

Однак наведені системи модулів мають недостатню кількість членів, при заданому значенні n , для реалізації корегуючих кодів в системі залишкових класів.

Тому в даній роботі запропоновано використання розширеної системи модулів типу: 2^n , $2^n + 1$, $2^{n+1} - 1$, $2^{n+2} - 1$, $2^{n+2} + 1$, $2^{n+3} - 1$, яка зберігає переваги спеціальної системи модулів і при цьому забезпечує необхідну їх кількість.

Методи та алгоритми виявлення та виправлення помилок з використанням корегуючих кодів СЗК можна поділити на дві групи: 1) послідовне обчислення проєкцій числа за $n - 1$ модулем; 2) обчислення синдрому та виправлення помилки з використанням таблиць синдрому [1, 4, 6].

МЕТОД ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК НА ОСНОВІ ОБЧИСЛЕННЯ ПРОЕКЦІЙ ЧИСЛА

Виявлення та виправлення помилок на основі обчислення проєкцій числа базується на визначенні: нехай $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ правильне число, тоді значення X не зміниться, якщо його представляти в системі модулів із якої вилучено модуль p_i . Значення X_i отримане із X без модуля p_i називають проєкцією числа X за модулем p_i . Відповідно, якщо число $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ правильне, то проєкції цього числа за всіма модулями співпадають: $X_1 = X_2 = \dots = X_i = \dots = X_n < P_k$ [1].

Алгоритм виявлення та виправлення помилок складається з наступних кроків:

6. Виявлення помилок. Обчислення позиційного представлення числа X , при цьому, якщо отримане число $X < P_k$ – помилки немає, або спотворення зазнали залишки за двома і більше модулями. В іншому випадку помилку виявлено.

7. Виправлення помилки.

Обчислення проєкцій числа X за всіма модулями p_i . Якщо проєкція $X_i < P_k$ то помилка відбулася за модулем p_i .

Виправлення помилки полягає в отриманні залишку із проєкції X_i за модулем p_i : $x_i = X_i \pmod{p_i}$.

МЕТОД ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК НА ОСНОВІ ОБЧИСЛЕННЯ СИНДРОМУ

Обчислення синдрому оперує з меншим діапазоном чисел за рахунок відновлення позиційного представлення числа окремо за модулем робочого та перевірного діапазонів, відповідно має меншу апаратну складність. Розглянемо даний підхід більш детально.

Нехай $X' \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_i, \dots, x'_n)$ – прийняте повідомлення представлено в непозиційній системі числення. Для виявлення помилки обчислюємо синдром s : $s = \left| X' \right|_{P_k} - \left| X' \right|_R$, де $\left| X' \right|_{P_k} \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_k)$, $\left| X' \right|_R \equiv (x'_{k+1}, x'_{k+2})$, P_k – робочий діапазон, R – перевірочний діапазон, $\bullet|_P$ – операція отримання залишку за модулем P .

При $s = 0$ – помилка відсутня, $s \neq 0$ – наявна помилка. Оскільки будь-яка помилка призводить до різного значення синдрому, то виправлення помилки здійснюється за допомогою попередньо обчисленої таблиці синдромів для кожного модуля [4, 6].

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для дослідження апаратної складності та швидкодії виправлення помилок (часу формування вихідних сигналів) вибрано дві системи модулів: з довільними модулями ($p_1 = 19$, $p_2 = 29$, $p_3 = 37$, $p_4 = 43$, $p_5 = 59$, $p_6 = 83$) і спеціальними модулями, при $n = 4$ ($p_1 = 16$, $p_2 = 17$, $p_3 = 31$, $p_4 = 63$, $p_5 = 65$, $p_6 = 127$). Модулі p_1, p_2, p_3, p_4 – інформаційні, p_5, p_6 – перевірочні. Використання двох перевірочних модулів дозволяє виявити та виправити помилки в будь-якому символі за одним модулем [1].

Нехай передали повідомлення $X = 1520 = (0, 7, 1, 8, 25, 123)$, в результаті спотворення отримали повідомлення $X' = (0, 5', 1, 8, 25, 123)$ – помилка в символі за модулем p_2 .

Робочий діапазон: $P_k = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 = 16 \cdot 17 \cdot 31 \cdot 63 = 531216$. Перевірочний діапазон: $R_r = p_5 \cdot p_6 = 65 \cdot 127 = 8255$. Використовуючи попередньо знайдені ортогональні базиси, знаходимо $\left| X' \right|_{P_k} = 531216$ і $\left| X' \right|_R = 8255$. Для виявлення помилки обчислимо синдром $\delta = \left| 531216 - 8255 \right|_R = 3501$. Оскільки синдром не дорівнює нулю, помилка виявлена. Використовуючи таблицю синдромів (табл.1), які відповідають певному значенню помилки, знаходимо правильне значення інформаційного символу за формулою:

$$e = \left| x' - x \right|_p,$$

$$x = \left| x' - e \right|_p.$$

Таблиця 2

Значення синдрому та помилки за модулем $p_2 = 17$.

№	s	e_i
0	6483	2
1	7045	3
2	4711	4
3	5273	5
4	2939	6
5	3501	7
6	1167	8
7	1729	9
8	7650	10
9	8212	11
10	5878	12
11	6440	13
12	4106	14
13	4668	15
14	2334	16
16	562	1

Пристрої виявлення та виправлення помилок на основі методів обчислення проекції та обчислення синдрому реалізовані на ПЛІС фірми Altera з використанням мови опису апаратних засобів Verilog (табл. 3). Моделювання та верифікацію роботи здійснено в середовищі Quartus фірми Altera.

Експериментальні результати дослідження апаратної та часової складності пристроїв виправлення помилок

Параметр	Метод обчислення проєкції		Метод обчислення синдрому	
	Довільні модулі	Спеціальні модулі	Довільні модулі	Спеціальні модулі
Кількість логічних елементів, шт	25833	19284 (26%)	49135	44398 (10%)
Затримка встановлення сигналу, мс	89,646	80,936 (18%)	68,142	61,802 (9%)

ВИСНОВКИ

Проведені дослідження методів виправлення помилок на основі корегуючи кодів СЗК показали, що реалізація пристроїв виявлення та виправлення помилок на програмованих логічних інтегральних схемах з використанням спеціальної системи модулів забезпечує зменшення апаратних затрат приблизно на 26%, що становить 6,5 тис. логічних елементів для методу проєкцій та приблизно 10 % для методу обчислення синдрому. Використання спеціальної системи модулів підвищує також швидкість роботи декодера приблизно на 18 % для методу обчислення проєкцій та на 9 % для методу обчислення синдрому.

Відповідно, корегуючі коди системи залишкових класів зі спеціальною системою модулів забезпечують зменшення апаратної складності та підвищення швидкості при реалізації кодерів/декодерів на програмованих логічних інтегральних схемах, як на етапі отримання залишків, так і на етапі виявлення та виправлення помилок.

Література

1. Акушкин И. Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио. – 1968. – 460 с.
2. Яцків В. В. Виявлення та виправлення багатократних помилок на основі модулярних коректуючих кодів / В. В. Яцків // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2015. – Том 33, № 2. – С. 77–82.
3. Hu Zhengbing, Vasyi Yatskiv, Anatoliy Sachenko. Increasing the Data Transmission Robustness in WSN Using the Modified Error Correction Codes on Residue Number System. *Elektronika ir Elektrotechnika*. Vol 21, No 1, 2015. – Pp. 76-81.
4. Tay Thian Fatt, Chang, Chip-Hong. A new algorithm for single residue digit error correction in Redundant Residue Number System. In: *Circuits and Systems (ISCAS), 2014 IEEE International Symposium on*. IEEE, 2014. – Pp. 1748-1751.
5. Omondi A. and Premkumar B. Residue Number System: Theory and Implementation. Imperial College Press, vol. 2, 2007 – Pp. 296.
6. Goh Vik Tor, Mohammad Umar Siddiqi. Multiple error detection and correction based on redundant residue number systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 2008, 56.3, p.325-330.

References

1. Akushskiy I. YA., Yuditskiy D.I. Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh. – M.: Sov. radio. – 1968. – 460 s.
2. Yatskiv V. V. Vyyavlennya ta vypravlennya bahatokratno pomylok na osnove modulyarnykh korektuyuchikh kodiv / V. V. Yatskiv // Informatsiyni tekhnolohiyi ta komp'yuterna inzheneriya. - 2015. - Tom 33, № 2. - S. 77-82.
3. Hu Zhengbing, Vasyi Yatskiv, Anatoliy Sachenko. Increasing the Data Transmission Robustness in WSN Using the Modified Error Correction Codes on Residue Number System. *Elektronika ir Elektrotechnika*. Vol 21, No 1, 2015. – Pp. 76-81.
4. Tay Thian Fatt, Chang, Chip-Hong. A new algorithm for single residue digit error correction in Redundant Residue Number System. In: *Circuits and Systems (ISCAS), 2014 IEEE International Symposium on*. IEEE, 2014. – Pp. 1748-1751.
5. Omondi A. and Premkumar B. Residue Number System: Theory and Implementation. Imperial College Press, vol. 2, 2007 – Pp. 296.
6. Goh Vik Tor, Mohammad Umar Siddiqi. Multiple error detection and correction based on redundant residue number systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 2008, 56.3. – Pp.325-330.

Рецензія/Peer review : 13.9.2016 р.

Надрукована/Printed : 8.11.2016 р.

Стаття рецензована редакційною колегією