

УДК 621.317.73

Ю. М. БОЙКО,
О. І. ЄРЬОМЕНКО,
В. В. МАРТИНЮК
Хмельницький національний університет

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КОНДЕНСАТОРІВ НАДВЕЛИКОЇ ЄМНОСТІ

У статті проведений аналіз методів та засобів вимірювання електричних параметрів конденсаторів надвеликої ємності. Результати вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю показав, що двоелементні схеми заміщення непридатні для опису таких об'єктів, так як спостерігається значна частотна залежність вимірюваних параметрів. Для вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю на інфранизьких частотах найбільш придатними є методи прямого перетворення, де в якості зразкових мір використовуються низькоомні високоточні, високостабільні резистори. Запропоновано ітераційно-рекурсивний метод визначення параметрів елементів еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю, за допомогою якого визначається кількість n -ланок абсорбції схеми заміщення та числові значення елементів цієї схеми заміщення.

Ключові слова: подвійний електричний шар, суперконденсатор, імпеданс, абсорбція, схема заміщення.

J. BOIKO,
O. EROMENKO,
V. MARTYNYUK
Khmelnitsky National University

METHODS AND TOOLS OF MEASUREMENT OF ELECTRICAL PARAMETERS OF SUPERCAPACITORS

The article analyzes the methods and means of measuring the electrical parameters of supercapacitors. The results of the measurement of the supercapacitor parameters showed that the two-element substitution schemes are unsuitable for the description of such objects, as there is a significant frequency dependence of the measured parameters. An iterative-recursive method for determining the parameters of elements of the equivalent supercapacitor replacement scheme is proposed, by which the number of n -links of absorption of the substitution circuit and the numerical values n of the elements of this substitution scheme are determined. In order to measure the parameters of super-capacitance capacitors at the infra-low frequencies, direct conversion methods are best suited, where low-ohm high-precision and highly stable resistors are used as exemplary measurements. Analysis of mathematical models and their characteristics and parameters of capacitors shows that a mathematical model of Maxwell is the most adequate for real objects. Theoretical and experimental studies of the equivalent circuit for replacing of super-capacitors show that the equivalent resistance of such capacitors and their capacity increase with decreasing frequency of the measuring signal, and the nature of these dependences is determined by the number of n -links of absorption and the numerical values of $C_i R_i$ elements of every link. An iterative-recursive method for determining the parameters of elements of the equivalent circuit of substitution of super-capacitors is proposed, it allows to determine the number of n -links of absorption of the substitution circuit and the numerical values of the elements of this substitution scheme.

Keywords: double electric layer, supercapacitor, impedance, absorption, replacement circuit.

ВСТУП. Протягом останніх десятиліть за кордоном та в Україні стрімко створюються та серійно виготовляються елементи нового покоління – конденсатори з надвеликою ємністю [1, 2]. Принципова відмінність таких компонентів від традиційних конденсаторів полягає в тому, що вони не містять діелектрика, а їх надвелика електрична ємність забезпечується подвійним електричним шаром (ПЕШ), який утворюється на границі розділу між електродом та електролітом. Тому в літературі [1–11] такі об'єкти також називають ємнісними накопичувачами, конденсаторами з подвійним електричним шаром, іонними конденсаторами або іоністорами, а також суперконденсаторами.

Конденсатори на базі ПЕШ характеризуються надвеликою питомою ємністю, яка в тисячі разів перевищує ємність звичайних конденсаторів, але одиничні елементи мають досить низькі напруги, тому їх з'єднують у батареї [2–4]. Крім того, характерним для конденсаторів з надвеликою ємністю є велике значення тангенса кута діелектричних втрат ($\text{tg}\delta=10\ldots100$ одиниць і більше) порівняно із звичайними конденсаторами, тому що ємнісний опір таких конденсаторів на частотах 50 Гц та 100 Гц набагато менший ніж їх активний внутрішній опір ($X_C \ll R$) [5].

Основні напрямки використання таких конденсаторів: резервні джерела живлення при низькому струмі споживання під час аварійного відключення від мережі електроживлення; ємнісні фільтри для стабілізаторів напруги та струму; імпульсні накопичувачі електроенергії, які здатні віддавати електричну енергію у вигляді імпульсів струму великої амплітуди за короткий проміжок часу.

Незважаючи на широкі дослідження та застосування конденсаторів з надвеликою ємністю, під час вимірювань параметрів таких компонентів, в більшості випадків використовується двоелементна схема

заміщення [6, 7]. В дійсності, як показують експериментальні дослідження, схема заміщення таких конденсаторів набагато складніша [8]. Таке спрощення призводить до значних похибок вимірювання їх ємності.

Крім того, для вимірювання ємностей таких компонентів досить часто використовуються стандартні вимірювальні прилади, які призначені для вимірювання ємностей звичайних конденсаторів. У звичайних конденсаторів активна складова опору значно менша ніж реактивна на частотах вимірювання 50 Гц та 100 Гц. В цьому випадку ігнорується суттєва відмінність конденсаторів з надвеликою ємністю від звичайних конденсаторів, тому отримані значення характеризуються значною похибкою і носять оціночний характер.

В статті проведений опис спеціалізованих методів вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю, які враховують особливості таких компонентів і характеризуються мінімальними похибками. Створення нових методів або суттєве вдосконалення існуючих методів вимірювання надвеликих ємностей дозволить створити вимірювальні прилади для конденсаторів з надвеликою ємністю, що характеризуються мінімальними похибками вимірювання.

АНАЛІЗ ПІДХОДІВ ЩОДО ВИМІРЮВАННЯ ІМПЕДАНСУ. Складність конденсаторів з надвеликою ємністю полягає в тому, що крім основної ємності та послідовного активного опору, в таких об'єктах спостерігаються ємності і активні опори абсорбції [2]. Тому недопустимо зображувати об'єкти з надвеликою ємністю простою двоелементною схемою заміщення. Це підтверджується експериментальними залежностями ємності та тангенса кута діелектричних втрат від частоти вимірювального сигналу рис. 1.

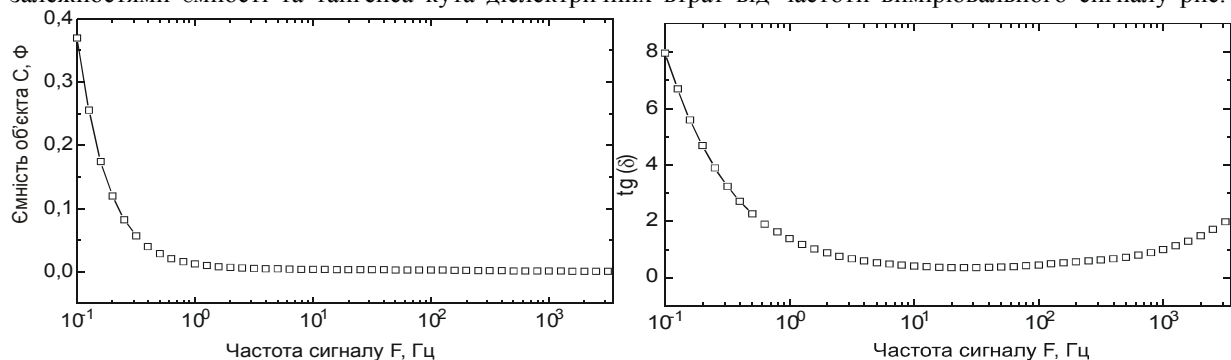


Рис. 1. Залежність ємності та тангенса кута діелектричних втрат від частоти

Аналіз графіків залежностей, які зображені на (рис. 1), показує, що об'єкт вимірювання є складною частотно залежною системою.

Наявність саме ємностей і активних опорів абсорбції приводить до значних відмінностей між значеннями ємності на вимірювальних частотах 50 Гц та 100 Гц, порівняно зі значеннями ємності в області інфранизьких частот. Ця відмінність особливо відчутна під час вимірювання методом заряду-розряду [5–9].

Отже, крім основної ємності об'єкта вимірювання, потрібно також визначати і нормувати всі параметри багатоеlementної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю (ємності та активні опори абсорбції), які є важливими характеристиками таких компонентів [8].

Розглянемо основні підходи щодо вимірювачів параметрів комплексних опорів з метою формування вимірювальних завдань при визначенні значень параметрів суперконденсаторів. У відповідності з законом Ома комплексний опір Z об'єкта вимірювання (імпеданс) визначається як відношення двох комплексних величин: комплексної напруги \dot{U} , яка прикладена до об'єкта вимірювання, та комплексного струму \dot{I} , що проходить через об'єкт в результаті дії комплексної напруги \dot{U} .

Отже, для того щоб виміряти комплексний опір конденсатора з надвеликою ємністю, який представлено простою двоелементною схемою заміщення, необхідно виміряти незалежні складові комплексного опору: дійсну (активний опір R) та уявну (реактивний опір X_C) складові:

$$\operatorname{Re} \underline{Z} = \operatorname{Re} \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R; \quad \operatorname{Im} \underline{Z} = \operatorname{Im} \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = X_C \quad (1)$$

Із системи двох рівнянь, які пов'язують виміряні комплексні величини \dot{U} та \dot{I} із параметрами комплексного опору, визначається ємність C , та еквівалентний реактивний опір R конденсатора з надвеликою ємністю. На такому принципі побудовано більшість відомих вимірювачів параметрів комплексних опорів [1, 2], причому вимірювання можуть здійснюватись в аналоговій або цифровій формі. При розрахунках параметрів комплексного опору за результатами вимірювання комплексних величин напруги та струму, точність визначення шуканих параметрів залежить від похибок вимірювання комплексних величин, які вимірюються прямим методом, а також особливостями мікропроцесора (МП).

Характерною особливістю сучасних високоточних мікропроцесорних вимірювачів параметрів комплексних опорів є вимірювання комплексних величин напруги U на об'єкті вимірювання та комплексного струму \dot{I} , який проходить через об'єкт вимірювання за допомогою одного вимірювального каналу. В даних приладах величина комплексного струму \dot{I} вимірюється за допомогою зразкового резистора R_0 , через який проходить вимірюваний комплексний струм \dot{I} , створюючи на ньому спад напруги U_0 .

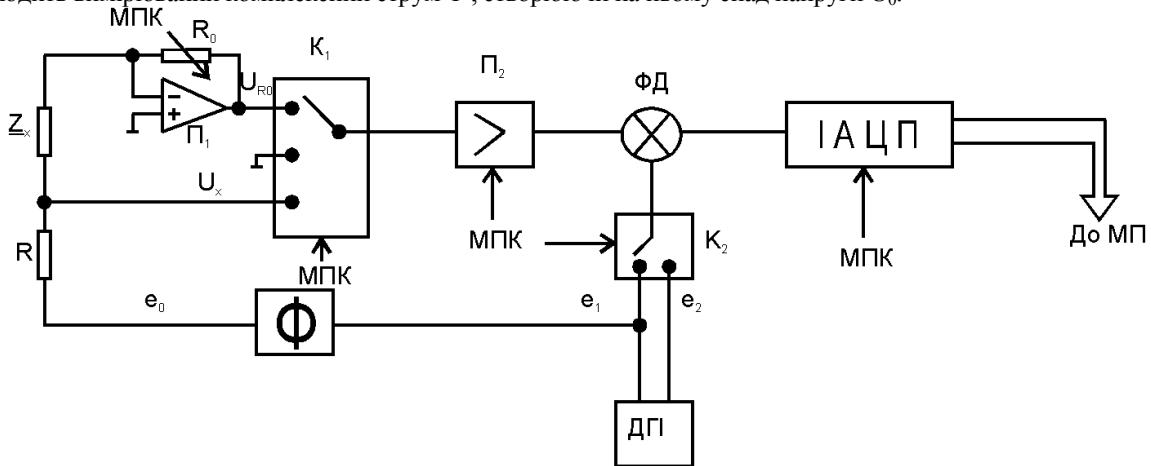


Рис. 2. Вимірювальне коло вимірювачів RLC

Для точних вимірювань необхідно використовувати тільки один вимірювальний канал рис. 2, який по черзі вимірює комплексні напруги на об'єкті вимірювання та зразковому активному опорі R_0 . В цьому випадку значно підвищується точність вимірювань порівняно із двоканальними вимірювачами, для яких характерними є значні похибки від неідентичності характеристик вимірювальних каналів.

Вимірювальне коло, зображене на (рис. 2), складається із невідомого комплексного опору R_{Zx} та зразкового активного опору R_0 . Змінюючи значення R_0 , вибирають діапазон вимірювання. Коло живиться від джерела змінної напруги на основі двофазного генератора імпульсів (ДГ). Цей генератор генерує дві послідовності прямокутних імпульсів e_1 та e_2 .

Імпульсний генератор виконано повністю на логічних елементах без застосування точних аналогових елементів, що дозволяє отримати фазовий зсув на 90° між e_1 та e_2 з високою точністю. Із однієї вихідної напруги ДГ за допомогою фільтру Φ формується синусоїдальна напруга e_0 , яка подається на Z_x . Для цієї схеми Z_x дорівнює:

$$\underline{Z}_X = R_0 \frac{\dot{U}_x}{\dot{U}_{R0}} \quad (2)$$

$$Z_x = R_0 \frac{U_x}{U_{R0}}$$

Отже, для визначення параметрів Z_x при відомому R_0 необхідно виміряти дві комплексні напруги U_x та U_{R0} , наприклад виміряти їх складові відносно будь-якої третьої напруги, фаза якої буде вважатися за нульову. В даному випадку вимірювання здійснюється відносно e_1 .

Процес вимірювання складається з п'яти тактів. На першому такті ключ $K1$ через підсилювач Π_2 під'єднує напругу U_x на вхід фазового детектора $\Phi Д$, на опорний вхід якого через ключ $K2$ подається напруга e_1 . Ця напруга за допомогою інтегруючого аналого-цифрового перетворювача (ІАЦП) перетворюється в код a_1 , який запам'ятовується в пам'яті МП.

На другому такті ключ $K2$ подає на вхід $\Phi Д$ напругу e_2 , яка має фазовий зсув 90° відносно напруги e_1 , і здійснюється вимірювання та запам'ятовування квадратурної складової U_x (a_2).

На третьому та четвертому такті вимірюються синфазна (a_3) та квадратурна (a_4) складові напруги U_{R0} .

У п'ятому такті ключ $K1$ заземляє вхід і вимірюється дрейф нуля $\Phi Д$ та ІАЦП (a_5). За результатами цих вимірювань ($a_1 \dots a_5$), значення R_0 та частоти живлення вимірювального кола ω можна розрахувати параметри комплексного опору для конденсатора з надвеликою ємністю за наступними формулами:

Активний опір R_x :

$$R_x = R_0 \frac{(a_1 - a_5)(a_3 - a_5) + (a_2 - a_5)(a_4 - a_5)}{(a_3 - a_5)^2 + (a_4 - a_5)^2} \quad (3)$$

Реактивний опір:

$$X_c = R_0 \frac{(a_2 - a_5)(a_3 - a_5) - (a_1 - a_5)(a_4 - a_3)}{(a_3 - a_5)^2 + (a_4 - a_5)^2}. \quad (4)$$

Ємність об'єкта:

$$C_X = -\frac{1}{\omega X_c}. \quad (5)$$

Тангенс кута діелектричних втрат:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_X}{|X_c|}. \quad (6)$$

Таким чином описані підходи щодо побудови вимірювачів параметрів комплексних величин які базуються на фізичній моделі об'єкта вимірювання [2] дозволяють сформулювати вимоги до таких вимірювачів: метод і апаратура для вимірювання повинна забезпечити вимірювання параметрів багатоеlementної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю; метод вимірювання повинен містити інструментарій і засоби зниження робочої частоти вимірювального сигналу в сторону низьких та інфранизьких частот при вимірюванні параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю; апаратура для вимірювання повинна мати можливість для розширення діапазону вимірюваних значень ємності до 1000Ф та тангенса кута діелектричних втрат до 100 одиниць і більше при вимірюванні на інфранизьких частотах параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю; робота вимірювача повинна базуватись на цифровому методі врахування похибок та калібрування інфранизькочастотної апаратури для вимірювання параметрів багатоеlementної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю.

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КОНДЕНСАТОРІВ НАДВЕЛИКОЇ ЄМНОСТІ

Проведені теоретичні та експериментальні дослідження частотних залежностей еквівалентної ємності $C(\omega)$ та активного опору $R(\omega)$ (рис. 1) показують, що визначення параметрів елементів еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю є складною вимірювальною задачею [10, 11]. Складність задачі полягає у тому, що кількість n ланок абсорбції $R_i C_i$ для реальних конденсаторів з надвеликою ємністю є апріорно невідомою та різною.

Загальна методика визначення числових значень еквівалентів еквівалентних схем заміщення багатоеlementних двополюсників може бути подана наступним чином: якщо кількість елементів багатоеlementного RC -двополюсника фіксована і відома, то його комплексний опір можна записати наступною формулою:

$$Z(p) = \frac{A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + A_1 p + A_0 p^0}{A_{2n} p^{2n} + A_{2n-1} p^{2n-1} + \dots + A_{n+1} p^{n+1}}, \quad (7)$$

де n – число незалежних контурів двополюсника;

$p = j\omega$ – комплексна частота;

A – коефіцієнти пропорційності.

Для визначення складових вектора параметрів багатоеlementного двополюсника використаємо дискретні значення комплексного опору його еквівалентної схеми заміщення:

$$Z_i(p) = R_i + jX_i, \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (8)$$

де R_i – виміряне значення активної складової опору;

X_i – виміряне значення реактивної складової опору.

$$Z_i(j\omega_i) = R_i + jX_i, \quad (i=1, 2, \dots, n). \quad (9)$$

Із виразу (7) отримаємо неоднорідну систему рівнянь відносно A_k для кількості частот L .

$$\begin{cases} A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + A_k p^k + \dots + A_1 p^1 + A_0 p^0 = 0 \\ A_{2n} p^{2n} + A_{2n-1} p^{2n-1} + \dots + A_{2k} p^{2k} + \dots + A_{n+1} p^{n+1} = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

де $k=1, 2, \dots, n$.

У векторній формі система (10) має вигляд:

$$\overline{P} \overline{A} = 0. \quad (11)$$

Для визначення A_k ($k=1, 2, \dots, 2n$) із (11) необхідно значення комплексного опору вимірювати не менш ніж на n різних частотах. Тоді $\det P \neq 0$, отже всі A_k визначаються однозначно.

Після розв'язку системи (11) розв'язується наступна система нелінійних рівнянь:

$$\begin{cases} A_1 = f_1(R_1, X_1) \\ A_2 = f_2(R_2, X_2) \\ \dots \\ A_{2n} = f_{2n}(R_{2n}, X_{2n}) \end{cases} \quad (12)$$

У векторній формі система (12) має вигляд:

$$\overline{F}(\overline{R}, \overline{X}) = \overline{A}, \quad (13)$$

де ліві частини рівнянь системи – суми добутків різних степенів шуканих параметрів.

Така методика дозволяє визначити всі параметри багатоеlementного двополюсника, але потребує відомого числа n незалежних контурів двополюсника.

Для еквівалентної схеми заміщення конденсаторів надвеликої ємності кількість ланок абсорбції $R_i C_i$, а отже і кількість n незалежних контурів для реальних конденсаторів апріорно невідома та різна.

Для розробки вимірювачів електричних параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю автори пропонують ітераційно-рекурсивний метод визначення числових значень електричних параметрів еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю.

Суть запропонованого ітераційно-рекурсивного метода полягає в тому, що на першому етапі ітераційним наближенням визначається кількість n -ланок абсорбції $R_i C_i$, які достатньо знати при розробці, виготовленні та експлуатації конденсаторів з надвеликою ємністю.

На другому етапі за допомогою рекурсивних розрахунків по виміряним значенням еквівалентної ємності та активного опору визначаються числові значення електричних параметрів r , C_0 , C_i , R_i та R_0 еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю.

На першому етапі кількість n -ланок абсорбції $R_i C_i$ визначається за наступними критеріями:

- частотним діапазоном $f_{\min} \dots f_{\max}$, у якому використовуються конденсатори з надвеликою ємністю;
- кроком дискретизації по частоті Δf , який визначається швидкістю зміни частотної характеристики;
- нормуючими характеристиками і параметрами, які необхідно знати при розробці, виробництві та експлуатації конденсаторів з надвеликою ємністю.

Конденсатори з надвеликими ємностями використовуються в інфранизькочастотному діапазоні, тому перший критерій обмежує діапазон вимірювальних частот:

$$\begin{aligned} f_{\min} &= 0.001 \text{ Гц} & (T_{\max} &= \frac{1}{f_{\min}} = 1000 \text{ с}); \\ f_{\max} &= 100 \text{ Гц} & (T_{\min} &= \frac{1}{f_{\max}} = 0.01 \text{ с}). \end{aligned}$$

Другий критерій обмежує крок дискретизації по частоті Δf , який визначається ітераційним наближенням. На першому кроці ітерацій вимірювання параметра частотної залежності в межах вибраного діапазону частот від 0,001 Гц до 100 Гц здійснюється подекадно. В цьому випадку сітка вимірювальних частот складає:

$$f = \{0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100\} \text{ [Гц]}.$$

На наступних кроках ітерацій аналізується величина зміни виміряних параметрів $C_i(f_i)$ та $R_i(f_i)$ між сусідніми частотами. При значних змінах вказаних виміряних параметрів крок дискретизації по частоті Δf зменшують, а вимірювання проводять між сусідніми частотами, на яких здійснювались вимірювання на попередньому кроці ітерації.

Значне зменшення кроку дискретизації по частоті Δf приводить до збільшення числа n -ланок абсорбції $R_i C_i$ математичної моделі конденсаторів з надвеликою ємністю, а отже і кількості рівнянь та складності розрахунків. Це приводить до значного збільшення часу вимірювань.

Якщо на наступних кроках ітерацій величина зміни виміряних параметрів $C_i(f_i)$ та $R_i(f_i)$ між сусідніми частотами є незначною, то крок дискретизації по частоті Δf збільшується. В цьому випадку число n -ланок абсорбції $R_i C_i$ математичної моделі зменшується. Це призводить до покращення швидкодії вимірювача.

Третій критерій визначає допустиму величину зміни виміряних параметрів $C_i(f_i)$ та $R_i(f_i)$ між сусідніми частотами. Цей критерій визначається нормуючими характеристиками і параметрами, які необхідно знати при проектуванні, виробництві та експлуатації конденсаторів з надвеликою ємністю.

На цьому перший етап ітераційно-рекурсивного метода завершується. На другому етапі визначаються числові значення r , C_0 , C_i , R_i та R_0 електричних параметрів елементів еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю за допомогою рекурсивних розрахунків.

Дані рекурсивні розрахунки базуються на експериментальних дослідженнях параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю, які показують, що для таких конденсаторів спостерігаються наступні

співвідношення параметрів еквівалентної схеми заміщення [2]:

$$\begin{cases} r < R_1 < R_2 < \dots < R_i < \dots < R_n < R_0 \\ \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_i < \dots < \tau_n \end{cases}, \quad (14)$$

де $\tau_0 = rC_0$, $\tau_1 = R_1C_1$, ..., $\tau_i = R_iC_i$, ..., $\tau_n = R_nC_n$.

Формули для розрахунку i -х ємності C_i та опору R_i для i -ї ланки абсорбції є рекурсивними, тому що в них використовуються числові значення величин r , C_0 , C_1 , R_1 , C_2 , R_2 , ..., C_{i-1} , R_{i-1} , які були визначені на вимірювальних частотах вибраної сітки частот відповідно f_{\max} , f_1 , f_2 , ..., f_{i-1} та $f_{\Delta 1}$, $f_{\Delta 2}$, $f_{\Delta i-1}$, надамо наступним чином:

$$C_i = \left(C_{ei} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} \right) \times \left(1 + \frac{f_i^2 \left(C_{oi} - C_{ei} + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} \right)}{f_i^2 \left(C_{ei} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} \right) - f_{oi}^2 \left(C_{oi} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} \right)} \right) \quad (15)$$

$$R_i = 1 / \left(C_{ei} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} \right) \times \left(1 + \frac{f_i^2 \left(C_{oi} - C_{ei} + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} \right)}{f_i^2 \left(C_{ei} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} \right) - f_{oi}^2 \left(C_{oi} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} \right)} \right) \times \sqrt{\frac{C_{oi} - C_{ei} + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2}}{4\pi^2 \left[f_i^2 \left(C_{ei} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} \right) - f_{oi}^2 \left(C_{oi} - C_0 - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} \right) \right]}} \quad (16)$$

де C_{ei} та C_{oi} – виміряне значення еквівалентної ємності конденсатора з надвеликою ємністю відповідно на частотах f_i та f_{oi} . Невідомі величини C_i та R_i визначали із системи рівнянь:

$$\begin{cases} C_{ei} = C_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_k^2 C_k^2} + \frac{C_i}{1 + 4\pi^2 f_i^2 R_i^2 C_i^2}, \\ C_{oi} = C_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{C_k}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_k^2 C_k^2} + \frac{C_i}{1 + 4\pi^2 f_{oi}^2 R_i^2 C_i^2} \end{cases}, \quad (17)$$

де для визначення двох невідомих величин C_i та R_i необхідно виміряти значення еквівалентної ємності конденсатора на двох частотах відповідно f_i та $f_{oi} = \frac{f_{i-1}}{2}$.

Використання сітки частот, яка вибрана на першому кроці ітерації, а саме матрицю рядок $f = \{0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$, дозволяє отримати п'ятиланкову еквівалентну схему заміщення конденсатора з надвеликою ємністю (рис. 3).

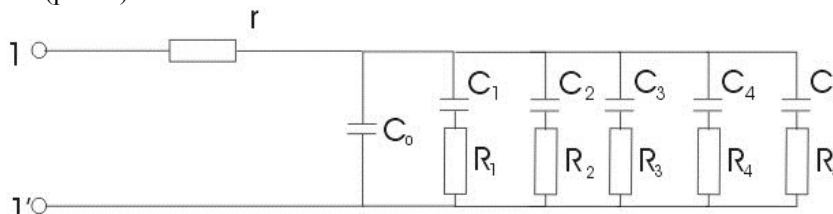


Рис. 3. Приклад п'ятиланкової еквівалентної схеми заміщення конденсатора з надвеликою ємністю

Залежно від нормуючих характеристик і параметрів, які необхідно знати під час розробки, виробництва та експлуатації конденсаторів з надвеликою ємністю за допомогою запропонованого ітераційно-рекурсивного методу визначення параметрів елементів еквівалентної схеми заміщення

конденсаторів з надвеликою ємністю кількість ланок абсорбції можна збільшувати або зменшувати, вводити додаткові ланки для підвищення точності обчислень за приведеною методикою [2].

Однак слід зазначити, що введення додаткових ланок буде призводити до збільшення часу вимірювання параметрів еквівалентної схеми заміщення конденсатора з надвеликою ємністю, який необхідний для вимірювача цих параметрів, за наведеною методикою.

Крім того, у випадку ускладнення схеми заміщення об'єкту надвеликої ємності слід зважати на ту обставину, що для них характерною є наявність ємності та активного опору втрат, які за певним законом розподілені по довжині або по об'єму конструктивного простору конденсатора. Графічно фрагмент конструктивного простору конденсатора можна зобразити за допомогою фрагменту еквівалентної схеми заміщення, рис. 4.

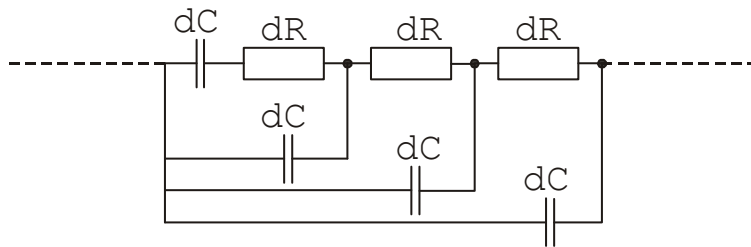


Рис. 4. Фрагмент еквівалентної схеми заміщення частини конструктивного простору конденсатора

До складу такої схеми заміщення входять елементарні диференційні ланки ємності dC , які заряджаються через елементарні диференційні ланки опорів dR . Залежно від конструкції конденсатора ланки dR , dC розподілені або довжині dl або по об'єму dV конструктивного простору конденсатора.

Такий підхід при математичному описі реальних конденсаторів є найбільш правильним. Перехід від інтегральних характеристик ємності і активного опору втрат до дискретних ланок $R_i C_i$ еквівалентної схеми заміщення дозволяє лише з певною точністю експериментально підтвердити розглянуті математичні моделі конденсаторів, яких загалом може бути нескінченно багато.

Експериментальні дослідження, які проведені авторами показують, що для конденсаторів з надвеликою ємністю найбільш адекватною є еквівалентна схема заміщення Максвела [2].

Такий висновок можна зробити на основі частотних залежностей $C(\omega)$ та $R(\omega)$, які експериментально отримані в ході дослідження реальних конденсаторів з надвеликою ємністю.

Під час вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю на низьких та інфранизьких частотах (при $f \rightarrow 0$) вимірювані значення ємності зростають.

Це зумовлено збільшенням реактивного опору наступних ланок і посиленням їх впливу на сумарний результат вимірювання ємності.

Виходячи з цього, логічно припустити, що представлення моделі у вигляді n -ланок $R_i C_i$ буде залежати від кількості частот, на яких здійснюється вимірювання.

Це означає, що для моделі кількість n -ланок абсорбції $R_i C_i$ з одного боку обмежена сіткою частот вимірювального синусоїдального сигналу та розрізнявальною здатністю вимірювального приладу по ємності ΔC та активному опорі ΔR .

З іншого боку, число n -ланок моделі повинно бути обмежене вимогами до нормуючих характеристик і параметрів, які необхідно знати при виробництві та експлуатації конденсаторів з надвеликою ємністю.

ВИСНОВКИ. 1. Аналіз результатів вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю показав, що двоелементні схеми заміщення непридатні для опису таких об'єктів, так як спостерігається значна частотна залежність вимірюваних параметрів.

2. Встановлено, що параметри конденсаторів з надвеликою ємністю необхідно вимірювати в діапазоні інфранизьких частот з використанням синусоїдального вимірювального сигналу.

3. Для вимірювання параметрів конденсаторів з надвеликою ємністю на інфранизьких частотах найбільш придатними є методи прямого перетворення, де в якості зразкових мір використовуються низькоомні високочотні, високостабільні резистори.

4. Аналіз математичних моделей та їх характеристик і параметрів конденсаторів показує, що найбільш адекватною реальним об'єктам є математична модель Максвела.

5. Теоретичні і експериментальні дослідження еквівалентної схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю показують, що еквівалентний опір таких конденсаторів та їх ємність зростають при зменшенні частоти вимірювального сигналу, а характер цих залежностей визначається кількістю n -ланок абсорбції та числовими значеннями елементів $C_i R_i$ кожної ланки.

6. Запропоновано ітераційно-рекурсивний метод визначення параметрів елементів еквівалентної

схеми заміщення конденсаторів з надвеликою ємністю, за допомогою якого визначається кількість n -ланок абсорбції схеми заміщення та числові значення елементів цієї схеми заміщення.

Література

1. Conway B. E. *Electrochemical Supercapacitors: Scientific Principles and Technological Application* / B. E. Conway. – New York : Plenum, 1999. – P. 435.
2. Вдовін О.А. Дослідження точності вимірювання надвеликих ємностей на змінному струмі / О.А. Вдовін, В.В. Мартинюк, Ю.М. Бойко, Г.Ф. Гордієнко // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – 1999. – № 3. – С. 16–19.
3. V. Martynyuk, O. Vdovin, J. Boyko and N. Vlasenko “Super-high capacitor analyzer with compensation of common-mode error,” in *Proc. IMECO TC-4*, 2001, pp. 340–343.
4. V. Martynyuk, D. Makaryshkin, J. Boyko “Frequency Domain Analysis for Electrochemical Supercapacitors” in *Proc. IMECO TC-4*, 2007, pp. 357–361.
5. Alin Grama, Lacrimioara Grama, Dorin Petreus, Corneliu Rusu “Supercapacitor modelling using experimental measurements” in *Proc. ISSCS*, 2009, pp. 1–4.
6. Shereen Hasan, Mahmoud Al Ahmad “Scalable model generation for supercapacitors applications by using Prony's method” in *Proc. ICETAS*, 2017, pp. 1–5.
7. Мартинюк В. В. Енергоєфективна університетська сонячна електростанція / В. В. Мартинюк, Ю. М. Бойко // *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія: Технічні науки : наук. фак. вид.* – Київ, 2017. – № 5 (114). – С. 72–80.
8. Мартинюк В. В. Нелінійна математична модель електрохімічного конденсатора / В. В. Мартинюк // *Технічна електродинаміка*. – 2011. – № 6. – С. 78–82.
9. Martynyuk V. V. Fractional Model of an Electrochemical Capacitor / V. V. Martynyuk, M. D. Ortigueira // *Journal of Signal Processing*. – 2015. – V. 107. – P. 355–360.
10. Martynyuk V. V. Supercapacitor quality control / V. V. Martynyuk, J. M. Boiko, T. Kałaczyński // *Вісник Хмельницького національного університету = Herald of Khmelnytskyi national university. Технічні науки : наук. журн.* – Хмельницький, 2018. – № 1. – С. 7–11.
11. A. Szewczyk, L. Łentka, J. Smulko, P. Babuchowska, F. Béguin “Measurements of flicker noise in supercapacitor cells” in *Proc. ICNF*, 2017, pp. 1–4.

References

1. Conway B. E. *Electrochemical Supercapacitors: Scientific Principles and Technological Application* / B. E. Conway. – New York : Plenum, 1999. – P. 435.
2. Vdovin O.A. Doslidzhennia tochnosti vymiryuvannia nadvelykykh yemnostei na zminnomu strumi / O.A. Vdovin, V.V. Martynyuk, J.M. Boiko, H.F. Hordiienko // *Vymiryuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh*. – 1999. – № 3. – S. 16–19.
3. V. Martynyuk, O. Vdovin, J. Boyko and N. Vlasenko “Super-high capacitor analyzer with compensation of common-mode error,” in *Proc. IMECO TC-4*, 2001, pp. 340–343.
4. V. Martynyuk, D. Makaryshkin, J. Boyko “Frequency Domain Analysis for Electrochemical Supercapacitors” in *Proc. IMECO TC-4*, 2007, pp. 357–361.
5. Alin Grama, Lacrimioara Grama, Dorin Petreus, Corneliu Rusu “Supercapacitor modelling using experimental measurements” in *Proc. ISSCS*, 2009, pp. 1–4.
6. Shereen Hasan, Mahmoud Al Ahmad “Scalable model generation for supercapacitors applications by using Pronys method” in *Proc. ICETAS*, 2017, pp. 1–5.
7. Martyniuk V. V. Enerhoefektyvna universytetska soniachna elektrostantsiia / V. V. Martyniuk, J. M. Boiko // *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu tekhnolohii ta dyzainu. Seria: Tekhnichni nauky : nauk. fakh. vyd.* – Kyiv, 2017. – № 5 (114). – S. 72–80.
8. Martyniuk V. V. Neliniina matematychna model elektrokhimichnoho kondensatora / V. V. Martyniuk // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2011. – № 6. – S. 78–82.
9. Martynyuk V. V. Fractional Model of an Electrochemical Capacitor / V. V. Martynyuk, M. D. Ortigueira // *Journal of Signal Processing*. – 2015. – V. 107. – R. 355–360.
10. Martynyuk V. V. Supercapacitor quality control / V. V. Martynyuk, J. M. Boiko, T. Kałaczyński // *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu = Herald of Khmelnytskyi national university. Tekhnichni nauky : nauk. zhurn.* – Khmelnytskyi, 2018. – № 1. – S. 7–11.
11. A. Szewczyk, L. Łentka, J. Smulko, P. Babuchowska, F. Béguin “Measurements of flicker noise in supercapacitor cells” in *Proc. ICNF*, 2017, pp. 1–4.