УДК 389:681.2

В.Т. КОНДРАТОВ
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова, г. Киев

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МЕТРОЛОГИЯ: ТЕОРИЯ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА УРАВНЕНИЙ ИЗБЫТОЧНЫХ И СВЕРХИЗБЫТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ СООБЩЕНИЕ 6 (АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ)

В Сообщении 6 дальнейшее развитие получила теория и методы структурного анализа уравнений избыточных и сверхизбыточных измерений.

Разработаны и описаны аналитические методы повышения точности (методы поправок) обработки данных. Приведены результаты обработки числовых значений округленных результатов измерительного преобразования рядов физических величин по уравнениям числовых значений. Оценена эффективность методов одной, двух и трех поправок.

Работа представляет интерес для метрологов, специалистов, магистров и аспирантов, изучающих методы избыточных и сверхизбыточных измерений физических величин, пути и методы повышения точности машинной обработки данных.

Ключевые слова: округление, структурный анализ, уравнения (сверх)избыточных измерений, аналитические методы.

V.T. KONDRATOV
V.M. Glushkov Institute of cybernetics of National academy of Science of Ukraine

FUNDAMENTAL METROLOGY: THE THEORY OF THE STRUCTURAL ANALYSIS OF THE EQUATIONS OF REDUNDANT AND SUPER-REDUNDANT MEASUREMENTS The message 6 (Analytical methods)

Abstract — In the Message 6 further development was received by the theory and methods of the structural analysis of the equations of redundant and super-redundant measurements.

Analytical methods of increase of accuracy (methods of amendments) data processing are developed and described. Results of processing of numerical values of the approximated results of measuring transformation of numbers of physical sizes on the equations of numerical values are resulted. Efficiency of methods of one, two and three amendments is estimated.

Paper is of interest for metrologists, experts, masters and the post-graduate students studying methods of redundant and super-redundant measurements of physical quantities ways and methods of increase of accuracy of machining of data.

Keywords: a rounding off, the structural analysis, the equations of (super)redundant measurements, analytical methods

Введение

В сообщении 6 дальнейшее развитие получила теория и методы структурного анализа уравнений избыточных и сверхизбыточных измерений в части повышения точности машинной обработки данных аналитическими методами.

Показана возможность использования трех видов поправок для решения поставленной задачи. Способы определения и введения каждой поправки в уравнения числовых значений (УЧЗ) и обусловили все многообразие разработанных аналитических методов и конституированных УЧЗ.

В настоящем сообщении рассмотрены семь основных аналитических методов повышения точности обработки округленных данных.

Объектом исследований являются методы повышения точности машинной обработки результатов измерений или измерительных преобразований физических величин при избыточных и сверхизбыточных измерениях.

Предметом исследований являются: методы повышения точности вычислительной обработки округленных результатов линейного измерительного преобразования рядов физических величин по типовому УЧЗ.

Целью работы является разработка аналитических методов повышения точности обработки округленных данных и оценка их эффективности.

Результаты исследований

При (сверх)избыточных измерениях используются следующие виды поправок [1]:

1) поправка $\Delta U_{\text{п}1}$ к дробной части данных числителя УЧЗ варианты, представляющего собой разность предварительно округленных преобразованных физических величин одной пары;

2) поправка $\Delta U_{\text{п}2}$ к дробной части данных знаменателя УЧЗ варианты, представляющего собой разность предварительно округленных преобразованных физических величин другой пары;

3) парные поправки к дробным частям данных числителя и знаменателя УЧЗ варианты;

4) безразмерная поправка $k_{\text{п}}$ к значению варианты, причем $k_{\text{п}} = k'_x - k_x = \Delta k_x$, где Δk_x — погрешность или отклонение поправки k_x, полученной по отношению целых частей данных числителя и знаменателя, по отношению к поправке k'_x, полученной по отношению значений полных данных числителя и знаменателя варианты.

5) поправка $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = \{x_i\} - \{x_{i\text{к}}\} = k_{\text{п}i}\{x_0\}$, характеризующая разницу приведенных к входу результатов измерений до и после введения поправок в числитель и/или знаменатель УЧЗ варианты. Использование поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$ предпочтительнее, чем использование поправки $k_{\text{п}}$ ввиду малости значения последней;

6) парные поправки к значениям дробной части числителя УЧЗ варианты и к значению варианты в целом;

7) парные поправки к значениям дробной части знаменателя УЧЗ варианты и к значению варианты в целом;

8) совместные поправки к значениям дробных частей числителя и знаменателя УЧЗ варианты, а также к значению самой варианты.

В основу структурного анализа и синтеза модифицированных УЧЗ положим типовое УЧЗ, например, вида [1]

$$\{x_i'\} = \{x_0\}\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\} - \{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\} - \{U_2'(x_i)\}} = \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}\} + \{\Delta U_{ч}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}}, \tag{1}$$

представляющее собой УЧЗ, полученное из уравнения избыточных измерений (УИИ) при линейном измерительном преобразовании трех физических величин (x_1, x_2 и x_3) с размерами: $\{x_1\} = \{x_0\}$, $\{x_2\} = \{x_i\}$ и $\{x_3\} = \{x_i\} + \{x_0\}$.

Общим приемом как для графоаналитических методов повышения точности обработки округленных результатов измерительного преобразования физических выеличин, так и аналитических является определение базового значения варианты УЧЗ по верным целочисленным значениям данных числителя и знаменателя, т.е. $k_x = \{\Delta U_{31}\}/\{\Delta U_{32}\}$. По ним вычисляется значение варианты объединения целых частей преобразованных физических величин в числителе и в знаменателе. УЧЗ искомой физической величины, как функция от значений целой и дробной частей данных числителя и знаменателя, может быть записано, для рассматриваемой структуры (1), следующим образом:

$$\{x_i'\} = \{x_0\}k_x' = \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}\} + \{\Delta U_{ч}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}} = \{x_0\}k_x + \{x_0\}\left(\frac{\{\Delta U_{ч}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}} - k_x\frac{\{\Delta U_{з}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}}\right) =$$
$$= \{x_0\}k_x + \{x_0\}\Delta k_{xа} - \{x_0\}k_x\Delta k_{xм} = \{x_0\}k_x + \{\Delta_{xа}\} - \{\Delta_{xм}\} = \{x_i\} + \{\Delta_{xа}\} - \{\Delta_{xм}\}, \tag{2}$$

Погрешности преобразования и округления приводят к отклонению реального значения варианты от идеального (без погрешности), т.к. $k_x' = k_x + \Delta k_x$. Причем, аддитивная и мультипликативная составляющие погрешности установления истинного значения варианты обусловлены погрешностями округления и отбрасывания дробных частей данных в числителе и знаменателе УЧЗ и определяются согласно УЧЗ

$$\{\Delta_{xа}\} = \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{ч}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}} \tag{3}$$

и

$$\{\Delta_{xм}\} = \{x_0\}k_x\frac{\{\Delta U_{з}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}}. \tag{4}$$

Значение варианты k_x' вычисляется с точностью, которая, после округления, устанавливается равной или на порядок превышающей точность воспроизведения нормированной по значению физической величины x_0.

Запишем УЧЗ (1), с учетом и с последовательным отображением погрешностей измерительного преобразования и вычисления исходных данных, в виде

$$\{x_i'\} = (\{x_0\} \pm \{\Delta_0\})\frac{(\{U_3'(x_i+x_0)\} \pm \{\Delta_u\}) - (\{U_1'(x_0)\} \pm \{\Delta_u\})}{(\{U_3'(x_i+x_0)\} \pm \{\Delta_u\}) - (\{U_2'(x_i)\} \pm \{\Delta_u\})} = (\{x_0\} \pm \{\Delta_0\})\frac{\{\Delta U_{31}'\} \pm k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\} \pm k_2\{\Delta_u\}} =$$
$$= (\{x_0\} \pm \{\Delta_0\})\cdot\left(\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}} \pm \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\cdot\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right) = (\{x_0\} \pm \{\Delta_0\})\left(\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\left[1 \pm \left(\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right)\right]\right) =$$
$$= \{x_0\}\cdot\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}} \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right)\cdot\left(\{x_0\}\cdot\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right) = \{x_0\}\cdot\frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\left[1 \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right)\right] \tag{5}$$

или, через варианту k_x', в виде

$$\{x_i'\} = \{x_0\}\cdot k_x' \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right)\cdot\left(\{x_0\}\cdot k_x'\right) = \{x_0\}\cdot k_x'\left[1 \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right)\right] =$$
$$= \{x_0\}\cdot(k_x + \Delta k_{xа} - \Delta k_{xм})\left[1 \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right)\right]. \tag{6}$$

При условии, что значения абсолютных погрешностей определения разности преобразованных физических величин в числителе и знаменателе одинаковые, т.е. при $\{\Delta_{u1}\} = \{\Delta_{u2}\} = \{\Delta_u\}$, результат избыточных измерений может быть записан через погрешности в виде

$$\{x_i'\} = \{x_0\} \cdot k_x' \left[1 \pm \left(\gamma_0 + k_2 \left[\gamma_{31} + \gamma_{32}\right]\right)\right], \qquad (7)$$

где $k_2 = 2$, $\gamma_0 = \{\Delta_0\}/\{x_0\}$, $\gamma_0 = \{\Delta_0\}/\{x_0\}$, $\gamma_{31} = \{\Delta_u\}/\{\Delta U_{31}'\}$, $\gamma_{32} = \{\Delta_u\}/\{\Delta U_{32}'\}$.

Анализ УЧЗ (7) показал, что погрешность результата избыточных измерений линейно зависит от значения относительной погрешностей воспроизведения нормированной по значению физической величины x_0 и удвоенной суммы значений относительных погрешностей вычисления разностей результатов измерительного преобразования физических величин x_3 и x_1, x_3 и x_2, соответственно, в числителе и знаменателе.

Тангенс угла α наклона прямой, характеризующей погрешность избыточных измерений или крутизна преобразования $S_и$ (индекс «и» означает избыточные измерения), определяется как $\{S_и\} = \text{tg}\alpha = \{x_0\} \cdot k_x'$.

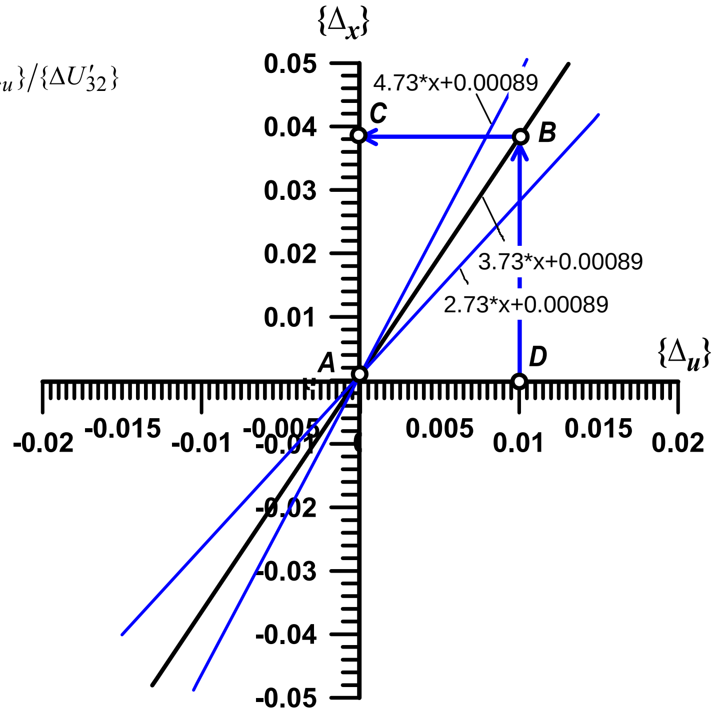

Рисунок. Графики зависимости погрешности результата избыточных измерений от погрешности вычисления разностей результатов измерительного преобразования физических величин x_3 и x_1, x_3 и x_2, соответственно, в числителе и знаменателе

С учетом исходных данных, полученных с погрешностью 0,01, т.е. при $U_1'(x_0) = 20,38\text{ В} \pm 0,01\text{ В}$; $U_2'(x_i) = 18,50\text{ В} \pm 0,01\text{ В}$ и $U_3'(x_i + x_0) = 35,71\text{ В} \pm 0,01\text{ В}$, уравнение числовых значений погрешности результата избыточных измерений примет вид

$$\{\Delta_x\} = \pm\left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \{\Delta_u\}\left[\frac{k_2}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right) \cdot \left(\{x_0\} \cdot \frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right) = \pm\left(\frac{0,001}{17} + \{\Delta_u\} \cdot \left[\frac{2}{15,33} + \frac{2}{17,21}\right]\right) \cdot \left(17 \cdot \frac{15,33}{17,21}\right) =$$

$$= [0,00006 + \{\Delta_u\} \cdot (0,130463 + 0,11621)] \cdot 15,14294 = 0,00089 + \{\Delta_u\} \cdot 0,246673 \cdot 15,14294 = 0,00089 + \{\Delta_u\} \cdot 3,73535, \quad (8)$$

Семейство прямых, характеризующих вклад каждой составляющей в погрешность Δ_x результата избыточных измерений, приведено на рисунке (для данных УЧЗ (8) — утолщенная прямая). По УЧЗ погрешности (8) можно осуществлять оценку погрешности машинной обработки данных.

Определим числовое значение результата избыточных измерений с учетом тех же данных. Для этого подставив в (5) исходные значения данных и погрешностей, получим, что

$$\{x_i'\} = \{x_0\} \cdot \frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}} \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right) \cdot \left(\{x_0\} \cdot \frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right) = 17 \cdot \frac{15,33}{17,21} \pm \left(\frac{0,001}{17} + \left[\frac{0,02}{15,33} + \frac{0,02}{17,21}\right]\right) \cdot \left(17 \cdot \frac{15,33}{17,21}\right) =$$

$$= 17 \cdot 0,89076 \pm \left(0,00006 + \left[0,00130 + 0,00116\right]\right) \cdot \left(17 \cdot 0,89076\right) = 15,14294 \pm \left(0,00006 + 0,00246\right) \cdot \left(17 \cdot 0,89076\right) =$$

$$= 15,14294 \pm 0,00252 \cdot \left(17 \cdot 0,89076\right) = \lfloor 15,14\underline{294} \rfloor \pm \lceil 0,03\underline{816} \rceil = 15,14 \pm 0,04. \qquad (9)$$

Если измерительное преобразование трех однородных физических величин осуществляется с погрешностью 0,001, т.е. $U_1'(x_0) = 20,383\text{ В} \pm 0,001\text{ В}$; $U_2'(x_i) = 18,501\text{ В} \pm 0,001\text{ В}$ и $U_3'(x_i + x_0) = 35,715\text{ В} \pm 0,001\text{ В}$, то в этом случае результат обработки

$$\{x_i'\} = \{x_0\} \cdot \frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}} \pm \left(\frac{\{\Delta_0\}}{\{x_0\}} + \left[\frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{31}'\}} + \frac{k_2\{\Delta_u\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right]\right) \cdot \left(\{x_0\} \cdot \frac{\{\Delta U_{31}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}}\right) = 17 \cdot \frac{15,332}{17,214} \pm \left(\frac{0,001}{17} + \left[\frac{0,002}{15,332} + \frac{0,002}{17,214}\right]\right) \cdot \left(17 \cdot \frac{15,332}{17,213}\right) =$$

$$= 17 \cdot 0,89067 \pm \left(0,00006 + \left[0,00013 + 0,00012\right]\right) \cdot \left(17 \cdot 0,89067\right) = 15,14139 \pm 0,00031 \cdot \left(17 \cdot 0,89067\right) =$$

$$= \lfloor 15,141\underline{39} \rfloor \pm \lceil 0,004\underline{69} \rceil = 15,141 \pm 0,005. \qquad (10)$$

Следовательно, с повышением точности измерительного преобразования физических величин на порядок, точность результата избыточных измерений также повышается на порядок. Остается открытым вопрос,

как влияет машинная обработка округленных результатов измерительного преобразования рядов физических величин на погрешность конечного результата вычисления значения искомой физической величины?

Предположим, что в результате измерительного преобрахования трех однородных физических величин x_1, x_2 и x_3, причем $\{x_1\}=\{x_0\}$, $\{x_2\}=\{x_i\}$ и $\{x_3\}=\{x_0\}+\{x_i\}$, получили напряжения: $U_1'(x_0)=20,38$ В; $U_2'(x_i)=18,71$ В и $U_3'(x_i+x_0)=35,71$ В. Подставив полученные значения в УЧЗ (2), получим:

$$\{x_i\}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor}=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\lfloor\{\Delta U_{\text{ч}}'\}\rfloor}{\{\Delta U_{32}'\}+\lfloor\{\Delta U_{\text{з}}'\}\rfloor}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51}=17\frac{15+0,33}{17+0,21}=\lfloor 15,14\underline{294}\rfloor\simeq 15,14=15+0,14, \quad (11)$$

где $\{\Delta U_{31}\}=15$ — значение целой части числителя; $\{\Delta U_{\text{ч}}\}=0,33$ — значение дробной части числителя; $\{\Delta U_{32}\}=17$ — значение целой части знаменателя; $\{\Delta U_{\text{з}}\}=0,21$ — значение дробной части знаменателя и $\{x_0\}=17$ — значение образцовой (нормированной по значению) физической величины.

Конституированное УЧЗ, полученное из (11) с учетом умножения на десять числителя и знаменателя УЧЗ варианты, т.е.с повышенной в 10 раз точностью вычисления значения варианты, примет вид

$$\{x_i'\}=\{x_0\}\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}}=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}'\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}'\}}=17\cdot\frac{10}{10}\cdot\frac{35,71-20,38}{35,71-18,50}=17\cdot\frac{153,3}{172,1}=17\cdot\left(\frac{153}{172}+\frac{0,3}{172,1}-\frac{0,1}{172,1}\right)=$$

$$=\{x_i\}+\{\Delta_{x\text{а}}\}-\{\Delta_{x\text{м}}\}=17\cdot(0,889\underline{53}+0,001\underline{74})=15,12\underline{201}+0,02\underline{963}-0,00\underline{987}\simeq\lfloor 15,13\underline{189}\rfloor\pm\lceil 0,00\underline{988}\rceil=15,13\pm 0,01, \quad (12)$$

где сомнительные цифры подчеркнуты.

Определим относительную погрешность обработки округленных данных по исходному (11) и конституированному (12) УЧЗ:

$$\delta_x=\frac{\{x_i\}-\{x_i'\}}{\{x_i\}}100\%=\frac{15,14-15,13}{15,14}\cdot 100\%=\lceil 0,06\underline{6}\rceil\%=0,07\%. \quad (13)$$

Следовательно, результат, полученный обычным способом обработки, т.е. по УЧЗ (11), на 0,07% более грубый, чем при обработке по конституированному УЧЗ (12).

Отметим, что предложенная методология повышения точности обработки данных используется и при нелинейной функции преобразования измерительного канала.

Рассмотрим аналитические методов повышения точности обработки округленных данных, названные нами методами поправок. По количеству одновременно используемых поправок различают методы одной поправки, методы двух поправок и методы трех поправок [1]. Они обеспечивают изменение дробных частей данных числителя или/и знаменателя УЧЗ варианты, самого значения варианты или погрешности вычислительной обработки данных.

Разные способы введения поправок в УЧЗ (2) обусловили получение следующих семи основных разновидностей конституированных УЧЗ [1]:

$$\{x_{i\text{к}1}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}}\right]=\{x_0\}\left[\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}}\right]; \quad (14)$$

$$\{x_{i\text{к}2}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}\right]=\{x_0\}\left[\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}\right]; \quad (15)$$

$$\{x_{i\text{к}3}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}\right]=\{x_0\}\left[\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}\right]; \quad (16)$$

$$\{x_{i\text{к}4}\}=\{x_0\}\left[\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}}+\frac{\{\Delta x_{\text{п}i}\}}{\{x_0\}}\right]\right]=\{x_0\}\left[\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}}+\{\Delta x_{\text{п}i}\}\right]; \quad (17)$$

$$\{x_{i\text{к}5}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}}+\frac{\{\Delta x_{\text{п}i}\}}{\{x_0\}}\right]=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}}+\{\Delta x_{\text{п}i}\}; \quad (18)$$

$$\{x_{i\text{к}6}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\frac{\{\Delta x_{\text{п}i}\}}{\{x_0\}}\right]=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\{\Delta x_{\text{п}i}\}; \quad (19)$$

$$\{x_{i\text{к}7}\}=\{x_0\}\left[\frac{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_1'(x_0)\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{U_3'(x_i+x_0)\}-\{U_2'(x_i)\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\frac{\{\Delta x_{\text{п}i}\}}{\{x_0\}}\right]=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\{\Delta U_{\text{ч}}\}+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\{\Delta U_{\text{з}}\}+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\{\Delta x_{\text{п}i}\}. \quad (20)$$

1. Метод поправки значения дробной части данных числителя УЧЗ варианты [4]

Первый метод поправок рассмотрим на примере обработки данных по уравнению числовых значений (УЧЗ) (14).

Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки имеет вид (1). В результате измерительных преобразований получены следующие значения данных**:** целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\}=15$; дробной части числителя —$\{\Delta U_{ч}\}=0,33$; целой части знаменателя —$\{\Delta U_{32}\}=17$; значение дробной части знаменателя —$\{\Delta U_{з}\}=0$, а $\{x_0\}=17\pm 0,001$.

Вначале вычисляется базовое значение варианты $k_x=15/17=0,882\underline{35}$ с точностью до третьего знака после запятой: Значения физической величина x_0, базовое значение варианты k_x и установленные значения исходных данных запоминаются.

При известных значениях дробных частей числителя$\{\Delta U_{ч}\}$ и знаменателя $\{\Delta U_{з}\}$, значение погрешности обработки данных определяются согласно уравнению погрешности. Полученное значение погрешности и является тем значением поправки $\{\Delta U_{п1}\}$ для дробной части данных числителя, на которое следует уменьшить результат (5) избыточных измерений. Поправка вычисляется по УЧЗ

$$\{\Delta U_{п1}\})=k_x\{\Delta U_{з}\}-\{\Delta U_{ч}\}, \tag{21}$$

полученному в результате вычитания равенства (3) из (4).

Подставляя исходные данные в (21), получим значения поправки

$$\{\Delta U_{п1}\}=0,882\cdot 0,2-0,33=-0,15\underline{36}\simeq -0,15, \tag{22}$$

где $k_{xч}=0,882$ — числовое значение варианты, вычисленное до 3-го знака после запятой.

Окончательно, конституированное УЧЗ (с введенной поправкой), приемлемое для машинной обработки округленных данных, примет вид:

$$\{x_{iк}\}=\{x_0\}k_{xч}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor+\lfloor\{\Delta U_{п1}\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor}=17\frac{35,71-20,38-0,15}{35,71-18,51}=17\frac{15,33-0,15}{17,2}=17\frac{15,18}{17,2}=\lfloor 15,00\underline{35}\rfloor\simeq 15. \tag{23}$$

Следовательно, описанный метод введения поправки в дробную часть данных числителя обеспечивает уменьшение в 40 раз значения погрешности машинной обработки данных. Эффективность $E_{kx}=0,14/0,0035=40$.

2. Метод поправки значения дробной части данных знаменателя УЧЗ варианты

Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки также имеет вид (1) и обеспечивает получение погрешности результата обработки $\{\Delta_{x1}\}=0,14$ при значении искомой физической величины $\{x_1\}=15$ (см. (11)). Для данного метода конституированное УЧЗ имеет вид (15).

Решается задача определения значения поправки $\{\Delta U_{п2}\}$ и введение ее в дробную часть данных знаменателя УЧЗ (11). Для этого определяется расчетное (индекс «р») значение дробной части знаменателя при $\{\Delta U_{ч}\}=0,33$ (см. (11)):

$$\{\Delta U_3\}_р=\{\Delta U_{ч}\}/k_x=0,33/0,882=0,37\underline{41}=0,37. \tag{24}$$

Полученное значение (24) уменьшают на значение дробной части знаменателя, равное $\{\Delta U_{з}\}=0,2$ (см. (23)), и получают искомую поправку

$$\{\Delta U_{п2}\}=\{\Delta U_{з}\}_р-\{\Delta U_{з}\}=0,37-0,2=0,17. \tag{25}$$

Подставляя исходные данные и значение поправки (25) в (15), окончательно получим конституированное УЧЗ и результат обработки в виде:

$$\{x_{iк}\}=\{x_0\}k_{xз}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor+\{\Delta U_{п2}\}}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51+0,17}=17\frac{15,33}{17,2+0,17}=17\frac{15,33}{17,37}=\lfloor 15,00\underline{34}\rfloor\simeq 15, \tag{26}$$

[4] В (8) — (14) УЧЗ варианты представлено в квадратных скобках

где $k_{x3} = 15,33/17,37 = \lceil 0,882\underline{56} \rceil = 0,883$ — числовое значение варианты, модифицированной по значению дробной части знаменателя.

Следовательно, описанный метод введения поправки в дробную часть данных знаменателя УЧЗ (15) обеспечивает повышение в 41 раз точности обработки округленных данных. Отношение погрешностей или эффективность $E_{kx} = 0,14 / 0,0034 \simeq 41$.

3. *Методы поправок значений дробных частей данных числителя и знаменателя УЧЗ варианты*

В основу положено определение значений поправок к дробным частям данных числителя и знаменателя варианты согласно конституированного УЧЗ (16).

Ниже рассматриваются три разновидности метода двух поправок:

а) метод поправок с вычислением значений первой и второй поправок дробных частей данных числителя и знаменателя варианты, соответственно;

б) метод поправок с заданием значения поправки дробной части данных знаменателя и с вычислением значения поправки дробной части данных числителя;

в) метод поправок с вычисления значения поправки дробной части данных числителя и с вычислением значения поправки дробной части данных знаменателя.

3.1. *Метод поправок значений дробных частей данных числителя и знаменателя варианты*

Предположим, что что структура УЧЗ до введения поправок имеет вид (1). При этом установлены следующие значения данных: целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\} = 14$; дробной части числителя — $\{\Delta U_{ч}\} = 0,7$;

целой части знаменателя — $\{\Delta U_{32}\} = 19$; значение дробной части знаменателя — $\{\Delta U_{з}\} = 0,45$ и значение образцовой физической величины $\{x_0\} = 19$.

Дробные части данных числителя и знаменателя определены с точностью до второго знака посте запятой: $\{\Delta U_{ч1}\} = 0,70$, $\{\Delta U_{з1}\} = 0,45$, а значение $\{x_0\}$ образцовой физической величины — с точностью до 3-го знака после запятой.

При обработке данных без введения поправок получаем:

$$\{x_i'\} = \{x_0\} \frac{\{U_3'(x_i + x_0)\} - \{U_1'(x_0)\}}{\{U_3'(x_i + x_0)\} - \{U_2'(x_i)\}} = \{x_0\} \frac{\{\Delta U_{31}\} + \{\Delta U_{ч}\}}{\{\Delta U_{32}\} + \{\Delta U_{з}\}} = 19 \frac{14 + 0,7}{19 + 0,45} = \lceil 14,35\underline{98} \rceil = 14,36 \quad (27)$$

Погрешность результата обработки данных $\{\Delta_{x1}\} = 0,36$ при значении искомой физической величины $\{x_1\} = 14$ (см. (27)).

Поставлена задача уменьшения погрешности обработки по УЧЗ (1) округленных результатов измерительного преобразования трех физических величин.

Сущность метод поправок дробных частей данных числителя и знаменателя варианты УЧЗ состот в следующем.

По значениям дробных частей данных числителя и знаменателя с точностью до третьего знака после запятой вычисляется базовое значение варианты $k_v' = -\{\Delta U_{ч}\} / \{\Delta U_{з}\} = 14/19 = \lceil 0,736\underline{84} \rceil \simeq 0,737$.

По известным данным определяется новое значение дробной части данных числителя варианты при $\{\Delta U_{31}\} = 0,45$:

$$\{\Delta U_{ч1}\} = -k_x \{\Delta U_{з1}\} = -0,737 \cdot 0,45 = -\lfloor 0,33\underline{16} \rfloor \simeq -0,33 \quad (28)$$

Значение дробной части данных числителя уменьшают на нормированное значение $0,2$, т.е. до $\{\Delta U_{ч2}\} = 0,5$, а расчетное (индекс «р») значение дробной части числителя устанавливают равным

$$\{\Delta U_{ч}\}_{р} = \{\Delta U_{ч2}\} - \{\Delta U_{ч}\} = 0,5 - 0,7 = -0,2 . \quad (29)$$

Значение поправки $\{\Delta U_{п1}\}$ дробной части числителя определим как сумму значений дробных частей (28) и (29) числителей варианты:

$$\{\Delta U_{п1}\} = -(\{\Delta U_{ч3}\} + \{\Delta U_{чi}\}_{AE}) = -(0,33 + 0,2) = -0,53 . \quad (30)$$

Определим расчетное значение дробной части знаменателя варианты УЧЗ :

$$\{\Delta U_{з}\}_{р} = \{\Delta U_{ч2}\} / (-k_x) = 0,5 / (-0,737) = -0,67\underline{84} \simeq -0,68 . \quad (31)$$

Для дробной части данных знаменателя УЧЗ значение поправки $\{\Delta U_{п2}\}$ определяется как разность расчетного значения (25) и заданного со знаком минус:

$$\{\Delta U_{\text{п}2}\} = -(\{\Delta U_{з}\}_{\text{р}} - \{\Delta U_{з}\}) = -(0,68-0,45) = -0,23\,. \tag{32}$$

Поскольку повышение точности обработки связано с уменьшением значения дробной части варианты УЧЗ, то полученные значения поправок (30) и (31) подставляются в конституированное УЧЗ (16).

С учетом указанных поправок, результат обработки округленных данных получают с высокой точностью:

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}2}\}} = \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\} + \lceil\{\Delta U_{\text{ч}}'\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\} + \lfloor\{\Delta U_3'\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}2}\}} =$$

$$= 19\frac{34,95-20,25}{34,95-15,50} = 19\frac{14+0,7-0,53}{19+0,45-0,23} = 19\frac{14,17}{19,22} = 14,00\underline{78} \simeq 14,01. \tag{33}$$

Следовательно, полученные результаты свидетельствуют, что описанный метод обеспечивает повышение эффективности обработки в $E_{kx} = 0,36/0,01 = 36$ раз за счет введения поправок в дробные частий данных числителя и знаменателя варианты УЧЗ.

3.2. ***Метод поправок дробных частей данных числителя при заданном значении поправки к дробной части знаменателя УЧЗ варианты***

Сущность метод введения поправок дробных частей данных числителя при заданном значении знаменателя варианты УЧЗ заключается в следующем.

Предположим, что структура УЧЗ до введения поправок имеет вид (1), а структура конституированного УЧЗ, т.е. после введения поправок, — вид (16). Для заданного УЧЗ (1) известны исходные данные: $\{\Delta U_{31}\} = 14$, $\{\Delta U_{\text{ч}}\} = 0,7$, $\{\Delta U_{32}\} = 19$, $\{\Delta U_{з}\} = 0,45$ и значение погрешности результата обработки $\{\Delta_{x1}\} = 0,36$.

Следует отметить, что значение погрешности Δ_{x1} результата обработки может быть установлено: а) путем вывода УЧЗ погрешности, как, например, показано выше (см. (8) и графики на рисунке), б) путем вычисления искомого значения физической величины вручную и вычитания его из значения, полученного в результате машинной обработки данных, т.е. $\{\Delta_{x1}\} = \{x_i'\} - \{x_{ik}\}$.

Задается значение поправки дробной части знаменателя равной, например, $\{\Delta U_{\text{п}2}\} = -0,19$. Значение поправок рекомендуется выбирать в пределах $-(0,1...0,8)\{\Delta_{x1}\}$

Затем вычисляется знчение поправки дробной части данных числителя по УЧЗ

$$\{\Delta U_{\text{п}1}\} = \Big(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}2}\}\Big)\left(\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor} - \frac{\Delta_{x1}}{\{x_0\}}\right) - \Big(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor\Big) \tag{34}$$

которое выводится из равенства

$$\{\Delta_{x1}\} = \{x_i'\} - \{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor} - \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}2}\}}\,. \tag{35}$$

Подставляя в (34) исходные данные, получают значение поправки

$$\{\Delta U_{\text{п}1}\} = (34,95-15,50-0,19)\left(\frac{34,95-20,25}{34,95-15,50} - \frac{0,37}{19}\right) - (34,95-20,25) =$$

$$= 19,26\cdot\left(0,75\underline{58} - 0.01\underline{95}\right) - 14,7 = 19,26\cdot 0,73\underline{63} - 14,7 = -0,51\underline{88} = -0,52. \tag{36}$$

С учетом $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0,52$ и $\{\Delta U_{\text{п}2}\} = -0,19$ получим конституированное УЧЗ и результат обработки в виде

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\} + \lceil\{\Delta U_{\text{ч}}'\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\{\Delta U_{32}'\} + \lfloor\{\Delta U_3'\}\rfloor + \{\Delta U_{\text{п}2}\}} = 19\frac{14+0,7-0,52}{19+0,45-0,19} = 19\frac{14,18}{19,26} = 13,98\underline{86} \simeq 13,99 = 14-0,01\,. \tag{37}$$

Эффективность обработки округленных данных составила 58 раз, т.к. $E_{kx} = 0,36/0,01 = 36$ раз.

3.3. ***Метод поправок дробной части данных знаменателя при заданном значении поправки к дробной части числителя УЧЗ варианты***

Сущность третьей разновидности метода поправки $\Delta U_{\text{п}2}$ дробных частей даных знаменателя при заданном значении поправки $\Delta U_{\text{п}1}$ числителя УЧЗ варианты состоит в следующем.

Известно, что структура УЧЗ до введения поправок имеет вид (1), а конституированного УЧЗ — вид (16). Для заданного УЧЗ используются те же исходные данные: $\{\Delta U_{31}\}=14$, $\{\Delta U_{ч}\}=0,7$, $\{\Delta U_{32}\}=19$, $\{\Delta U_{з}\}=0,45$, а также значение погрешности результата обработки данных $\{\Delta_{x1}\}=0,36$.

Задача повышения эффективности обработки округленных данных по УЧЗ (1) решается следующим образом.

Задается значение поправки дробной части числителя равной, например, $\{\Delta U_{п1}\}=0,2$, с целью увеличения дробной части числителя на 0,2. Затем вычисляется знчение поправки дробной части данных знаменателя по УЧЗ

$$\{\Delta U_{п2}\}=\frac{\left(\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lfloor\{U_1'(x_0)\}\right\rfloor+\{\Delta U_{п1}\}\right)}{\left(\dfrac{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lfloor\{U_1'(x_0)\}\right\rfloor}{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lfloor\{U_2'(x_i)\}\right\rfloor}-\dfrac{\Delta_{x1}}{\{x_0\}}\right)}-\left(\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lfloor\{U_2'(x_i)\}\right\rfloor\right), \tag{38}$$

которое выведено из равенства (35).

В (32) подставим исходные данные. Тогда значение второй поправки равно:

$$\{\Delta U_{п2}\}=\frac{34,95-20,25+0,2}{\dfrac{34,95-20,25}{34,95-15,50}-\dfrac{0,36}{19}}-(34,95-15,50)=\frac{14,7+0,2}{0,7558-0,0189}-19,45=\frac{14,9}{0,7369}-19,45=\left\lceil 0,76\underline{98}\right\rceil=0,77. \tag{39}$$

С учетом значений первой и второй поправок($\{\Delta U_{п1}\}=0,2$ и $\{\Delta U_{п2}\}=0,77$), получим высокоточный результат обработки данных:

$$\{x_{iк}\}=\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{31}'\}+\left\lceil\{\Delta U_{ч}'\}\right\rceil+\{\Delta U_{п1}\}}{\{\Delta U_{32}'\}+\left\lfloor\{\Delta U_{з}'\}\right\rfloor+\{\Delta U_{п2}\}}=19\frac{14+0,7+0,2}{19+0,45+0,77}=19\frac{14,9}{20,22}=\left\lfloor 14,00\underline{10}\right\rfloor=14. \tag{40}$$

В данном случае эффективность обработки округленных данных составила $E_{kx}=0,36/0,001=360$ раз.

Методы двух поправок интересны тем, что дают возможность исследовать влияние значения поправки дробной части данных числителя или знаменателя УЧЗ варианты на эффективность обработки данных по конституированному УЧЗ (16).

4. ***Метод поправки значения варианты УЧЗ***

Сущность метода заключается в следующем. Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки имеет вид (1), для которого известны исходные данные: $\{\Delta U_{31}\}=15$, $\{\Delta U_{ч}\}=0,33$, $\{\Delta U_{32}\}=17$, $\{\Delta U_{з}\}=0,2$, значение погрешности результата обработки $\{\Delta_{x1}\}=0,15$, а также базовое значение варианты $k_x\simeq 0,882$. Необходимо определить значение поправки $\Delta x_{пi}$ для ввода в конституированное УЧЗ

$$\{x_{iк}\}=\{x_0\}\frac{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil}{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil}+\{\Delta x_{пi}\}=\{x_0\}\left(\frac{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil}{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil}+k_{пi}\right), \tag{41}$$

где $k_{пi}=\{\Delta x_{пi}\}/\{x_0\}$; $\{\Delta x_{пi}\}$ и $k_{пi}$ — абсолютное и относительное значения поправки, причем

$$\{\Delta x_{пi}\}=\{x_i'\}-\{x_{iк}\}=k_{пi}\{x_0\}. \tag{42}$$

Определение значения поправки $\{\Delta x_{пi}\}$ согласно, например, УЧЗ $\{\Delta_{x1}\}=\{\Delta x_{пi}\}=\{x_i'\}-\{x_{iк}\}$.

Запишем УЧЗ (41) через поправку $\{\Delta x_{пi}\}$ в виде

$$\{x_{iк}\}=\{x_0\}\frac{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil-\{\Delta x_{пi}\}\left(\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil\right)/\{x_0\}}{\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil} \tag{43}$$

Приравняем числовые значения поправки $\{\Delta U_{п1}\}$ и поправки, включенной в состав УЧЗ (35):

$$\{\Delta U_{п1}\}=k_{пi}\left(\left\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\right\rceil-\left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil\right). \tag{44}$$

Из (43) УЧЗ поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$ примет вид:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil}. \tag{45}$$

Подставляя соответствующие данные в УЧЗ (45), получим:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -k_{\text{п}i}\{x_0\} = -\frac{0,15}{17,2}\cdot 17 = -0,00\underline{87}\cdot 17 = -0,14\underline{79} \simeq -0,15. \tag{46}$$

Проверим справедливость полученного значения поправки. Для этого подставим значение поправки (46) в УЧЗ (41):

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_1'(x_0)\}\rfloor}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lfloor\{U_2'(x_i)\}\rfloor} + \{\Delta x_{\text{п}i}\} = 17\frac{15,33}{17,2} - 0,15 = 15,15\underline{17} - 0,15 \simeq 15,00\underline{17}. \tag{47}$$

Следовательно, описанный метод обеспечивает опосредованное определение поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$ и повышение эффективности обработки округленных данных в 88 раз, т.к. $E_{kx} = 0,15 / 0,0017 \simeq 88$.

5. *Метод поправок дробной части данных числителя УЧЗ варианты и результата обработки данных в целом*

Особенностью метода двух поправок также является необходимость определения погрешности $\{\Delta_{x1}\}$ результата машинной обработки данных, что необходимо для вычисления значения поправки $\Delta x_{\text{п}i}$.

Погрешность $\{\Delta_{x1}\}$ может быть определена, например, путем вычисления искомого значения физической величины вручную и вычитания его из значения, полученного в результате машинной обработки даных., или иным способом. Вычисление значения поправки $\Delta x_{\text{п}i}$ возможно по априори выведенному для данного метода избыточных измерений УЧЗ

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = \{x_i'\}\{S_{\text{п}}\} = \{x_i'\}(\{\Delta_{x\text{кн}}\} / \{\Delta x_{\text{кн}}\}), \tag{48}$$

где $\{S_{\text{п}}\}$ — значение крутизны преобразования исходного результата обработки в значение поправки; $\{\Delta_{x\text{кн}}\} = \{\Delta x_{\text{пк}}\} - \{\Delta x_{\text{пн}}\}$ — разность значений погрешностей машинной обработки, полученных для начала и для конца диапазона измерений, присущая данному методу избыточных измерений; $\{\Delta x_{i\text{кн}}\} = \{x_{i\text{к}}\} - \{x_{i\text{н}}\}$ — разность значений или диапазон измерений искомой физической величины; $\{x_i'\}$ — результат избыточных измерений до введения поправок в УЧЗ искомой физической величины.

Сущность данного метода состоит в следующем. Предположим, что структура конституированного

УЧЗ после введения поправки имеет вид (18), для которого известны значения: целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\} = 15$; дробной части числителя — $\{\Delta U_{\text{ч}}\} = 0,33$; целой части знаменателя — $\{\Delta U_{32}\} = 17$ и дробной части знаменателя — $\{\Delta U_{\text{з}}\} = 0,2$; образцовой физической величины — $\{x_0\} = 17$. Допустим, что значение погрешности обработки равно $\{\Delta_{x1}\} = 0,15$ при $\{x_i\} = 15$, а базовое значение варианты $k_x = 0,882$.

Необходимо вычислить значения поправок $\{\Delta U_{\text{п}1}\}$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = k_{\text{п}i}\{x_0\}$.

Представим УЧЗ (18) через погрешность $\{\Delta_{x1}\}$ обработки округленных данных:

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} + \{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} + \{\Delta x_{\text{п}i}\} = \{x_i'\} - \{\Delta_{x1}\} \tag{49}$$

Из (49) определим УЧЗ поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$. Для этого приравняем УЧЗ погрешности обработки и значение самой погрешности $\{\Delta_{x1}\}$:

$$\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} + \{\Delta x_{\text{п}i}\} = -\{\Delta_{xi}\}. \tag{50}$$

Решим УЧЗ (50) относительно $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$. С учетом значения поправки $\Delta U_{\text{п}1}$, УЧЗ для поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$ результата обработки примет вид:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} - \{\Delta_{x1}\}\,. \tag{51}$$

Подставим в (51) исходные данные, значение $\{\Delta_{x1}\} = 0{,}15$ и априори заданное значение первой поправки, выбранное равной, например, половине значения дробной части знаменателя УЧЗ варианты, взятое со знаком минус, т.е. $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0{,}1$. В результате

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}_1 = -\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} - \{\Delta_{x1}\} = -17\frac{-0{,}1}{35{,}71 - 18{,}51} - 0{,}15 = 0{,}09\underline{88} - 0{,}15 = -0{,}05\underline{11}\,. \tag{52}$$

С учетом поправки (52), получим, окончательно, конституированное УЧЗ и результат обработки в виде:

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} + \{\Delta x_{\text{п}i}\} =$$
$$= 17\frac{35{,}71 - 20{,}38 - 0{,}1}{35{,}71 - 18{,}51} + 0{,}0511 = 17\frac{15{,}33 - 0{,}1}{17{,}2} - 0{,}05\underline{11} = 17\frac{15{,}23}{17{,}2} - 0{,}05\underline{11} = 15{,}05\underline{29} - 0{,}05\underline{11} = 15{,}00\underline{18}. \tag{53}$$

По сравнению с результатом, полученным до введения поправок, эффективность обработки данным методом составила 83,3 раза, т.к. $E_{kx} = 0{,}15 / 0{,}0018 = 83{,}3$.

Пример 2.

Выберем значение первой поправки $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0{,}13$. В этом случае (при $\{\Delta_{x1}\} = -0{,}15$) получим следующее значение поправки к результату обработки:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} - \{\Delta_{x1}\} = -17\frac{-0{,}13}{17{,}2} - 0{,}15 = 0{,}12\underline{84} - 0{,}15 = -0{,}02\underline{15}\,. \tag{54}$$

С учетом новых значений поправок ($\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0{,}13$ и ($\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -0{,}0215$ (54)), получим высокоточный результат обработки данных:

$$\{x_i\} = \{x_0\}k_{\text{хк}} = 17\frac{35{,}71 - 20{,}38 - 0{,}13}{35{,}71 - 18{,}51} - 0{,}0215 = 17\frac{15{,}33 - 0{,}13}{17{,}2} - 0{,}0215 = 17\frac{15{,}2}{17{,}2} - 0{,}0215 = 15{,}0232 - 0{,}0215 = 15{,}00\underline{17}\,. \tag{55}$$

По сравнению с результатом измерений, полученным без обработки данных, введение поправок повышает точность обработки в 88 раз, поскольку расчетная эффективность $E_{kx} = 0{,}15 / 0{,}0017 \simeq 88$.

Пример 3

Установлено, что значения поправки $\Delta U_{\text{п}1}$ целесообразно выбирать равной значению дробной части знаменателя УЧЗ варианты, т.е. $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0{,}2$. В этом случае получим значение поправки $\Delta x_{\text{п}i}$ к результату обработки с противоположным знаком:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -\{x_0\}\frac{\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} - \{\Delta_{x1}\} = \frac{0{,}2}{17{,}2} - 0{,}15\underline{17} = 0{,}19\underline{76} - 0{,}15\underline{17} = 0{,}04\underline{59}\,. \tag{56}$$

При $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0{,}2$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = 0{,}0459$ результата обработки

$$\{x_{i\text{к}}\} = \{x_0\}k_{x\text{з}} = 17\frac{35{,}71 - 20{,}38 - 0{,}2}{35{,}71 - 18{,}51} + 0{,}0459 = 17\frac{15{,}13}{17{,}2} + 0{,}0459 = 14{,}95\underline{41} + 0{,}04\underline{59} \simeq 15. \tag{57}$$

получаем с точностью на два и более порядка большей, чем при других значениях поправок $\Delta U_{\text{п}1}$ и $\Delta x_{\text{п}i}$.

Следовательно, выбирая значение поправки $\Delta U_{\text{п}1}$ близкой или равной значению дробной части знаменателя УЧЗ варианты, взятой со знаком минус, результат обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Метод поправок к дробной части данных числителя УЧЗ варианты и к варианте в целом представляет интерес не только для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от установленных значений поправок.

Недостатком метода введения поправок в дробную часть данных числителя УЧЗ варианты и в

результат обработки данных в целом является необходимость оценки значения погрешности машинной обработки данных. Приведенные три примера реализации данного метода введения поправок в УЧЗ искомой физической величины показывают его высокую эффектривность, достигаемую нескольких десятков раз, при учсловии, что точно известно значение погрешности машинной обработки.

Предложенное УЧЗ (48) частично решает задачу определения погрешности машинной обработки данных для конкретного метода избыточных измерений. При его использовании искомая физическая величина определеяется по конституированному УЧЗ $\{x_i\}=\{x_i'\}-\{\Delta x_{\text{п}i}\}=\{x_i'\}(1-\{S_{\text{н}}\})$.

6. ***Метод поправок дробной части данных знаменателя УЧЗ варианты и результата обработки данных в целом***

Сущность данного метода повышения точности обработки округленных данных состоит в следующем. Предположим, что после введения поправок структура конституированного УЧЗ имеет вид (13). Для него известны значения: целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\}=15$, дробной части числителя — $\{\Delta U_{\text{ч}}\}=0,33$, целой части знаменателя — $\{\Delta U_{32}\}=17$, значение дробной части знаменателя — $\{\Delta U_{\text{з}}\}=0,2$, значение образцовой физической величины $\{x_0\}=17$ и базовое значение варианты $k_x \simeq -0,882$.

Требуется определить значения поправок $\Delta U_{\text{п}2}$ и $\Delta x_{\text{п}i}=k_{\text{п}i}x_0$.

Значение поправки $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$ определяется по УЧЗ

$$\{\Delta U_{\text{п}2}\}=\left(\{\Delta U_{\text{з}}\}-\{\Delta U_{\text{ч}}\}/k_x\right)=(0,2-0,33/0,882)=-0,17\underline{41}\,. \tag{58}$$

Приведем к общему знаменателю и представим УЧЗ (58) в виде сумы результата и погрешности обработки:

$$\begin{aligned}\{x_{i\text{к}}\}&=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil+\{\Delta x_{\text{п}i}\}\Big[\Big(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil\Big)+\{\Delta U_{\text{п}2}\}\Big]/\{x_0\}}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}=\\&=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\frac{\{\Delta x_{\text{п}i}\}\Big[\Big(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil\Big)+\{\Delta U_{\text{п}2}\}\Big]}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}\end{aligned} \tag{59}$$

Выведем УЧЗ поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$. Для этого из (59) вычтем УЧЗ (1) без поправок, а полученный результат приравняем к значению $\{\Delta_{x1}\}$ самой погрешности обработки, т.е.

$$\{x_i'\}-\{x_{i\text{к}}\}=\{\Delta_{x1}\}\,. \tag{60}$$

Решая равенство (60) относительно $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$, получим, с учетом (59), УЧЗ для данной поправки в виде:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil}-\{x_0\}\frac{\Big(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil\Big)}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}-\{\Delta_{x1}\}\,. \tag{61}$$

Подставим в (61) исходные данные, — установленное значение погрешности обработки $\{\Delta_{x1}\}=-0,15$ и априори вычисленное значение поправки $\{\Delta U_{\text{п}2}\}=-0,17\;(58)$. В результате имеем:

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51}-17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,17}-0,15=15,15\underline{17}-15,30\underline{30}-0,15=-0.15\underline{13}-0,15=-0,30\underline{13}\,. \tag{62}$$

При полученных значениях поправок (58) и (62) конституированное УЧЗ и результат обработки имеют вид:

$$\{x_{i\text{к}}\}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}+\{\Delta x_{i\text{п}}\}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,17}-0,30\underline{13}=17\frac{15,33}{17,02}-0,30\underline{13}=15,00\underline{17}\,. \tag{63}$$

Эффективность обработки данных повышается в 88 раз, т.к. $E_{kx}=0,15/0,0017\simeq 88$.

Пример 2

Если значение поправки $\Delta U_{п2}$ не вычислять по УЧЗ (52), а задать его меньшим расчетного, например, $\{\Delta U_{п2}\} = -0{,}11$, то изменится и значение поправки $\Delta x_{пi} = k_{пi} x_0$ к результату обработки. В этом случае

$$\{\Delta x_{пi}\} = 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51} - 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,11} - 0,15 = 15,15\underline{17} - 15,24\underline{83} - 0,15 = -0.09\underline{66} - 0,15 = -0,24\underline{66}. \quad (64)$$

При полученных значениях поправок $\Delta U_{п2}$ и $\Delta x_{пi}$ результат обработки данных станет равным

$$\{x_{iк}\} = 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,11} - 0,24\underline{66} = 17\frac{15,33}{17,09} - 0,24\underline{66} = 15,00\underline{27}. \quad (65)$$

Для данного примера эффективность обработки данных повышается в 55,5 раза, т.к. $E_{kx} = 0{,}15 / 0{,}0027 \simeq 55{,}5$. Это несколько хуже, чем для первого примера.

Пример 3

При выборе значения поправки $\Delta U_{п2}$ несколько большим (по модулю) расчетного, например, равном $\{\Delta U_{п2}\} = -0{,}2$, значение поправки $\Delta x_{пi}$ к результату обработки увеличится, —

$$\{\Delta x_{пi}\} = 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51} - 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,2} - 0,15 = 15,15\underline{17} - 15,33 - 0,15 = -0.09\underline{66} - 0,15 = -0,32\underline{83}, \quad (66)$$

но результат обработки данных получают в 88 раз более точным, чем без введения поправок:

$$\{x_{iк}\} = 17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51-0,2} - 0,32\underline{83} = 15,33 - 0,32\underline{83} = 15,00\underline{17}. \quad (67)$$

Следовательно, значение второй поправки предпочтительнее рассчитывать по УЧЗ (58) с учетом дробных частей сомнительных данных числителя и знаменателя УЧЗ варианты. Тем не менее, выбирая значение поправки $\{\Delta U_{п2}\}$ в пределах, например, – 0,1,…, – 0,2, погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Данный метод представляет интерес как для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, так и для исследований зависимости погрешности обработки данных от значений поправок в знаменателе УЧЗ варианты.

7. ***Метод поправок дробных частей данных числителя, знаменателя и результата обрабютки данных в целом***

Метод трех поправок имеет три разновидности решения метрологической задачи повышения точности обработки округленных данных:

1) определение значения поправки $\Delta x_{пi} = k_{пi} x_0$ при заданных значениях поправок $\Delta U_{п1}$ и $\Delta U_{п2}$;

определение значения поправки $\Delta U_{п1}$ при заданных значениях поправок $\Delta U_{п2}$ и $\Delta x_{пi}$;

определение значения поправки $\Delta U_{п2}$ при заданных значениях поправок $\Delta U_{п1}$ и $\Delta x_{пi}$.

Это самые трудоемкие методы, требующие дополнительных затрат времени на их реализацию.

7.1. ***Метод трех поправок с неизвестным значением поправки $\Delta x_{пi}$ к результату обработки при заданных значениях двух других поправок***

Рассмотрим сущность метода трех поправок для первой разновидности решения поставленной метрологической задачи. Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки имеет вид (1). Необходимо, при заданных значениях поправок $\Delta U_{п1}$ и $\Delta U_{п2}$, определить значение поправки $\Delta x_{iп}$ для ввода в конституированное УЧЗ (20). При этом известны значения: целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\} = 15$, дробной части числителя — $\{\Delta U_{ч}\} = 0{,}33$, целой части знаменателя — $\{\Delta U_{32}\} = 17$, дробной части знаменателя — $\{\Delta U_{з}\} = 0{,}2$ и $\{x_0\} = 17$, варианты $k_x \simeq 0{,}882$.

Вначале устанавливается ориентировочное значение погрешности обработки данных, например, $\{\Delta_{x1}\} = -0{,}15$. Для определения значения поправок $\Delta U_{п1}$ и $\Delta U_{п2}$ рекомендуется предварительно вычислить их по УЧЗ (21) и (58), соответственно, — $\{\Delta U'_{п1}\}) = k_x\{\Delta U_{з}\} - \{\Delta U_{ч}\} = 0{,}882 \cdot 0{,}2 - 0{,}33 = -0{,}15\underline{36}$ и $\{\Delta U'_{п2}\} = = \left(\{\Delta U_{з}\} - \{\Delta U_{ч}\} / k_x\right) = (0{,}2 - 0{,}33/0{,}882) = -0{,}17\underline{41}$. При этом полученные значения поправок не используются, а в качестве поправок используются близкие к полученным, но не равные им значения, например, $\{\Delta U_{п1}\} = -0{,}12$ и $\{\Delta U_{п2}\} = -0{,}18$.

Определим УЧЗ поправки $\{\Delta x_{пi}\}$. Для этого из УЧЗ (1) вычтем УЧЗ (20), а полученный результат

приравняем к значению поправки $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$. В результате получим (60).

Решая равенство (54) относительно $\{\Delta x_{\text{п}i}\}$ с учетом (20), получим УЧЗ для данной поправки в виде

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil}-\{x_0\}\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil-\lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil+\{\Delta U_{\text{п}2}\}}-\{\Delta_{x1}\}. \quad (68)$$

Подставив в (68) исходные данные и значения $\{\Delta_{x1}\}=-0{,}15$, $\{\Delta U_{\text{п}1}\}=-0{,}12$ и $\{\Delta U_{\text{п}2}\}=-0{,}18$ получим, что

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51}-17\frac{(35,71-20,38)-0,12}{(35,71-18,51)-0,18}-0,15=15,15\underline{17}-15,19\underline{21}-0,15=-0.04\underline{04}-0,15=-0,19\underline{04}. \quad (69)$$

С учетом (69), получим следующее значение результата обработки:

$$\{x_{i\text{к}}\}=17\frac{(35,71-20,38)-0,12}{(35,71-18,51)-0,18}-0,19\underline{04}=17\frac{15,33-0,12}{17,2-0,18}-0,19\underline{04}=15,19\underline{21}-0,19\underline{04}=15,00\underline{17}. \quad (70)$$

Выигрыш в точности обработки данных с использованием метода трех поправок составил 88 раз, т.к. $E_{kx}=0,15/0,0017\simeq 88$. Недостатком метода является необходимость использования эвристических методов для выбора значения погрешности обработки Δ_{x1}, и значений первой и второй поправок $\Delta U_{\text{п}1}$ и $\Delta U_{\text{п}2}$.

Пример 2

Если задать значения поправок $\{\Delta U_{\text{п}1}\}=-0,2$ большее, чем ранее вычисленного значения –0,15 первой поправки, и значение $\{\Delta U_{\text{п}2}\}=-0,11$ меньшее, чем ранее вычисленного значения –0,18 второй поправки, то значение поправки к результату обработки станет равным

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51}-17\frac{(35,71-20,38)-0,2}{(35,71-18,51)-0,11}-0,15=15,15\underline{17}-15,05\underline{03}-0,15=0.10\underline{14}-0,15=-0,04\underline{86}. \quad (71)$$

При этом значение искомой физической величины после обработки получим, при том же значении Δ_{x1}, равным

$$\{x_{i\text{к}}\}=17\frac{(35,71-20,38)-0,2}{(35,71-18,51)-0,11}-0,04\underline{86}=17\frac{15,33-0,2}{17,2-0,11}-0,04\underline{86}=15,05\underline{03}-0,04\underline{86}=\lfloor 15,00\underline{17}\rfloor=15. \quad (72)$$

В приведенном примере за счет использования метода трех поправок, достигнута точность обработки данных в 88 раз большая, чем без введения поправок. Недостатком данного варианта метода трех поправок является, как отмечалось выше, трудность корректного выбора значений поправок $\Delta U_{\text{п}1}$ и $\Delta U_{\text{п}2}$.

***Пример* 3**

Допустим, что значения первых двух поправок выбраны одинаковыми, т.е. $\{\Delta U_{\text{п}1}\}=-0,2$ и $\{\Delta U_{\text{п}2}\}=-0,2$ при том же значении погрешности обработки $\{\Delta_{x1}\}=-0,15$. В этом случае

$$\{\Delta x_{\text{п}i}\}=17\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51}-17\frac{(35,71-20,38)-0,2}{(35,71-18,51)-0,2}-0,15=15,15\underline{17}-15,13-0,15=0.02\underline{17}-0,15=-0,12\underline{83}. \quad (73)$$

Вводя поправки $\{\Delta U_{\text{п}1}\}=-0,2$, $\{\Delta U_{\text{п}2}\}=-0,2$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\}=-0,12\underline{83}$ в УЧЗ (20), получим результат обработки данных

$$\{x_{i\text{к}1/5}\}=17\frac{(35,71-20,38)-0,2}{(35,71-18,51)-0,2}-0,12\underline{83}=17\frac{15,33-0,2}{17,2-0,2}-0,12\underline{83}=15,13-0,12\underline{83}=15,00\underline{17} \quad (74)$$

с той же точностью обработки, что и в предыдущем случае.

Следовательно, выбирая значения поправок $\{\Delta U_{\text{п}1}\}$ и $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$в пределах, например, –0,1,…, –0,2(0,3) и вычисляя значение поправки $\Delta x_{\text{п}i}$, достигается повышение точности результата обработки более, чем на порядок. При этом погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Описанный метод трех поправок представляет интерес не только для решения задачи повышения

точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от заданных значений первых двух поправок.

7.2. *Метод трех поправок с неизвестным значением первой поправки* $\Delta U_{п1}$ *при заданных значениях двух других поправок*

Сущность метода трех поправок для второй разновидности решения поставленной метрологической задачи состоит в следующем. Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки имеет вид (1). Базовое значение варианты определено с точностью до третьего знака, т.е. $k_x \simeq 0,882$. Необходимо, при заданных значениях поправок $\Delta x_{пi}$ и $\Delta U_{п2}$, определить значение поправки $\Delta U_{п1}$ для конституированного УЧЗ (14).

Допустим,, что известны значения: целой части числителя, — $\{\Delta U_{31}\} = 15$, дробной части числителя, — $\{\Delta U_{ч}\} = 0,33$, целой части знаменателя, — $\{\Delta U_{32}\} = 17$, значение дробной части знаменателя, — $\{\Delta U_{з}\} = 0,2$, $\{x_0\} = 17$ и значение погрешности, — $\{\Delta_{x1}\} = -0,1$ (при условии, что $\left|\{\Delta_{x1}\}\right| < \left|\{\Delta x_{пi}\}\right|$).

Вначале задаются значения двух поправок: $\{\Delta x_{пi}\} = -0,11$ и $\{\Delta U_{п2}\} = -0,15$.

УЧЗ поправки $\{\Delta U_{п1}\}$. определяется из равенства (68). Решая его относительно $\{\Delta U_{п1}\}$, получим УЧЗ для поправки в виде:

$$\{\Delta U_{п1}\} = \left(\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil + \{\Delta U_{п2}\}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil}{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil} - \frac{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil}{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil + \{\Delta U_{п2}\}} - \frac{\{\Delta x_{пi}\} + \{\Delta_{x1}\}}{\{x_0\}}\right). \qquad (75)$$

Подставляя в (75) исходные данные и значения $\{\Delta_{x1}\} = -0,1$, $\{\Delta x_{пi}\} = -0,16$ (при $\{\Delta_{x1}\} < \{\Delta x_{пi}\}$) и $\{\Delta U_{п2}\} = -0,15$, получим значение первой поправки:

$$\{\Delta U_{п1}\} = 17,05\left[\frac{35,71-20,38}{35,71-18,51} - \frac{(35,71-20,38)}{(35,71-18,51)-0,15} - \frac{-0,1-0,16}{17}\right] = 17,05\left[\frac{15,33}{17,2} - \frac{15,33}{17,05} - \frac{-0,26}{17}\right] =$$
$$= 17,05\left[0,89\underline{13} - 0,89\underline{91} + 0,01\underline{54}\right] = 17,05\times(0,00\underline{76}) \simeq 0,12\underline{96} \simeq 0,13. \qquad (76)$$

Подставляя исходные данные и значение поправок в (68), получим конституированное УЧЗ и результат обработки в виде:

$$\{x_{iк}\} = \{x_0\}\left[\frac{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_1'(x_0)\}\right\rceil + \{\Delta U_{п1}\}}{\left\lceil\{U_3'(x_i + x_0)\}\right\rceil - \left\lceil\{U_2'(x_i)\}\right\rceil + \{\Delta U_{п2}\}}\right] + \{\Delta x_{пi}\} = 17\frac{(35,71-20,38)-0,13}{(35,71-18,51)-0,15} - 0,16 =$$
$$= 17\frac{15,33-0,13}{17,2-0,15} - 0,16 = 17\frac{15,2}{17,05} - 0,16 = 15,15\underline{54} - 0,16 = 14,99\underline{54} = 15 - 0,00\underline{46}. \qquad (77)$$

Описанный метод трех поправок с неизвестным значением первой поправки обеспечивает повышение эффективности обработки округленных данных в $E_{kx} = 0,15 / 0,0046 \simeq 33$ раза. Он представляет интерес не только для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от заданных значений поправок $\Delta x_{пi}$ и $\Delta U_{п2}$.

Недостатком метода является необходимость использования эвристических методов с целью правильного выбора значения погрешности обработки Δ_{x1}, и значений первой и второй поправок $\Delta x_{пi}$ и $\Delta U_{п2}$.

Пример 2

Предположим, что при тех же исходных данных выбраны значения поправок $\{\Delta x_{пi}\} = -0,35$, и $\{\Delta U_{п2}\} = -0,2$ при значении погрешности $\{\Delta_{x1}\} = -0,1$. В этом случае получим

$$\{\Delta U_{п1}\} = \frac{35,71-20,38}{35,71-18,51} - \frac{35,71-20,38}{(35,71-18,51)-0,2} - \frac{-0,35-0,1}{17} = \frac{15,33}{17,2} - \frac{15,33}{17} + \frac{0,45}{17} = 0,89\underline{13} - 0,90\underline{18} + 0,01\underline{6} = 0,02\underline{15} \qquad (78)$$

и

$$\{x_{iк}\} = 17\frac{(35,71-20,38)+0,0215}{(35,71-18,51)-0,2} - 0,35 = 17\frac{15,33+0,0215}{17,2-0,2} - 0,35 = 15,35\underline{15} - 0,35 = 15,00\underline{15}. \qquad (79)$$

Описанный метод трех поправок с неизвестным значением первой поправки обеспечивает повышение точности обработки округленных данных на два порядка, т.е. $E_{kx} = 0,15 / 0,0015 \simeq 100$.

Следовательно, выбирая значения поправок в пределах –0,1,…, –0,2(–0,3), погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Описанный метод трех поправок представляет интерес не только для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от установленных значениях первых двух поправок. Недостаток метода состоит в необходимости использования эвристических методов для выбора значений поправок $\Delta x_{\text{п}i}$ и $\Delta U_{\text{п}2}$.

7.3. *Метод трех поправок с неизвестным значением второй поправки* $\Delta U_{\text{п}2}$ *при заданных значениях двух других поправок*

Рассмотрим сущность метода трех поправок для третьей разновидности решения поставленной метрологической задачи. Предположим, что структура УЧЗ до введения поправки имеет вид (1). Базовое значение варианты $k_x \simeq 0,882$ определено с точностью до третьего знака. Необходимо, при заданных значениях поправок $\{\Delta x_{i\text{п}}\}$ и $\{\Delta U_{\text{п}1}\}$, определить значение поправки $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$ в конституированном УЧЗ (61) , для которого известны значения: целой части числителя — $\{\Delta U_{31}\} = 15$, дробной части числителя — $\{\Delta U_{\text{ч}}\} = 0,33$, целой части знаменателя — $\{\Delta U_{32}\} = 17$, значение дробной части знаменателя — $\{\Delta U_{\text{з}}\} = 0,2$, $\{x_0\} = 17$ и заданы значения двух поправок — $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0,14$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -0,11$.

Определим УЧЗ поправки $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$. Для этого из УЧЗ (1) без поправок, вычтем УЧЗ (20), а полученный результат приравняем к значению самой погрешности обработки, т.е. к $\{\Delta_{x1}\} = 0,15$. В результате решения полученного равенства относительно $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$, получим УЧЗ для второй поправки в виде:

$$\{\Delta U_{\text{п}2}\} = \frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\dfrac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil} - \dfrac{\{\Delta_{x1}\}+\{\Delta x_{\text{п}i}\}}{\{x_0\}}} - \left(\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil\right) \qquad (80)$$

Подставим в (80) исходные данные и заданные значения правок $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0,14$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -0,11$, а также погрешности обработки $\{\Delta_{x1}\} = 0,15$. В результате получим:

$$\{\Delta U_{\text{п}2}\} = \frac{(35,71-20,38)-0,14}{\dfrac{35,71-20,38}{35,71-18,51} - \dfrac{0,15-0,11}{17}} - (35,71-18,51) = \frac{15,33-0,14}{\dfrac{15,33}{17,2} - \dfrac{0,04}{17}} - 17,2 =$$

$$= \frac{15,33-0,14}{0,8913-0,0023} - 17,2 = \frac{15,19}{0,88\underline{89}} - 17,2 = 17,08\underline{85} - 17,2 = -0,11\underline{15}. \qquad (81)$$

Подставляя исходные данные и значение поправки $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0,14$, $\{\Delta U_{\text{п}2}\} = -0,11\underline{15}$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -0,11$ в (20), получим, окончательно, при конституированное УЧЗ и результат обработки в виде:

$$\{x_{i\text{к}}'\} = \{x_0\}\left[\frac{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_1'(x_0)\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}1}\}}{\lceil\{U_3'(x_i+x_0)\}\rceil - \lceil\{U_2'(x_i)\}\rceil + \{\Delta U_{\text{п}2}\}}\right] + \{\Delta x_{i\text{п}}\} = 17\frac{(35,71-20,38)-0,17}{(35,71-18,51)-1,3918} - 0,11 =$$

$$= 17\frac{15,33-0,14}{17,2-0,1115} - 0,11 = 17\frac{15,19}{17,0885} - 0,11 = 15,11\underline{13} - 0,11 = 15,00\underline{13}\,. \qquad (82)$$

Исследования показали, что описанный метод с неизвестным значением второй поправки обеспечивает получение достоверных результатов при правильном задании значений поправок и погрешности. Эффективность метода составляет $E_{kx} = 0,15/0,0013 \simeq 115$.

Выбирая значения поправок в пределах –0,1,…, –0,2(0,3), погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Описанный метод трех поправок представляет интерес не только для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от установленных значениях первых двух поправок. Недостаток метода состоит в необходимости использования эвристических методов для выбора значений поправок $\Delta x_{\text{п}i}$ и $\Delta U_{\text{п}1}$.

Пример 2

Предположим, что значения поправок выбраны равными: $\{\Delta U_{\text{п}1}\} = -0,2$ и $\{\Delta x_{\text{п}i}\} = -0,12$ при значении погрешности $\{\Delta_{x1}\} = 0,15$. В этом случае значение второй поправки

$$\{\Delta U_{\text{п}2}\} = \frac{(35,71-20,38)-0,2}{\dfrac{35,71-20,38}{35,71-18,51}-\dfrac{0,15-0,11}{17}} - (35,71-18,51) = \frac{15,33-0,2}{\dfrac{15,33}{17,2}-\dfrac{0,04}{17}} - 17,2 = .$$

$$= \frac{15,33-0,2}{0,8913-0,0023} - 17,2 = \frac{15,13}{0,88\underline{9}} - 17,2 = 17,01\underline{91} - 17,2 = -0,18\underline{09}, \qquad (83)$$

а

$$\{x_{ik}\} = 17\frac{(35,71-20,38)-0,2}{(35,71-18,51)-0,18\underline{09}} - 0,12 = 17\frac{15,33-0,2}{17,2-0,18\underline{09}} - 0,12 = 15,11\underline{30} - 0,12 = 14,99\underline{3}. \qquad (84)$$

В данном случае достигнуто повышение точности обработки округленных данных в 21 раз, т.е. $E_{kx} = \left|0,15/-0,007\right| \simeq 21$. Не достаточно высокая эффективность свидетельствует о выборе завышенного значения поправки $\Delta x_{\text{п}i}$ или заниженного значения поправки $\Delta U_{\text{п}1}$. Пути оптимизации значений указанных поправок в рамках настоящей работы не рассматриваются.

Следовательно, выбирая значения поправок $\Delta x_{\text{п}i}$ и $\Delta U_{\text{п}1}$, например, в пределах –0,1,…, –0,2(–0,3), погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

Описанный метод представляет интерес не только для решения задачи повышения точности машинной обработки округленных данных, но и для исследований зависимости погрешности обработки данных от установленных значениях поправок $\Delta x_{\text{п}i}$ и $\Delta U_{\text{п}1}$.

Выводы

1. Одной из задач структурного анализа уравнений (сверх)избыточных измерений является повышение точности машинной обработки округленных результатов измерительного преобразования рядов физических величин при разных видах функции преобразования измерительного канала.

2. Установлено наличие семи основных аналитических методов повышения точности, получившие название «методы поправок» или методов одной, двух и трех поправок значений дробных частей данных числителя или/и знаменателя УЧЗ варианты и значения самой варианты в целом. Каждый из предложенных методов меняет структуру УЧЗ, делая ее конституированной.

3. Наибольший интерес представляют методы одной поправки: значения дробной части данных числителя УЧЗ варианты, знаменателя и значений варианты в целом.

4. Показано, что методы поправок целесообразно использовать при условии представления структуры уравнения избыточных и сверхизбыточных измерений искомой физической величины через варианту и определения ее базового значения как отношения верных целочисленных значений данных числителя и знаменателя УЧЗ варианты.

5. Рекомендуется значение варианты определять с точностью, которая после округления результата ее вычисления, устанавливается равной или на порядок превышающей точность воспроизведения нормированной по значению физической величины.

6. Сущность аналитических методов повышения точности обработки данных описана для избыточных измерений физических величин, причем на простом примере избыточных измерений искомой физической величины при линейной функции преобразования измерительного канала. При других видах функции преобразования сущность аналитических методов не изменяется.

7. Метод поправки дробной части данных числителя УЧЗ варианты интересен простотой его реализации, поскольку значение поправки определяется по известному УЧЗ через сомнительные дробные и верные целые части числителя и знаменателя УЧЗ варианты.

8. Метод поправки дробной части данных знаменателя УЧЗ варианты также прост в реализации, использует простое УЧЗ второй поправки и обеспечивает повышение точности обработки данных более, чем на порядок.

9. Метод двух поправок с вычислением новых значений дробных частей данных знаменателя и числителя УЧЗ варианты имеет более сложную процедуру их определения, т.к. требуется большее число вычислительных операций, а, следовательно, и затрат времени на их выполнение. Не смотря на это, точность обработки увеличивается в несколько десятков раз.

10. Установлено, что метод двух поправок может быть представлен в виде трех разновидностей: 1) с определением значений первой и второй поправок, 2) с заданием значения второй поправки и с вычислением значения первой поправки, 3) с заданием значения первой поправки и с определением значения второй поправки. Первая разновидность метода требует использование более сложных алгоритмов вычисления поправок. Две других — использование эвристических методов для выбора (задания) значения одной из поправок.

Установлено, что, при оптимальном выборе значений первой или второй поправки, достигается повышение точности обработки данных более, чем на два порядка.

11. Метод поправки значения варианты УЧЗ искомой физической величины прост в реализации, если априори может быть оценена или определена погрешность машинной обработки данных, т.е. разница между значениями физической величины, полученными при ручной и при машинной обработки данных согласно УЧЗ.

12. Недостатком метода введения поправок в дробную часть данных числителя УЧЗ варианты и в результат обработки данных в целом является необходимость оценки значения погрешности машинной обработки данных. На приведенных трех примерах показана высокая эффективность реализации данного метода введения поправок, достигаемая нескольких десятков раз, но при условии, что точно известно значение погрешности машинной обработки.

13. Предложенно УЧЗ (42), которое в какой-то мере решает задачу определения погрешности машинной обработки данных при условии, что для каждого конкретного метода избыточных измерений известны значения составляющих УЧЗ (42). Порказано, что при использовании УЧЗ (42) искомая физическая величина может бытьь определена по конституированному УЧЗ $\{x_i\} = \{x_i'\} - \{\Delta x_{\text{п}i}\} = \{x_i'\}(1 - \{S_{\text{н}}\})$.

14. Установлено, что, для метода введения поправок в дробную часть данных знаменателя УЧЗ варианты и в результата обработки данных в целом, значение второй поправки предпочтительнее рассчитывать по УЧЗ (52) с учетом дробных частей сомнительных данных числителя и знаменателя УЧЗ варианты. Показано, что, выбирая значение поправки $\{\Delta U_{\text{п}2}\}$ в пределах, например, – 0,1,…, – 0,2, погрешность результата обработки будет изменяться только в третьем знаке после запятой.

15. Метод трех поправок имеет три разновидности решения задачи повышения точности обработки округленных данных. Их недостатком является необходимость использования эвристических методов для априорного выбора значения погрешности обработки Δ_{x1}, и значений двух из трех поправок. Методы трех поправок имеют больше научный интерес, чем практический, в частности для исследований зависимости погрешности обработки данных от установленных значениях двух поправок и вычисленном значении одной поправки.

16. Описанные аналитические методы показывают возможность решения задачи повышения точности обработки данных при условии, что погрешность машинной обработки априори определена для данной структуры уравнения избыточных измерений с установленной совокупностью вычислительных операций или вычислена, например, по УЧЗ (42). Данные методы требуют более глубокого исследования, дальнейшего развития и совершенствования.

Литература

1. Кондратов В.Т. Фундаметнальная метрология: Теория структурного анализа уравнений избыточных и сверхизбыточных измерений. Сообщение 5. Графоаналитические методы введения поправок / В.Т.Кондратов // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2017. — №1. — С. 17 – 26.

References

1. Kondratov V.T. Fundamentalnaya metrologiya: Teoriya strukturnogo analiza ueavnenij izbytochnykh i sverkhizbytochnykh izmerenij. Soobschenie 5. Grafoanaliticheskie metody vvedenija popravok / V.T.Kondratov // Vymiryuvalna ta obchislyuvalna telhnika v tekhnologichnykh prozesakh. — 2017. — №1. — S. 17 – 26.

Рецензія/Peer review : 9.4.2017 р. Надрукована/Printed :19.6.2017 р.
Стаття рецензована редакційною колегією