УДК 621.396

Н.А. ОДЕГОВ
Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

СИГНАЛЫ МИНИМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. АЛГОРИТМ СИНТЕЗА

Работа посвящена исследованиям в области совершенствования оптических систем передачи данных.

Исследуется влияние материальной дисперсии на форму оптического сигнала. В работе приняты ограничения: считается, что передача ведется в одномодовом волокне с круговой поляризацией; мощность сигнала принимается достаточно малой. Нелинейные эффекты не учитываются. Сигнал считается узкополосным.

При этих условиях ставится задача синтеза сигналов, обладающих оптимальными дисперсионными свойствами. Вводится показатель дисперсии сигнала в форме функционала, зависящего от спектральной плотности сигнала. Задача оптимизации формулируется как вариационная задача с ограничениями в виде неравенств. Ограничения учитывают возможности физической реализации сигналов.

Предлагается численно-аналитический метод решения задачи оптимизации. В основе алгоритма решения используются системы ортогональных функций.

Ключевые слова: *дисперсия, функция, сигнал, спектр, преобразование Фурье, алгоритм синтеза.*

N.A. ODEGOV
Odessa National Academy of Telecommunications. A.S. Popov

SIGNALS OF MINIMUM DISPERSION. FORMULATION OF THE PROBLEM. SYNTHESIS ALGORITHM

The work is devoted to research in the field of improving optical data transmission systems.

The effect of material dispersion on the shape of the optical signal is investigated. The article adopted the following restrictions: it is assumed that the transmission is carried out in a single-mode fiber with circular polarization; the signal power is assumed to be sufficiently small. Nonlinear effects are not taken into account. The signal is considered narrow-band.

Under these conditions, the problem is posed of synthesizing signals possessing optimal dispersion properties. The dispersion of the signal in the form of a functional is introduced. This functional depends on the spectral density of the signal. The optimization problem is formulated as a variational problem with constraints in the form of inequalities. Limitations take into account the possibilities of physical realization of signals.

A numerical-analytical method for solving the optimization problem is proposed. The solution algorithm is based on orthogonal function systems.

Keywords*: Dispersion, function, signal, spectrum, Fourier transform, synthesis algorithm.*

Исходные положения

Широкое внедрение волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) с использованием спектрального уплотнения с особой актуальностью ставит задачу минимизации дисперсии, которая становится решающим фактором, ограничивающим длину регенерационных участков и скорость передачи данных [1]. Среди известных методов компенсации дисперсии [2] отсутствует группа методов, основанных на оптимизации тонкой структуры оптического сигнала по критерию минимума дисперсии. Среди немногих исследований посвященных установлению связи между формой импульса и его дисперсией отметим работы [3,4].

Целью статьи является постановка задачи оптимизации формы импульса по критерию минимальной дисперсии и предложение варианта метода решения такой задачи.

Ограничения исследований сводятся к тому, что явление дисперсии изучается для ступенчатого оптического волокна (ОВ) в одномодовом режиме. Также полагается, что поляризация сигнала круговая, а нелинейные эффекты типа фазовой самомодуляции отсутствуют. Таким образом, задача сводится к исследованию влияния материальной дисперсии [1].

В качестве исходного принимается выражение для эффективной длительности сигнала [5, с.34]:

$$T_{eff} = \frac{1}{2\pi E}\int_{-\infty}^{\infty}\left|Q^{[1]}(\omega)\right|^2 d\omega\,, \tag{1}$$

где $\left|Q^{[1]}(\omega)\right|$ – модуль первой производной спектральной плотности сигнала по циклической частоте ω, E – энергия сигнала, которая всюду ниже принимается равной 1.

Показано [6], что в рассматриваемых условиях функция $Q(\omega)$ может быть представлена в виде

$$Q(\omega) = G(\Omega)\exp[-j(n_0^{[1]} + \frac{1}{2}n_0^{[2]}\omega_0)\frac{\Delta z}{c}\Omega^2]\;, \tag{2}$$

где $G(\Omega)$ – спектральная плотность сигнала в момент его ввода в ОВ т.е. когда пройденное расстояние $z = 0$; $n_0^{[1]}$ и $n_0^{[2]}$ – соответственно значения первой и второй производных показателя преломления для данного материала сердцевины ОВ по частоте в окрестности несущей частоты ω_0; Δz – расстояние, пройденное импульсом вдоль ОВ; c – скорость света в вакууме; $\Omega = \omega - \omega_0$ – отклонение частоты от несущей.

Тогда можно показать [7], что выражение (1) приводится к сумме двух интегралов:

$$T^2{}_{eff}=T^2{}_{eff}(z=0)+\Delta T^2{}_{eff}(z>0)\,, \tag{3}$$

где первый интеграл $T^2{}_{eff}(z=0)-$ эффективная длительность импульса при $z=0$:

$$T^2{}_{eff}(z=0)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega}[G^{[1]}(\Omega)]^2\,d\Omega\,, \tag{4}$$

где $\Delta\Omega$ – полуширина спектра низкочастотной составляющей (огибающей) импульса; $G^{[1]}-$ первая производная спектральной плотности сигнала.

Второй интеграл в сумме (3) представляется в виде:

$$\Delta T^2{}_{eff}(z>0)=\frac{(2n_0^{[1]}+n_0^{[2]})^2(\Delta z)^2}{2\pi c}\int\limits_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega}[\Omega G(\Omega)]^2\,d\Omega\,, \tag{5}$$

где коэффициент перед интегралом в правой части выражения зависит от свойств состава ОВ, от расстояния Δz, пройденного импульсом вдоль ОВ, но не зависит от начальной формы импульса. В свою очередь, интеграл (4) зависит от формы импульса, но не характеризует его деформацию при перемещении вдоль ОВ.

Отсюда следует, что характеристика дисперсии импульса (расширение его длительности), зависящая от его тонкой структуры, но не зависящая от свойств ОВ и расстояния пройденного им вдоль ОВ характеризуется функционалом:

$$F(\Omega)=\int\limits_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega}[\Omega G(\Omega)]^2\,d\Omega\,, \tag{6}$$

который, собственно и требуется минимизировать.

Постановка задачи

Для множества сигнальных функций $\{u(t)\}$ равной энергии $E=1$, определенных на интервале $[t_{\min},t_{\max}]$, которым соответствует множество преобразований Фурье

$$\{G(\Omega)\}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\{u(t)\}e^{-j\Omega t}\,dt \tag{7}$$

требуется определить такую функцию $u_{opt}(t)$, для которой функционал (6) принимает минимальное значение при следующих ограничениях:

1. ***Ограниченность мощности***. Суть ограничения заключается в том, что при больших пиковых значениях амплитуды сигнала могут наблюдать нелинейные эффекты, которых в данном случае необходимо избегать. Формально это ограничение сводится к требованию выполнения неравенства для любой сигнальной функции:

$$u(t)\le U_{\max}\,,t\in[t_{\min},t_{\max}]. \tag{8}$$

2. ***Узкополосность***. Преобразование Фурье (7) для допустимого множества сигнальных функций должно давать такую спектральную плотность $G(\Omega)$, что основная часть энергии будет сосредоточена в рабочей полосе частот:

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega}G^2(\Omega)d\Omega\ge\alpha\,,\quad \alpha\le1\,, \tag{9}$$

где граничное значение α выбирается из условий решения конкретной практической задачи, например 0,9 или 0,99.

3. ***Физическая реализуемость***. Реально имеется возможность управлять распределением энергии сигнала во временной области, но инвертирование отсчетов сигнала в оптическом диапазоне представляется весьма сложной задачей. Поэтому условие физической реализуемости сводится к требованию неотрицательности для допустимого множества сигнальных функций:

$$u(t)\ge0,t\in[t_{\min},t_{\max}]\,. \tag{10}$$

4. ***Инерционность***. Реальные процессы не возникают мгновенно и не исчезают мгновенно. Отсюда следует необходимость наложения дополнительных краевых условий на множество допустимых сигнальных функций:

$$u(t_{\min})\le\delta,u(t_{\max})\le\delta\,, \tag{11}$$

где параметр δ – малая величина, выбираемая из условий решения конкретной задачи.

4. ***Гладкость***. Это условие соответствует практическому соображению, что сигнал не может иметь бесконечно больших перепадов амплитуды и выражается математически наложением ограничений на производные сигнальных функций. В простейшем виде это условие сводится к требованию:

$$\frac{du(t)}{dt} \le U_{\max}^{[1]}, t \in \left[t_{\min}, t_{\max}\right]. \tag{12}$$

Таким образом, задача синтеза сигнала минимальной дисперсии сводится к вариационной задаче с ограничениями (8-12).

Алгоритм синтеза

Решение поставленной задачи аналитическими методами типа метода множителей Лагранжа или метода Понтрягина представляется затруднительным из-за необходимости учета наложенных ограничений. Продуктивными в данном случае можно считать численно-аналитические методы, один из которых рассматривается ниже.

Для синтеза оптимального сигнала будем решать задачу на множестве разложений по системе ортогональных на отрезке $\left[t_{\min}, t_{\max}\right]$ функций $\{\psi_k\}, k = 1,2,..,K$, нормированных к единице.

Каждую функцию множества $\{u(t)\}$ представим в виде:

$$u_n(t) = \sum_{k=1}^{K} a_{k,n}\psi_k , \tag{13}$$

где $n = 1,2,..., N$ – номер модели сигнальной функции.

Из условия нормировки энергии к единице следует, что для любой допустимой модели должно выполняться условие:

$$\sum_{k=1}^{K} a_{k,n}^2 = 1, \tag{14}$$

откуда следует условие, накладываемое на допустимые значения коэффициентов:

$$-1 \le a_{k,n} \le 1 . \tag{15}$$

Из условия (15) следует ограничение сетки возможных значений коэффициентов интервалом [-1,1].

Алгоритм решения задачи включает следующие шаги:

1. Диапазон значений коэффициентов [-1,1] разбивается равномерно на $M+1$ возможных значений:

$$a^m = -1 + \frac{2m}{M}, m = 0,1,..., M . \tag{16}$$

2. В цикле от $n=1$ до $n=N$ перебирается $N = K \cdot (M+1)$ возможных значений коэффициентов.

3. Номер n каждой очередной модели дешифрируется как число в позиционной системе по основанию K . При этом в цикле по номеру функции $k = 1,2,..., K$ вычисляется остаток от целочисленного деления $q_k = n_k (\mathrm{mod}) K$ и результат целочисленного деления $n_{k+1} = n_k (div) K$, где $n_1 = n$.

4. Полученные остатки по правилу (16) преобразуются в значения коэффициентов очередной модели:

$$a_{k,n} = -1 + \frac{2q_k}{M}, k = 1,2,..., K . \tag{17}$$

5. Для полученных коэффициентов (17) проверяется выполнение условия нормировки энергии (14) с некоторым уточнением:

$$\left|1 - \sum_{k=1}^{K} a_{k,n}^2\right| \le \varepsilon , \tag{18}$$

где малая величина ε – параметр, связанный с точностью разрядной сетки (16).

6. Далее последовательно проверяются ограничения (8,10,11). Если эти условия выполнены, выполняется дискретное преобразование Фурье и проверяется выполнение условия (9).

7. Для моделей, прошедших процедуру проверки всех условий формируется стек, в который помещаются их номера и значения функционала (6).

8. Ряд значений функционала в стеке ранжируется и отбирается заданное количество наиболее оптимальных моделей. Далее выполняется анализ полученных результатов с точки зрения устойчивости полученных решений.

Заключение. Выводы

В статье рассмотрен один из возможных подходов к синтезу оптимальных по критерию минимальной дисперсии оптических сигналов.

Пробные расчеты с применением в качестве системы опорных функций полиномов Чебышева до 100 порядка на сетке возможных значений коэффициентов $M = 1000$ показали, что на современных бытовых персональных компьютерах задача решается за 2-3 минуты, что можно считать приемлемым временем.

Отдельным вопросом дальнейших исследований является разработка методов физической реализации сигналов, которые теоретически обладают оптимальными свойствами в части минимальной дисперсионной деформации в оптическом волокне.

Литература

1. Бондаренко О.В. Волоконно-оптические кабели. Теоретические основы, конструирование и расчет, технология производства и эксплуатация: монография / О.В. Бондаренко, Д.В. Иоргачев, А.Ф. Данченко, А.В. Усов. – Одесса: Астропринт, 2000. – 536 с.

2. Бурдин В.А. Компенсация хроматической дисперсии на регенерационных участках линий передачи сетей связи / В.А. Бурдин // Электросвязь. – 2006. – № 7. – С. 28-33.

3. K. Thyagarajan and B.P. Pal. Modeling dispersion in opti-cal fibers: applications to dispersion tailoring and disper-sion compensation. / Optical and fiber communications re-ports. Springer Science+Business Media, LLC. – 2007. – pp. 145-186.

4. Одегов Н.А. Вывод формулы для моделирования материальной дисперсии в радиально неоднородной среде // 71-ша наук.-техн. конф. професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів (6-8 грудня 2016 року). – Одеса, 2016. – С.41-43.

5. Варакин В.А. Теория сложных сигналов. – М: Советское радио, 1970. – 376 с.

6. Одегов Н.А. Косвенные измерения дисперсионных характеристик оптических импульсов методом динамического моделирования // Матеріали XVII науково-технічної конференції «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах», 8 – 13 червня 2017 р. – Одеса. – С. 48 – 50.

7. Одегов Н.А. Тестовые сигналы для моделирования эффектов материальной дисперсии. – Труды ОНАС им. А.С.Попова, 2017. – №1. – С. 124-131.

References

1. Bondarenko O.V. Volokonno-opticheskie kabeli. Teoreticheskie osnovy, konstruirovanie i raschet, tehnologija proizvodstva i ekspluatacija: monografija / O.V. Bondarenko, D.V. Iorgacev, A.F. Dancenko, A.V. Usov. – Odessa, Astroprint, 2000. – 536 s.

2. Burdin V.A. Kompensacija hromaticeskoj lispersii na regeneracsonnyh uchastkah linij peredachi setej svjazi / V.A. Burdin // Elektrosvjaz. – 2006. – № 7. – S. 28-33.

3. K. Thyagarajan and B.P. Pal. Modeling dispersion in opti-cal fibers: applications to dispersion tailoring and disper-sion compensation. / Optical and fiber communications re-ports. Springer Science+Business Media, LLC. – 2007. – pp. 145-186.

4. Odegov N.A. Vyvod formuly dlja modelirovanija materialnoj dispersii v radialno neodnorodnoj srede // 71-sha nauk.-tehn. konf. profesorsko-vykladackogo skladu, naukovciv, aspirantiv ta studentiv (6-8 grudnja 2016 roku)). – Odesa, 2016. - S.41-43.

5. Varakin V.A. Teorija slozhnyh signalov. – M: Sovetskoe radio, 1970. – 376 s.

6. Odegov N.A. Kosvennye izmerenija dispersionnyh harakteristik opticheskih impulsov metodom dinamicheskogo modelirovanija // Materialy XVII naukovo-tehnicnoji konferenciji «Vymirjuvalna ta obchysljuvalna tehnika v tehnologichnyh procesah», 8 – 13 chervnja 2017 r. – Odesa. – S. 48 – 50.

7. Odegov N.A. Testovye signaly dlja modelirovanija materialnoj dispersii. – Trudy ONAS im. A.S. Popova, 2017. – №1. – S. 124-131.

Отримана/Received : 13.4.2017 р. Надрукована/Printed :6.7.2017 р.
Стаття рецензована редакційною колегією