

УДК 004.932  
DOI: 10.31891/2219-9365-2020-65-1-9

БЕДРАТЮК Л. П., БЕДРАТЮК Г. І.  
Хмельницький національний університет

## АНАЛІЗ ЯКОСТІ МЕТОДІВ МАСШТАБУВАННЯ ЗОБРАЖЕННЯ З ДОПОМОГОЮ МОМЕНТНИХ ІНВАРІАНТІВ

*У роботі запропоновано новий метод оцінки якості масштабування напівтонових зображень на основі геометричних моментів зображення. Вводиться поняття нормалізованих моментів довільного порядку і доводиться, що вони не змінюються при масштабуванні зображень і тому можуть слугувати мірою для оцінки якості зображень при масштабуванні. Проведені числові експерименти показали, що нормалізовані моменти ефективно виявляють спотворення зображення при різних типах інтерполяції і поводять себе аналогічно як і відомі індекси якості зображень.*

*Ключові слова:* якість зображення, масштабування, інтерполяція зображення, індекси якості, нормалізовані інваріанти.

BEDRATYUK L., BEDRATYUK A.  
Khmelnytsky National University

## SCALING IMAGE QUALITY ASSESSMENT VIA NORMALIZED MOMENT INVARIANTS

*Digital image processing often leads to a loss of image quality, which is expressed in the appearance of unwanted artifacts on the converted image – changes in sharpness, contrast, dynamic range, tone reproduction, pixelation, curvature of straight lines, aliasing, and so on. The process of determining the level of conformity of the original and converted image is called image quality assessment. Image quality can be assessed in two ways: subjectively and objectively. Subjective methods are based on the visual assessment of image attributes performed by the observer. Despite their efficiency and reliability, subjective methods are quite expensive, require a large number of people and cannot be automated in real time. Objective methods for assessing the quality of the processed image attempt to quantify the apparent errors between the converted image and the original image using different metrics. Objective and subjective methods do not necessarily agree with each other and do not give the same accuracy, because a person can often capture significant differences in images that are not yet recognized by the implemented algorithms.*

*The paper proposes a new method for assessing the quality of scaling grayscale images based on the geometric moments of the image. The normalized moments of arbitrary order is introduced and it is proved that they do not change under image scaling and, therefore, may serve as a measure to assess the quality of images. Numerical experiments have shown that the normalized moments effectively detect image distortion for different types of interpolation and behave similarly to the known image quality indices.*

*Keywords:* image quality, scaling, image interpolation, quality indices, normalized invariants.

**1. Вступ.** Цифрова обробка зображення часто призводить до втрати якості зображення, яка виражається у появі на перетвореному зображенні небажаних артефактів – зміни різкості, контрасту, динамічного діапазону, тонового відтворення, появи пікселізації, викривлення прямих ліній, аліасингу, тощо. Процес визначення рівня відповідності оригінального і перетвореного зображення називається **оцінкою якості зображення**. Якість зображення можна оцінити двома способами: суб'єктивним та об'єктивним. Суб'єктивні методи ґрунтуються на візуальній оцінці атрибутів зображення, яка виконується спостерігачем. Незважаючи на свою ефективність і надійність, суб'єктивні методи досить затратні, вимагають залучення великої кількості людей і їх неможливо автоматизувати в режимі реального часу. Об'єктивні методи оцінки якості обробленого зображення намагаються кількісно оцінити видимі помилки між перетвореним зображенням та оригінальним зображенням, використовуючи різні метрики. Об'єктивні і суб'єктивні методи не обов'язково узгоджуються між собою і не дають однакової точності, оскільки людина часто може фіксувати суттєві відмінності в зображеннях, які ще не розпізнають реалізовані алгоритми. Вимірювання якості візуального зображення має принципове значення для численних програм для обробки зображень та відео. Існує біля сотні різноманітних метрик [1–3] для вимірювання якості зображення, найбільш популярні з них – середня квадратична помилка (MSE), пікове співвідношення сигналу до шуму (PSNR), універсальний індекс якості зображення (UQI), індекс структурної схожості (SSIM), індекс дескрипторної схожості (FSIM), градієнтна міра подібності (GSM), міра рівня шуму (NQM).

Одним із найпоширеніших методів обробки зображень, яке часто зустрічається в застосуваннях, є масштабування, тобто збільшення, або зменшення розмірів растрового зображення без зміни його пропорцій. Фактично, масштабування є передискретизацією зображення, яке при збільшенні масштабу називається **інтерполяцією**, а при зменшенні – **децимацією**. В даній статті ми розглядаємо лише інтерполяцію напівтонових зображень. Останнім часом з'явилося багато різноманітних методів інтерполяції, див. [4]–[5], що робить актуальним вивчення методів оцінки якості такої інтерполяції. Ідеальний алгоритм інтерполяції, повинен зберігати якісні характеристики обробленого зображення, оскільки інтерпольовані

зображення як правило спотворюються артефактами, таким як розмиття, розриви країв, ефекту «шахової дошки». Крім того, застосовувані методи повинні мати високу швидкість та низькі вимоги до пам'яті, особливо коли вони орієнтовані на додатки для зображень у реальному часі, такі як мобільні телефони чи цифрові камери. Існує велика кількість методів інтерполяції зображень, відмітимо такі як метод найближчого сусіда, лінійна інтерполяція, бікубічна, ітерполяція сплайнами, інтерполяція Ланцошата і інші, див. огляд [9–10].

Розробка методів інтерполяції зображень традиційно знаходиться в полі зору дослідників, проте набагато менше було приділено уваги на розробку методів її оцінки. Слідуючи [9], схематично всі такі методи можна поділити, на дві категорії. Перша категорія включає всі методи, за допомогою яких можна оцінити критерії *достовірності* алгоритму інтерполяції. У цьому випадку оцінюються характеристики продуктивності інтерпольованого зображення у термінах артефактів. Для цього зображення зменшується, потім збільшується до початкових розмірів, і вже відомими методами оцінюється якість цього зображення і початкового, див. наприклад [11]. Друга категорія оцінки включає методи, які вимірюють обчислювальні характеристики самого алгоритму інтерполяції, його часову та просторову складності.

В статті ми пропонуємо новий метод оцінки якості інтерполяції на основі геометричних моментів зображення. Геометричні моменти та їхні інваріанти вперше були введені в роботі [12] і інтенсивно використовуються в комп'ютерному зорі та розпізнаванні образів. На основі моментів будуються глобальні дескриптори зображення, які характеризують форму об'єктів на зображенні і є стійкими до простих перетворень – паралельного перенесення, поворотів і рівномірного масштабування. Зокрема, нормалізовані геометричні моменти є інваріантними до масштабування зображень. Той факт, що нормалізовані моменти не змінюються для оригінального та ідеально інтерпольованого зображення, дозволяє використати нормалізовані моменти як природню міру якості інтерполяції. Крім того, недоліком стандартних методів оцінки якості інтерполяції є те, що досліджуване зображення фактично зазнає інтерполяції два рази – один раз при зменшенні зображення, і другий раз при збільшенні. Така подвійна обробка спотворює зображення, що може негативно вплинути на якість оцінювання методу інтерполяції. Запропонований нами метод не потребує попереднього зменшення і дозволяє порівнювати якість зображень різних розмірів.

Стаття організована наступним чином. В розділі 2 вводиться поняття геометричних моментів, нормалізованих геометричних моментів і доводиться, що нормалізовані моменти є інваріантами відносно розтягу зображення. Також вводиться поняття моментної метрики. В розділі 3 дана коротка характеристика методів інтерполяції які будуть аналізуватися – інтерполяція за найближчим сусідом, лінійна інтерполяція та віконна інтерполяція Ланцоша. В розділі 4 наводяться результати числових експериментів з обчислення нормалізованих моментів та аналізу їхньої поведінки при інтерполяції.

2. Нормалізовані моментні інваріанти та моментна метрика. Введення моментних інваріантів було одним із яскравих прикладних застосувань класичної теорії інваріантів до проблеми класифікації зображень. В важливій роботі [12] було вперше запропоновано для вирішення проблем розпізнавання розглядати добре відомі в математиці статистичні моменти. Дамо необхідні означення. Під цифровим зображенням ми будемо

розуміти функцію від двох змінних  $f(x, y)$ , яка задана на деякій множині  $\Omega$  площини  $\mathbb{R}^2$  і яка приймає в цій області скінченні значення.

**Геометричним моментом** порядку  $p + q$  функції  $f(x, y)$  називається вираз

$$m_{pq}(f(x, y)) = m_{pq} = \iint_{\Omega} x^p y^q f(x, y) dx dy, \Omega \subset \mathbb{R}^2.$$

Для дискретного бінарного зображення його геометричний момент  $m_{0,0}$  є кількістю білих пікселів. Також, в термінах моментів виражається координати центру мас зображення:

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{0,0}}, \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{0,0}}.$$

**Нормалізованим моментом**  $\mu_{pq}$  порядку  $p + q$  називається вираз

$$\eta_{p,q} = \frac{m_{pq}}{m_{0,0}^{\frac{p+q}{2}+1}}.$$

Нагадаємо, що  $S$ -кратним рівномірним по осям масштабуванням зображення  $f(x, y)$  називається нове зображення  $\tilde{f}(x, y) = f(sx, sy)$ . Геометрично, рівномірне масштабування є гомотетією, яка зберігає лінії, кути між ними, пропорції відрізків та яскравості пікселів. Тому при рівномірному масштабуванні неперервного зображення не відбувається жодних спотворень.

Доведемо, що нормалізовані моменти є *інваріантами* відносно рівномірного масштабування зображення. Обчислимо спочатку геометричний момент масштабованого зображення  $\tilde{f}(x, y)$ . Маємо:

$$m_{pq}(f(sx, sy)) = \tilde{m}_{pq} = \iint_{\tilde{\Omega}} x^p y^q f(sx, sy) dx dy = \iint_{\Omega} \left(\frac{x}{s}\right)^p \left(\frac{y}{s}\right)^q f(x, y) \frac{dx}{s} \frac{dy}{s} = \frac{1}{s^{p+q+2}} m_{p,q}.$$

Тут під  $\tilde{\Omega}$  позначена область, у яку перейшла область  $\Omega$  при масштабуванні. Зауважимо, що виконана заміна змінних в подвійному інтегралі, є фактично оберненим масштабуванням, яке переводить  $\tilde{\Omega}$  в  $\Omega$ .

Отже, геометричний момент  $\tilde{m}_{pq}$  масштабованого зображення відрізняється від геометричного моменту оригінального зображення  $\tilde{m}_{pq}$  лише числовим множником, зокрема  $\tilde{m}_{pq} = \frac{1}{s^2} m_{0,0}$ . Тому

$$\tilde{\eta}_{p,q} = \frac{\tilde{m}_{pq}}{(\tilde{m}_{0,0})^{\frac{p+q}{2}+1}} = \frac{\frac{1}{s^{p+q+2}} m_{p,q}}{(\frac{1}{s^2} m_{0,0})^{\frac{p+q}{2}+1}} = \frac{m_{p,q}}{m_{0,0}^{\frac{p+q}{2}+1}} = \eta_{p,q}, (p, q) \neq (0, 0).$$

Отже, нормалізований момент  $\eta_{p,q}$  є інваріантом відносно масштабування і приймає однакові значення як на зображенні  $f(x, y)$  так і на зображенні  $\tilde{f}(x, y)$ .

При переході до дискретного зображення розміру  $M \times N$ -пікселів, інтеграли замінюються сумами і вираз для геометричних моментів приймає такий вигляд

$$m_{p,q} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q f(x, y),$$

а вираз для  $\eta_{p,q}$  залишається тим самим. Аналогічно, можна показати, що нормалізований момент є інваріантом масштабування.

Для оцінки спотворень існують різноманітні методи, найбільш поширеним є середньо квадратичне відхилення

$$MSE(f, \tilde{f}) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (f(x, y) - \tilde{f}(x, y))^2.$$

Проте, як зазначають різні автори, див. наприклад [13], не існує сильної кореляції між зоровою деградацією якості зображення та середньо квадратичним відхиленням. У більшій мірі структуру зображення відображають універсальний індекс якості UQI і індекс структурної схожості SSIM. Також, якісна метрика повинна задовольняти природну умову – якщо при масштабуванні відбулися спотворення зображення, то чим більші ці спотворення тим більшою повинна бути відстань між оригіналом і інтерпольованим зображенням.

В розділі 4 ми експериментально підтвердимо що нормалізовані геометричні моменти задовольняють цій умові монотонності, вивчаючи поведінку нормалізованих моментів при інтерполяції зображень.

Тому ми пропонуємо ввести такі дві метрики як міру оцінки якості масштабування зображень

$$\rho_1(f, f') = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\eta_{p,q} - \eta'_{p,q})^2,$$

$$\rho_2(f, f') = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |\eta_{p,q} - \eta'_{p,q}|, (x, y) \neq (0, 0).$$

Ми оцінимо якість методу інтерполяції та порівняємо їх, використовуючи різні метрики.

3. Алгоритми інтерполяції. Інтерполяція зображень може бути описана як процес використання відомих даних для оцінки значень у невідомих місцях. По суті масштабування є повторною дискретизацією зображення різноманітними інтерполяційними алгоритмами. Пояснимо причини виникнення артефактів при інтерполяції. Припустимо, що нам потрібно збільшити зображення в два рази, або в три рази. При такому збільшенні, кожен піксель старого зображення буде оточений околom із трьох, відповідно, восьми пікселів, див Рис.1, рівень яскравості яких невідомий:

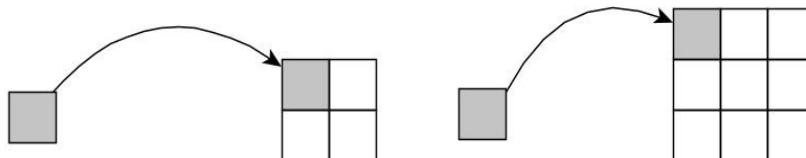


Рис. 1. Збільшення зображення в два рази (ліворуч) і в три рази (праворуч) в околі пікселя

Якщо значення пікселів покласти рівними 0, отримаємо деградоване зображення, низької якості рис. 1, праворуч:

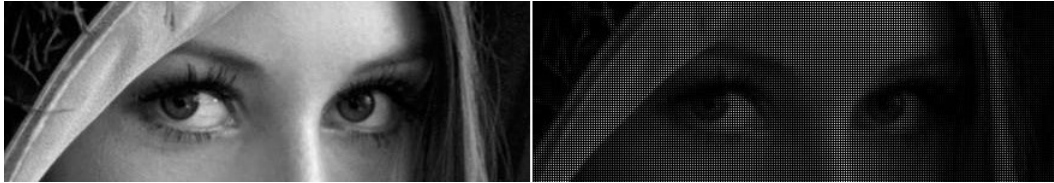


Рис. 2. Оригінальне зображення (ліворуч) та частина збільшеного зображення (праворуч)

Всі відомі алгоритми інтерполяції зводяться до методів присвоєння пікселям таких значень, щоб інтерпольоване зображення було візуально схожим на оригінал, і не містило нової небажаної інформації. Існує велика кількість алгоритмів інтерполяції, їхня кількість постійно збільшується. Розглянемо три стандартні алгоритми масштабування зображення, які ми будемо використовувати для оцінки критеріїв ефективності інтерполяції.

При інтерполяції методом найближчого сусіда, новим пікселям присвоюються значення пікселя оригінального зображення рис. 3

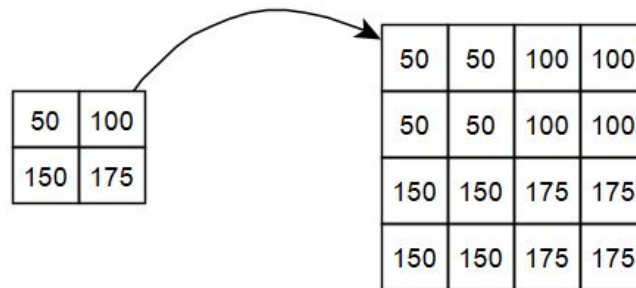


Рис. 3. Розподіл пікселів при збільшенні зображення в два рази

Це простий, легкий у реалізації, алгоритм, але він часто приводить до появи на зображенні небажаних артефактів, зокрема значного спотворення прямолінійних контурів при збільшенні кратності масштабування.

Білінійна інтерполяція є узагальненням звичайної лінійної інтерполяції на випадок функції двох змінних. При білінійній інтерполяції, невідоме значення яскравості  $f(x, y)$  пікселя з координатами  $(x, y)$  визначається відомою яскравістю чотирьох найближчих пікселів  $(x_1, y_1), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (x_2, y_2)$  які розміщені так як вказано на рис. 4:

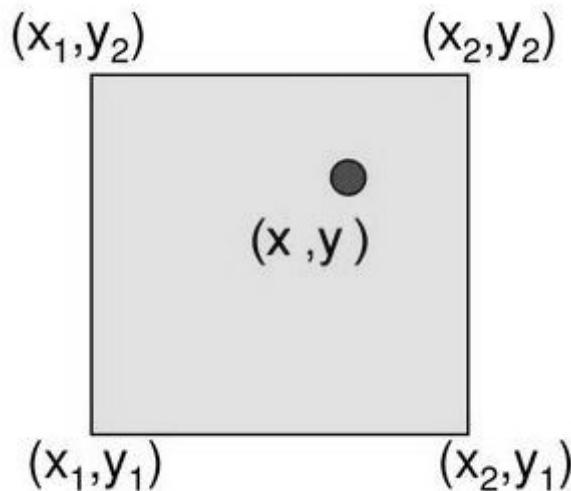


Рис. 4. Розташування пікселів при білінійній інтерполяції

За наступною формулою

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

де невідомі  $a_0, a_1, a_2, a_3$  визначаються з системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_1 & y_2 & x_1y_2 \\ 1 & x_2 & y_1 & x_2y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f((x_1, y_1)) \\ f((x_1, y_2)) \\ f((x_2, y_1)) \\ f((x_2, y_2)) \end{bmatrix},$$

записаній у матричній формі.

Інтерполяція Ланцоша визначається згорткою зображення  $f(x, y)$  з двовірним ядром

$$W_{Ln}(x, y) = w_{Ln}(x)w_{Ln}(y),$$

де

$$w_{Ln}(x) = \begin{cases} 1, \text{ для } |x| = 0, \\ \frac{n}{\pi^2 x^2} \sin\left(\pi \frac{x}{n}\right) \sin(\pi x), \text{ для } 0 < |x| < n, \\ 0, \text{ для } |x| \geq n. \end{cases}$$

Нове значення пікселя у збільшеного зображення  $\tilde{f}(x, y)$  в результаті такої згортки має вигляд

$$\tilde{f}(x, y) = \sum_{v=y-n+1}^{y+n} [\sum_{u=x-n+1}^{x+n} f(u, v) W_{Ln}(x - u, y - v)].$$

для цілих  $x, y$ .

4. Чисельні експерименти. Розглянуті три алгоритми масштабування реалізовані в бібліотеці OpenCV (Open Source Computer Vision Library). Для збільшення зображень ми будемо використовувати стандартну функцію `cv2.resize` з такими параметрами інтерполяції: `cv2.INTER_NEAREST`, `cv2.INTER_LINEAR` і `cv2.INTER_LANCZOS4`. Для інтерполяції Лакоша використовувалося  $8 \times 8$ -ядро. Всі числові експерименти проводилися з зображенням *Lena*, яке є стандартним зображенням в теорії цифрової обробки зображень.

Ми розглянули зображення *Lena.jpg*, розміру  $68 \times 100$  пікселів а потім збільшували це зображення в 2,3,...10 разів, з кроком 100 пікселів по ширині, від 100 до 1000 пікселів, а висота зображення підбиралася так, щоб відношення висоти до ширини було константою для всіх отриманих зображень. Цим самим усувалися геометричні спотворення зображення. Коефіцієнт розтягу  $k$ , таким чином, приймав 10 значень від 1 до 10. Дослідимо, як інтерполяція впливає на нормалізовані інваріанти низьких порядків. Для того щоб уникнути оперування дуже малими числами ми розглянемо такий модифікований коефіцієнт

$$\tilde{\eta}_{p,q} = -\ln(\eta_{p,q}) = -\ln\left(\frac{m_{pq}}{m_{00}^{\frac{p+q}{2}+1}}\right).$$

Спочатку дослідимо інтерполяцію за найближчим сусідом. Максимальне десятикратне збільшення має вигляд рис. 5.



Рис. 5. Оригінал (ліворуч) та збільшене в 10 раз зображення методом найближчого сусіда

З чітко візуально фіксованими спотвореннями та артефактами. Нам потрібно перевірити, чи нормалізовані моменти, як пропонується інструмент виявлення спотворень, правильно відреагують на ці спотворення. Значення нормалізованих інваріантів малого порядку показані в таблиці 1.



Таблиця 1

**Нормалізовані моменти зображення збільшеного за алгоритмом найближчого сусіда**

LIN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tilde{\eta}_{1,0}$	2.6969	2.6924	2.691	2.6902	2.6898	2.6895	2.6893	2.6891	2.689	2.6889
$\tilde{\eta}_{0,1}$	3.2694	3.2615	3.2588	3.2575	3.2567	3.2562	3.2558	3.2554	3.2554	3.2552
$\tilde{\eta}_{2,0}$	5.1522	5.1451	5.1428	5.1416	5.1409	5.1404	5.1401	5.1399	5.1397	5.1395
$\tilde{\eta}_{1,1}$	5.941	5.9289	5.9249	5.9229	5.9217	5.9209	5.9204	5.9199	5.9196	5.9193
$\tilde{\eta}_{0,2}$	6.1997	6.1884	6.1846	6.1827	6.1816	6.1808	6.1803	6.1799	6.1796	6.1793
$\tilde{\eta}_{3,0}$	7.518	7.5084	7.5051	7.5035	7.5026	7.5019	7.5015	7.5011	7.5009	7.5007
$\tilde{\eta}_{2,1}$	8.3761	8.3616	8.3568	8.3544	8.3529	8.352	8.3513	8.3508	8.3504	8.3501
$\tilde{\eta}_{1,2}$	8.8647	8.8491	8.8439	8.8413	8.8398	8.8387	8.838	8.8375	8.837	8.8367
$\tilde{\eta}_{0,3}$	9.0027	8.9877	8.9827	8.9802	8.9787	8.9777	8.977	8.9765	8.9761	8.9757

Перший рядок таблиці вказує на коефіцієнт послідовного збільшення зображення Lena. Кожен наступний рядок таблиці є значенням відповідного модифікованого нормалізованого моменту на одному із 10 інтерпольованих зображень. Як видно з таблиці, із збільшенням коефіцієнта розтягу, значення модифікованого нормалізованого коефіцієнта рівномірно і монотонно зменшуються.

Тепер дослідимо лінійну інтерполяцію. Максимальне десятикратне збільшення показано на рис. 6.



Рис. 6. Оригінал (ліворуч) та збільшене в 10 раз зображення лінійним методом

Візуальний аналіз показує, що якість лінійної інтерполяції дещо краща за інтерполяцію методом найближчого сусіда. Результати обчислень модифікованих нормалізованих моментів наведено в таблиці 2:

Таблиця 2

**Нормалізовані моменти зображення збільшеного лінійним алгоритмом**

LIN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tilde{\eta}_{1,0}$	2.6969	2.692	2.6905	2.6896	2.6892	2.6888	2.6886	2.6884	2.6883	2.6881
$\tilde{\eta}_{0,1}$	3.2694	3.2611	3.2585	3.2571	3.2563	3.2557	3.2554	3.255	3.2549	3.2546
$\tilde{\eta}_{2,0}$	5.1522	5.1443	5.1418	5.1403	5.1398	5.139	5.1388	5.1385	5.1384	5.1381
$\tilde{\eta}_{1,1}$	5.941	5.9282	5.9241	5.9218	5.9207	5.9197	5.9192	5.9187	5.9184	5.918
$\tilde{\eta}_{0,2}$	6.1997	6.1877	6.1838	6.1817	6.1807	6.1798	6.1793	6.1788	6.1785	6.1782
$\tilde{\eta}_{3,0}$	7.518	7.5072	7.5038	7.5017	7.5009	7.4999	7.4996	7.4991	7.499	7.4986
$\tilde{\eta}_{2,1}$	8.3761	8.3605	8.3554	8.3526	8.3513	8.3501	8.3495	8.3488	8.3485	8.3481
$\tilde{\eta}_{1,2}$	8.8647	8.848	8.8426	8.8397	8.8382	8.8369	8.8363	8.8356	8.8353	8.8348
$\tilde{\eta}_{0,3}$	9.0027	8.9867	8.9815	8.9787	8.9773	8.9761	8.9755	8.9748	8.9745	8.974

Нарешті дослідимо інтерполяцію Ланцоша. Максимальне десятикратне збільшення показано на рис. 7.



Рис. 7. Оригінал (ліворуч) та збільшене в 10 раз зображення алгоритмом Ланцоша

Візуальний аналіз показує, що якість лінійної інтерполяції є кращою за інтерполяцію двома методами які розглядалися вище. Результати обчислень модифікованих нормалізованих моментів наведено в таблиці 3:

Таблиця 3

Нормалізовані моменти зображення збільшеного алгоритмом Ланцоша										
LIN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tilde{\eta}_{0,1}$	3.2577	3.2569	3.2564	3.256	3.2538	3.2538	3.2538	3.2538	3.2526	3.2526
$\tilde{\eta}_{1,0}$	2.6961	2.6937	2.6935	2.6928	2.6938	2.6928	2.6928	2.6923	2.6931	2.6924
$\tilde{\eta}_{2,0}$	5.1524	5.1483	5.148	5.1466	5.1488	5.147	5.1469	5.1461	5.1477	5.1465
$\tilde{\eta}_{1,1}$	5.9288	5.9243	5.9244	5.9235	5.9228	5.921	5.9214	5.921	5.9208	5.9197
$\tilde{\eta}_{0,2}$	6.1809	6.1791	6.1792	6.1792	6.1753	6.1749	6.1754	6.1758	6.1735	6.1733
$\tilde{\eta}_{2,1}$	8.3651	8.3581	8.3584	8.3569	8.3579	8.3548	8.3554	8.3546	8.3555	8.3536
$\tilde{\eta}_{1,2}$	8.8453	8.8395	8.8403	8.8394	8.8375	8.8352	8.8361	8.8359	8.835	8.8335
$\tilde{\eta}_{3,0}$	8.9765	8.974	8.9746	8.9747	8.9691	8.9685	8.9694	8.9699	8.9667	8.9664
$\tilde{\eta}_{0,3}$	8.9765	8.974	8.9746	8.9747	8.9691	8.9685	8.9694	8.9699	8.9667	8.9664

На рис. 8–10 графічно представлена поведінка модифікованих нормалізованих моментів.

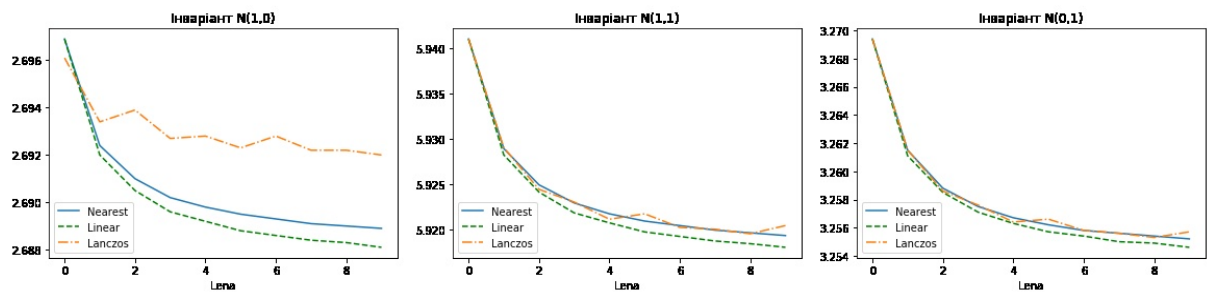


Рис. 8. Графік  $\tilde{\eta}_{1,0}, \tilde{\eta}_{1,1}, \tilde{\eta}_{0,1}$

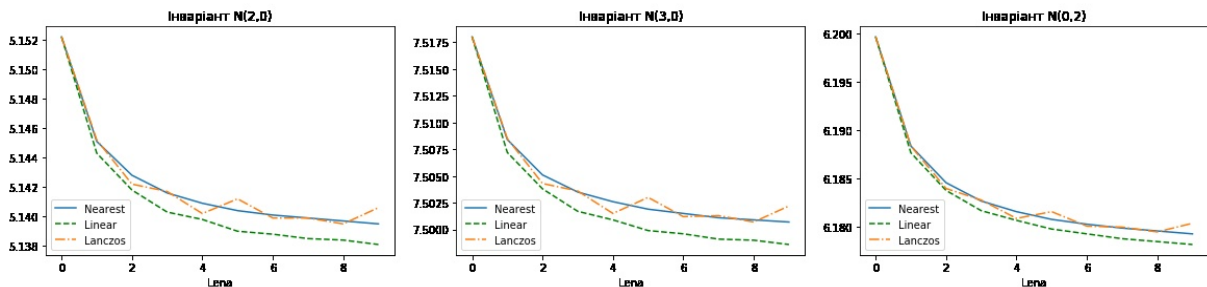


Рис. 9. Графік  $\tilde{\eta}_{2,0}, \tilde{\eta}_{0,2}, \tilde{\eta}_{3,0}$

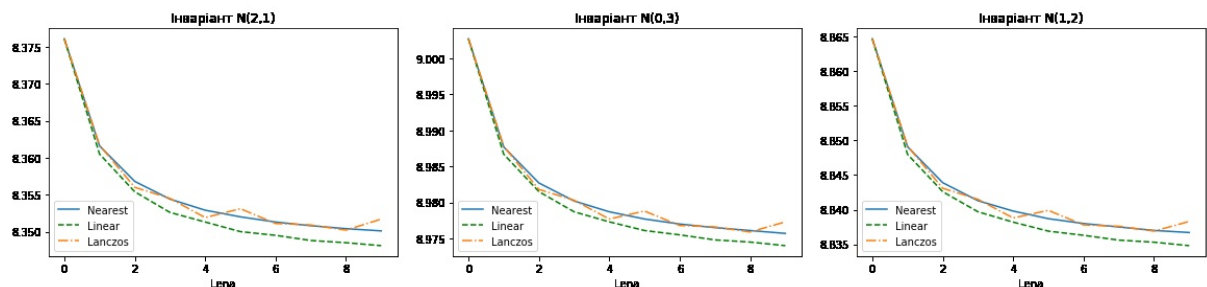


Рис. 10. Графік  $\tilde{\eta}_{2,1}, \tilde{\eta}_{1,2}, \tilde{\eta}_{0,3}$

4. Порівняння з іншими метриками. Використаємо інші популярні метрики, які базуються на співставленні з еталоном (reference metrics), для порівняння якості зображень, зокрема MSE – середньо квадратичне відхилення, PSNR – пікове співвідношення сигналу до шуму (рис. 11) MSSIM – модифікований індекс структурної схожості, індекс варіації інформації VIPF (рис. 12).

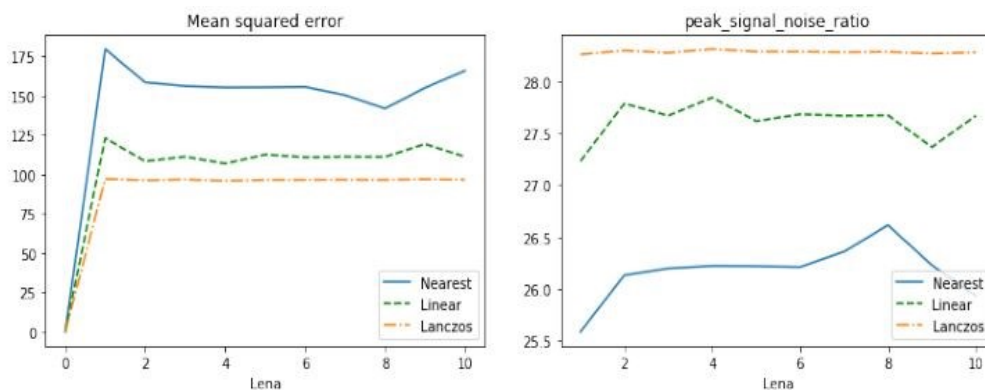


Рис. 11. Графіки індексів MSE і PSNR

З графіків видно, що індекси MSE та PSNR ніяк не реагують на спотворення зображення, тому вони не можуть застосовуватися для оцінки якості інтерполяції зображень.

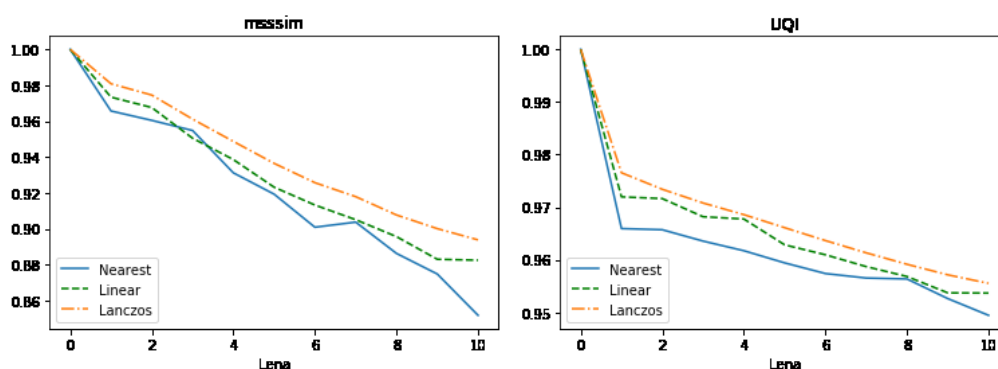


Рис. 12. Графік індексів msssim і UQI

З графіків видно, що індекси MSSIM та UQI добре реагують на спотворення зображення.

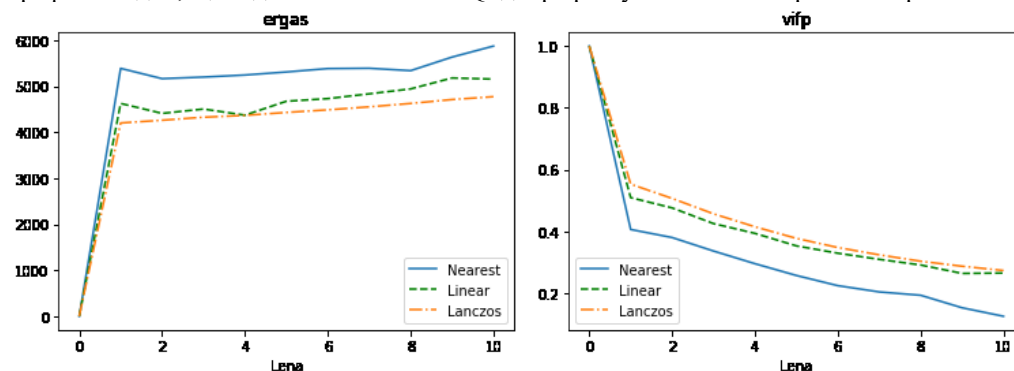


Рис. 13. Графік індексів ergas і vifp

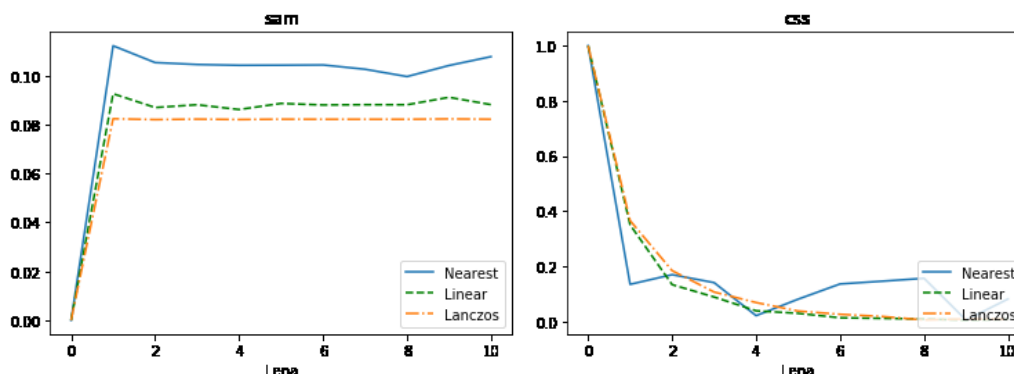


Рис. 13. Графік індексів SAM і CSS



З графіків видно, що індекси ERGAS та SAM не реагують на спотворення зображення а індекси VIPF та CSS чутливі до спотворень.

**Висновки.** Вимірювання якості візуального зображення має принципове значення для обробки зображень та відео. Метою дослідження якості зображень є розробка алгоритмів, які можуть автоматично оцінювати якість зображень чи відеозаписів перцептивно послідовно. Алгоритми оцінки якості зображення інтерпретують якість зображення як вірність, або схожість із «еталонним» або «ідеальним» зображенням у певному перцептивному просторі. В даній статті вводяться нормалізовані моменти зображення, доводяться що вони інваріантні відносно рівномірного масштабування і пропонуються для оцінки якості масштабованих зображень. Зокрема, нормалізовані моменти можуть бути використані для оцінки якості алгоритмів інтерполяції зображень, що є актуальним, оскільки нові алгоритми з'являються постійно і виникає потреба оцінки якості їхньої роботи. Результати експериментальних обчислень на конкретному зображенні показали, що нормалізовані моментні інваріанти монотонно реагують на деградацію зображення і можуть застосовуватися поряд з відомими індексами якості зображень такими як SSIM, MSSIM, QUI.

### References

1. Pedersen M., Hardeberg J., Full-Reference Image Quality Metrics: Classification and Evaluation, Computer Graphics and Vision, Vol. 7, No. 1, 2011, 1–80
2. Samajdar, T., Quraishi, M. I. (Analysis and Evaluation of Image Quality Metrics. Information Systems Design and Intelligent Applications, 2015, 369–378.
3. K. Kipli et al., "Full reference image quality metrics and their performance," 2011 IEEE 7th International Colloquium on Signal Processing and its Applications, Penang, 2011, pp. 33-38
4. Khan, S., Lee D., Khan, M., Gilal A., Efficient Edge-Based Image Interpolation Method Using Neighboring Slope Information, in IEEE Access, vol. 7, 2019, pp. 133539-133548
5. Harb, S.M.E., Isa, N.A.M., Salamah, S. New adaptive interpolation scheme for image upscaling. Multimed Tools Appl 75, 2016, 7293–7325.
6. Singh A., Singh J., Content adaptive single image interpolation based Super Resolution of compressed images. International Journal of Electrical and Computer Engineering (2088-8708) . 2020, (Part II), Vol. 10 Issue 3, p3014-3021. 8p
7. Oliveira, W. A. A. de, Guliato, D., Oliveira, D. C. B. de, Silva, R. L. de S. da, Giraldi, G. A. New Technique for Binary Morphological Shape-Based Interpolation. International Journal of Image and Graphics, 19(02), 2019, 1950007
8. Richter, T. A global image fidelity metric: Visual distance and its properties, 2013 IEEE International Conference on Image Processing, Melbourne, VIC, 2013, pp. 369-373,
9. Amanatiadis A., Ioannis I., A survey on evaluation methods for image interpolation, Meas. Sci. Technol. 20, 2009, 104015
10. Lehmann T., Gonner C., Spitzer K., "Survey: interpolation methods in medical image processing," in IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 11, 1999, 1049-1075
11. Hwang J. W., Lee H. S., 2004 Adaptive image interpolation based on local gradient features IEEE Signal Process. Lett. 11, 2004, 359–362
12. Hu M. K.: Visual pattern recognition by moment invariants. IRE Trans. Inform. Theory. 8(2), 1962, 179–187

Надійшла / Paper received: 03.05.2020

Надрукована / Paper Printed : 04.06.2020