

ПРИМЕНЕНИЕ БАЙЕСОВСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ СИЛЬНО ЗАШУМЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В статье исследован байесовский подход в применении к задаче обработки сильно зашумленных результатов измерения. Обоснована возможность использования байесовских методов для результатов измерения, дисперсия которых неизвестна. Приведено описание структуры модели для обработки данных, вид практической реализации в программной среде Python. Выполнен сравнительный анализ результатов обработки данных испытаний с использованием байесовской модели и классического подхода.

Ключевые слова: *вероятность, байесовские методы, модель, шум, результаты измерения, дисперсия.*

Yu.K. TARANENKO, O.Yu. OLIYNYK

State Higher Educational Institution «Ukrainian State Chemical Technology University»

APPLICATION OF BAYES METHODS FOR PROCESSING STRONGLY NOISY RESULTS OF MEASUREMENTS

Abstract – In the article the Bayesian approach is applied to the problem of handling very noisy measurements. The possibility of the use of Bayesian methods for measuring results, the variance is unknown. A model structure for the description of the data, the type of practical implementation in Python programming environment. A comparative analysis of the test data results using a Bayesian model and the classical approach. The research results suggest the possibility of using the description of the approach to the treatment of very noisy measurement results

Key words: *probability, Bayesian methods, model, noise, measurement results, the variance.*

Введение

Одной из главных задач, стоящей перед исследователями, является обработка результатов измерений после проведения научных экспериментов. Большинство существующих классических методов (нахождение математического ожидания, вычисление дисперсии, расчеты методом наименьших квадратов (МНК) и т.д.) обладают существенным недостатком – они требуют априорных данных о нормальности распределения погрешностей измерения, о статистической однородности погрешности многократных измерений и т.д. [1,2]. В ситуации, когда такие данные отсутствуют, можно использовать байесовские методы. [3,4].

Байесовские методы, известные исследователям с 1930 гг., разработаны с целью решения проблемы статистического анализа поведения процессов и систем разной природы на основе теоремы Байеса, которая использует соотношения между вероятностями событий разного характера и спецификации любого события на необходимом уровне [5-7].

Байесовский подход уже был применен при решении многих задач в разных областях науки и техники. Однако, основным аспектом, затрудняющим широкое распространение, была необходимость значительных вычислительных затрат, связанных с численным интегрированием в многомерных пространствах, знаний статистики. Однако, применение современных информационных технологий позволило решить эту проблему.

Отличительной чертой байесовского метода является использование априорной информации относительно параметров модели. Такая информация выражается в виде априорной вероятности или функции плотности вероятности. Затем начальные вероятности «пересматриваются», с помощью выборочных данных, которые находят свое отображение в виде апостериорного распределения оценок параметров или переменных модели.

Анализ последних публикаций и постановка проблемы

В настоящее время большинство широко используемых методов обработки экспериментальных данных опираются на допущения о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению, распределению Стьюдента или распределены хотя бы равномерно [7-10].

В [8-10] описаны классические методы обработки зашумленных результатов измерений, суть которых сводится к тому, что заранее задаётся вид исследуемой зависимости (от некоторого аргумента) с вектором её параметров. Описанные подходы к обработке экспериментальных данных сводятся к статистическим методам, с учетом выбранных предположений о представительности выборки, о нормальности распределения погрешностей измерения, о статистической однородности погрешности многократных измерений и о несмещённости замеров, а также на предположение, что значения аргумента известны точно [7-10].

В [11-12] исследователи используют байесовские методы при оценке надежности технических объектов. Ряд работ [13-15] посвящен обработке экспериментальных данных использованием байесовского подхода в различных областях науки. В [16] автор сравнивает байесовский и частотный подходы к оценке данных, работа имеет теоретическую направленность отсутствуют данные о прикладном использовании

подходов. В [17] используется прикладной подход к анализу данных с использованием современных байесовских методов, предложена улучшенная система контроля сходимости и эффективные расчеты размера выборки для итеративного моделирования в WinBUGS. Данные о реализации байесовских методов при обработке сильно зашумленных результатов измерения в программной среде Python отсутствуют.

Цель и задачи исследования

Целью данной работы: раскрыть существующие подходы исследований с использованием байесовских методов обработки данных и применить их при создании модели обработки сильно зашумленных результатов измерения. Для достижения поставленной цели в задаче не обходимо решить следующие задачи:

1. для данных, полученных в ходе испытаний вибростержневого датчика температуры, поступающих с шумом, дисперсия которого неизвестна, определить коэффициенты линейной зависимости.
2. разработать модель обработки сильно зашумленных результатов измерения и реализовать ее в в программной среде Python.
3. оценить результаты обработки экспериментальных данных с использованием байесовских методов путем сравнения с результатами обработки данных известными методами.

Используемое оборудование и методы анализа

Были проведены макетные испытания образцов преобразователей температуры, изготовленные из двухслойного материала с различным содержанием слоев.

Измерительный преобразователь температуры содержит чувствительный элемент, который представляет собой консольный резонатор, что размещен в корпусе, и систему возбуждения автоколебаний.

При включении системы возбуждения резонатор начинает колебаться как консольная балка типа камертона на собственной резонансной частоте, которая зависит от геометрической формы, сечения, размеров и материала резонатора

$$f_0 = \frac{\alpha^2}{2\pi l^2} \sqrt{\left(\frac{EI}{\gamma F} \cdot g\right)} \quad (1.1)$$

где $\alpha=1,875$,
 EI – изгибная жесткость резонатора,
 E – модуль упругости,
 F – площадь поперечного сечения
 γ – удельный вес материала резонатора,
 g – ускорение свободного падения
 l – длина консоли.

При изменении температуры контактной поверхности, которая может быть поверхностью стенки трубы или сосуда, через которые протекает жидкость или газ, изменяется частота колебаний резонатора, являющаяся мерой изменения температуры. Частота колебаний измеряется и регистрируется соответствующим прибором.

Среди прочих испытаний программа и методика испытаний предусматривала оценку инерционности датчика при резком перепаде температуры. Инерционность является важным показателем в эксплуатационных условиях при резком перепаде температуры. С этой целью преобразователь, находящийся в помещении лаборатории при температуре 24°C, устанавливался в термостат, находящийся в стационарном тепловом режиме, близком к 50°C.

Результаты исследований

График выхода на режим макета преобразователя приведен на рис.1. Полученные экспериментальные данные можно рассматривать как сильно зашумленные результаты измерения, для обработки которых применим модель, основанную на байесовских методах.

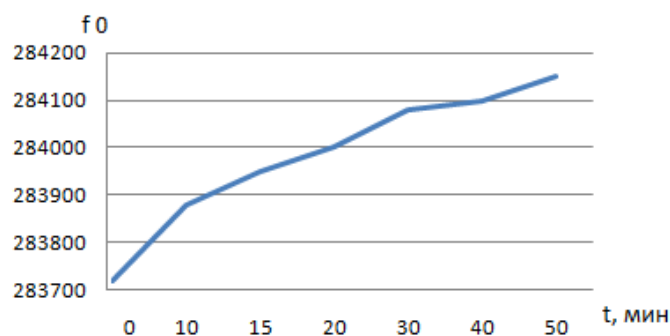


Рис. 1. Выход на режим макета преобразователя за время t до резонансной частоты f0.

Для реализации модели обработки результатов измерения была использована программная среда Python 3.4. (модули: numpy, matplotlib, runcs), которая является свободно доступным программным продуктом.

Функция правдоподобия определяется нашей моделью. Таким образом, создается модель сбора данных, которая зависит от интересующего нас параметра. В данном случае цель интерполяция данных с помощью прямой вида $y = ax + b$ (делаем предположение, что все данные имеют линейную зависимость с наложенным на нее гауссовым шумом с известной дисперсией). Тогда a и b – это выступают в роли параметров, вероятные значения которых необходимо определить, а функция правдоподобия – гауссова функция со средним, заданным уравнением прямой, и данной дисперсией.

Предполагается, что шум - гауссов случайный процесс с нулевым средним, при этом среднее для функции правдоподобия задано в соответствии с типом модели. При задании априорного распределения необходимо указать первый аргумент, а также указать границы распределения (второй и третий аргументы).

Априорная вероятность включает в себя информацию, которую мы знаем до проведения анализа. Например, мы точно знаем, что прямая должна иметь положительный наклон, или, что значение в точке пересечения с осью y должно быть положительным, – все это учитывает предложенная модель.

В модуле runcs определяем модель как детерминистическую:

Генерирование случайных величин с заданным распределением — актуальный подход, который срабатывает в условиях, когда существуют асимптотические аналитические результаты для свойств оценок и их статистических распределений, но неизвестно, какие свойства будут иметь оценки при малых выборках данных. Модуль runcs реализует алгоритм итерационных методов Монте-Карло для Марковских цепей (МСМС) [18]. Модель генерирует (делает выборку) значений линейный коэффициентов a , b и σ , а затем выполняет расчет $p(\text{Data} | a, b, \sigma)$. В результате получается ряд значений, который представляет собой выборку из апостериорного распределения.

На рис.2. представлена графическая часть результатов расчета, которая представляет собой гистограммы апостериорного распределения для параметров a , b , σ .

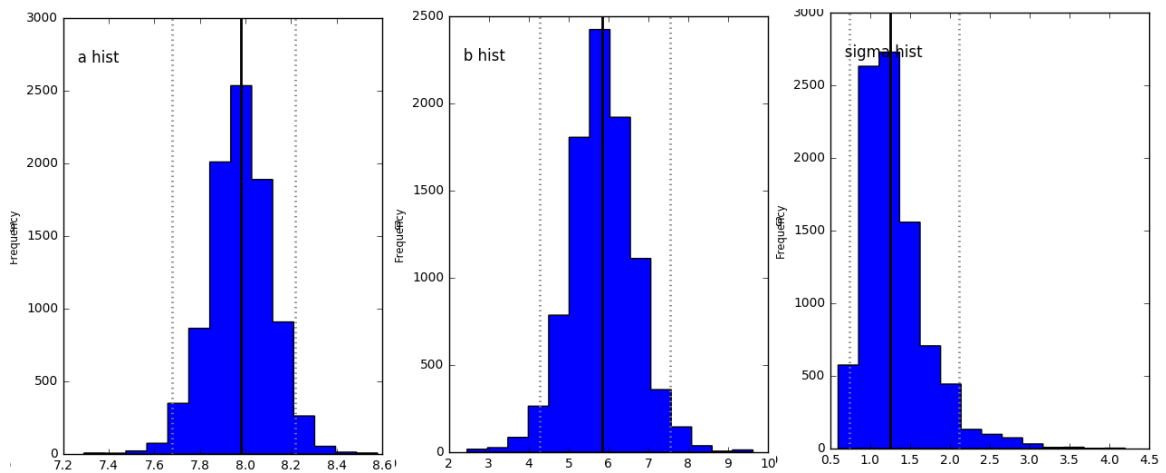


Рис. 2. Гистограммы апостериорного распределения параметров a , b , σ

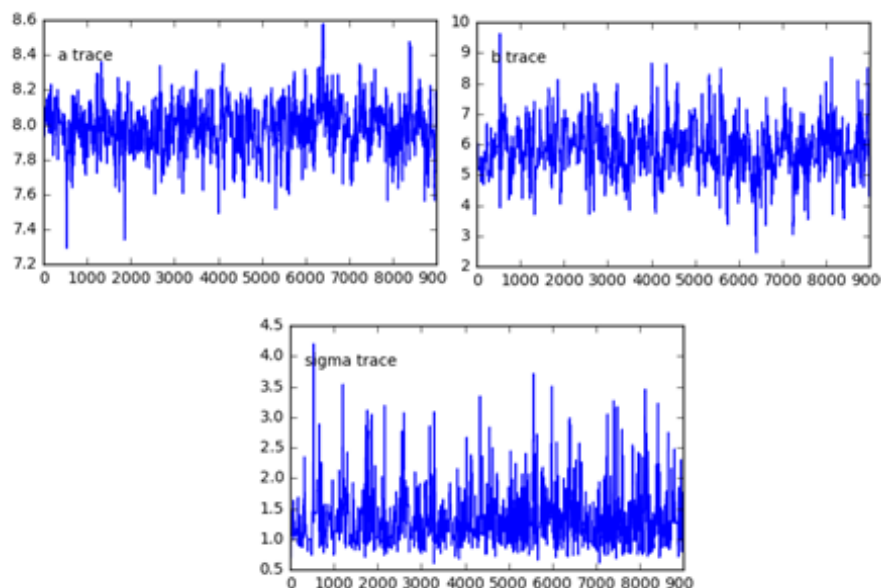


Рис. 3. След выборки данных параметров a , b , σ

Графики на рис.3, полученные в результате обработки данных, отображают процесс выборки во времени для a , b , σ . При этом заметно, что среднее значение следа выборки на рис.3 для каждого параметра соответствует оси на соответствующей гистограмме (рис.2).

Для получения сравнительных характеристик используемого байесовского подхода в модели предусмотрено решение задачи методом наименьших квадратов.

Результаты расчета выводятся в отдельном окне – значения реальных коэффициентов линейной зависимости, коэффициентов рассчитанных по методу наименьших квадратов и коэффициенты, рассчитанные с использованием байесовского метода.

При этом в отдельном окне отображаются графические результаты сравнительного анализа (рис.4). Полученные данные позволяют говорить о возможности применения модели, для случаев, когда априорные данные отсутствуют.

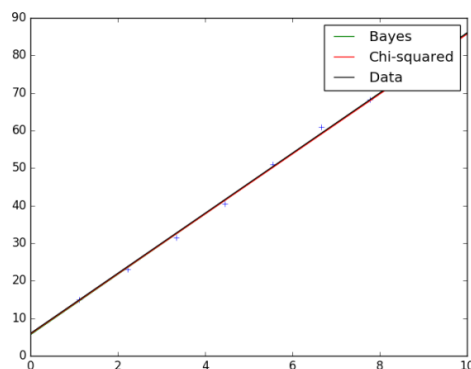


Рис. 4. Сравнительный анализ данных полученных при применении МНК и байесовского метода.

Общий вид структуры полученной модели для обработки сильно зашумленных результатов измерения представлен на рис.5.

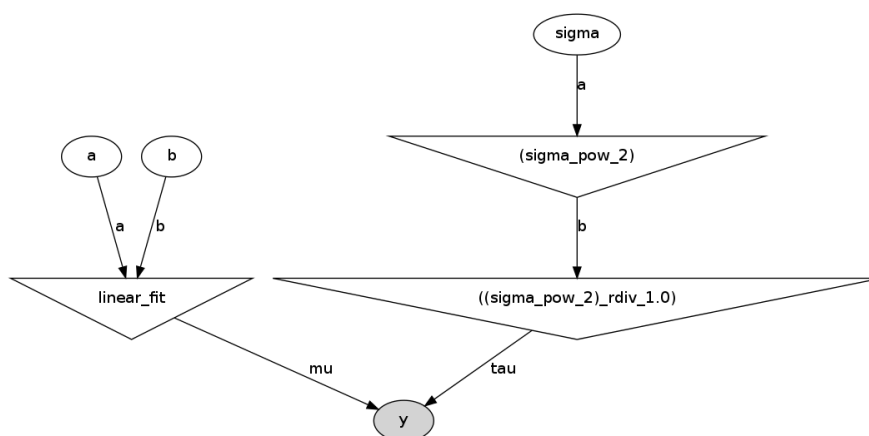


Рис. 5. Структура модели

Модель имеет вид ациклического графа, где прозрачными эллипсами показаны стохастические узлы (это a , b и σ), треугольниками — детерминистические узлы, а темный эллипс включает гипотетические экспериментальные данные. Таким образом значения a и b поступают в модель ($linear_fit$), которая сама по себе является детерминистским узлом, а потом поступают в функцию правдоподобия y . При этом σ сначала задается стохастическим узлом, но так как параметром в функции правдоподобия является не σ , а $\tau = 1/\sigma^2$, то стохастическое значение σ сначала возводится в квадрат (верхний треугольник справа), и потом считается τ . И уже τ поступает в функцию правдоподобия, так же как и наши сгенерированные данные.

Выводы

В работе проанализированы основные тенденции исследований в области байесовских подходов обработки результатов измерений. Описанный метод дает возможность получать достаточно большие объемы исходной информации, а также точнее описывать структуру и основные характеристики исследуемой модели. Сравнительный анализ данных полученных при применении МНК и байесовского метода свидетельствует о возможности использования метода обработки зашумленных результатов измерений. Полученная модель для данных, поступающих с шумом, дисперсия которого неизвестна, создаст плодотворную базу для дальнейших исследований в области обработки результатов измерения.

Література

1. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
2. Ткалич В.Л., Лабковская Р.Я. «Обработка результатов технических измерений». Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. – 72 с.
3. Curtis J.R., Cheng H., Delzell E., Fram D., Kilgore M., Saag K., Yun H., Dumouchel, W.. Adaptation of Bayesian data mining algorithms to longitudinal claims data: Coxib safety as an example. Med. Care, 2008. – Vol.46, P. 969–975.
4. Genkin A., Lewis D. D., Madigan D. Large-scale Bayesian logistic regression for text categorization, Technometrics, 2007–. V.49, P. 291–304.
5. Hoff P.D. A First Course in Bayesian Statistical Methods. Springer; New York, NY, 2009 – 276 p.
6. Albert J. Bayesian Computation with R. 2nd ed. Springer; New York NY, 2009 – 308p.
7. Справочник по прикладной статистике / Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана — М.: Финансы и статистика, 1989. — 525 с.
8. Артемьев Б.Г., Лукашов Ю.Е . Справочное пособие для специалистов метрологических служб. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2004. – 648 с.
9. Неведов В.И., Сигов А.С. Метрология, стандартизация и технические измерения. – Издательство: Высшая школа, 2008. – 624с.
10. Романов В.Н. Теория измерений. Методы обработки результатов измерений. – СПб.: СЗТУ, 2006. – 127 с
11. Li Ming, Meeker William Q.. Application of Bayesian Methods in Reliability Data Analyses. Statistics Preprints, 2013. – 84p.
12. Baah G. K., Podgurski ,A., Harrold M. J.. The Probabilistic Program Dependence Graph and its Application to Fault Diagnosis. In ISSTA, 2008. –pp. 189-200.
13. Roy Levy, Robert J. Mislevy. Bayesian Psychometric Modeling . Chapman and Hall, 2016. – 466 p.
14. Jeff Gill (2014). Bayesian Methods: A Social and Behavioral Sciences Approach. Chapman and Hall, 2014. – 724 p.
15. Spirling S. (2007). Bayesian Approaches for Limited Dependent Variable Change Point Problems. Political Analysis. 2007. – 15, P. 387-405.
16. Samaniego F. J., A.Comparison of the Bayesian and Frequentist Approaches to Estimation, Springer, New York, NY, USA. 2010 – 235 p,
17. Andrew Gelman, John B. Carlin, Hal S. Stern, David B. Dunson, Aki Vehtari, Donald B. Rubin. Bayesian Data Analysis. Chapman and Hall, 2013. – 675 p.
18. Cheung SH, Beck JL.. Bayesian model updating using hybrid Monte Carlo simulation with application to structural dynamic models with many uncertain parameters. J. Eng. Mech.2009.– 135, 243–255.

References

1. Novitskiy P.V., Zograf I.A. Otsenka pogreshnostey rezultatov izmereniy. – М.: Energoatomizdat, 1991. – 304 s.
2. Tkalich V.L., Labkovskaya R.Ya. «Obrabotka rezultatov tehniceskikh izmereniy». Uchebnoe posobie. SPb: SPbGU ITMO, 2011. – 72 s
3. Curtis J.R., Cheng H., Delzell E., Fram D., Kilgore M., Saag K., Yun H., Dumouchel, W.. Adaptation of Bayesian data mining algorithms to longitudinal claims data: Coxib safety as an example. Med. Care, 2008. – Vol.46, P. 969–975.
4. Genkin A., Lewis D. D., Madigan D. Large-scale Bayesian logistic regression for text categorization, Technometrics, 2007–. V.49, P. 291–304.
5. Hoff P.D. A First Course in Bayesian Statistical Methods. Springer; New York, NY, 2009 – 276 p.
6. Albert J. Bayesian Computation with R. 2nd ed. Springer; New York NY, 2009 – 308p.
7. Spravochnik po prikladnoy statistike / Pod red. E. Lloyda, U. Ledermana — М.: Finansy i statistika, 1989. — 525 s.
8. Artemev B.G., Lukashov Yu.E . Spravochnoe posobie dlya spetsialistov metrologicheskikh sluzhb. – М.: ИПК Изд во стандартов, 2004. – 648 с.
9. Nefedov V.I., Sigov A.S. Metrologiya, standartizatsiya i tehnicheknie izmereniya. – Izdatelstvo: Vysshaya shkola, 2008. – 624s.
10. Romanov V.N. Teoriya izmereniy. Metody obrabotki rezultatov izmereniy. – SPb.: SZTU, 2006. – 127 s
11. Li Ming, Meeker William Q.. Application of Bayesian Methods in Reliability Data Analyses. Statistics Preprints, 2013. – 84p.
12. Baah G. K., Podgurski ,A., Harrold M. J.. The Probabilistic Program Dependence Graph and its Application to Fault Diagnosis. In ISSTA, 2008. –pp. 189-200.
13. Roy Levy, Robert J. Mislevy. Bayesian Psychometric Modeling . Chapman and Hall, 2016. – 466 p.
14. Jeff Gill (2014). Bayesian Methods: A Social and Behavioral Sciences Approach. Chapman and Hall, 2014. – 724 p.
15. Spirling S. (2007). Bayesian Approaches for Limited Dependent Variable Change Point Problems. Political Analysis. 2007. – 15, P. 387-405.
16. Samaniego F. J., A.Comparison of the Bayesian and Frequentist Approaches to Estimation, Springer, New York, NY, USA. 2010 – 235 p,
17. Andrew Gelman, John B. Carlin, Hal S. Stern, David B. Dunson, Aki Vehtari, Donald B. Rubin. Bayesian Data Analysis. Chapman and Hall, 2013. – 675 p.
18. Cheung SH, Beck JL.. Bayesian model updating using hybrid Monte Carlo simulation with application to structural dynamic models with many uncertain parameters. J. Eng. Mech.2009.– 135, 243–255.

Рецензія/Peer review : 14.1.2017 р.

Надрукована/Printed :7.3.2017 р.

Стаття рецензована редакційною колегією