

УДК 658.27.011.2:303

Сударев В.П.¹, Федосова И.В.²

СТОХАСТИЧЕСКОЕ НОРМИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАПАСОВ

Рассматривается система нормирования и регулирования производственных запасов, которая с требуемой надёжностью оптимизирует критические уровни запасов и обеспечивает защиту производства, как от дефицита, так и от сверхнормативных запасов материалов.

Сложные массовые производственные процессы (например, металлургические) отличаются большой материалоёмкостью. Основными видами запасов в таких отраслях промышленности являются страховые и подготовительные, призванные обеспечить бесперебойность работы предприятия при наиболее неблагоприятных случаях в поставках сырья и материалов.

При решении вопросов нормирования и регулирования запасов на таких предприятиях следует исходить из условий самого общего вида, когда суточный расход материала, интервал поставки и объём поставки являются величинами случайными. [1].

Создание исчерпывающего руководства по теории запасов в таких случаях считается делом практически невозможным, ибо любая реальная ситуация почти неизбежно требует модификации теоретической модели – вплоть до разработки новой.

В настоящее время усилился интерес к задачам обеспеченности предприятия производственными запасами в условиях рынка [2, 3] и глобализации экономики. [4].

Как правило, разрабатываются конкретные методики и модели по нормированию запасов и оборотных средств, анализу обеспеченности предприятия производственными запасами, корректировке норм производственных запасов, управлению запасами на предприятии в логистических процессах. Наиболее эффективные современные тенденции управления производственными запасами в условиях глобализации экономики направлены на внедрение модификаций усовершенствованной системы Канбан. Эти системы не могут быть, к сожалению, реализованы в указанных выше условиях.

В данной работе рассмотрено стохастическое нормирование запасов сложных массовых производственных процессов.

Вначале проанализируем схему нормирования производственных запасов по двум критическим уровням: r и R . Нижний критический уровень r обеспечивает защиту производства от дефицита. Верхний критический уровень R обеспечивает защиту предприятия от сверхнормативных запасов. В этой системе при приближении запаса материала на конец цикла до порога r подаётся заказ объёмом $q = R - z$ (z – текущий запас). При уровне запаса, превышающем r , заказ не подаётся. В процессе производства через промежутки времени l_j на склад, где первоначально имеется количество материала X_0 , поступает материал объёмом q_j .

Материал расходуется в количестве S_j за сутки. Величину S_j^* расхода материала за интервал поставки l_j можно определить по формуле

$$S_j^* = \sum_{i=1}^{[l_j]} S_i + S_{[l_j]+1} \cdot (l_j - [l_j]), \quad (1)$$

где $[l_j]$ – целая часть числа l_j .

¹ПГТУ, д-р экон. наук, проф.

²ПГТУ, канд. экон. наук, доц.

Пусть z_j – запас материала на конец j -го интервала. Тогда количество материала на начало $(j+1)$ -го интервала будет равно $x_{j+1} = z_j + q_j$.

В случае, если $x_j < S_j^*$, то в конце j -го интервала на предприятии возникает нехватка материала, то есть возникает дефицит. Если же в конце j -го интервала остаток материала $x_j \geq S_j^*$, то дефицит не возникает.

В связи с этим можно ввести в рассмотрение «счётчик» числа случаев появления дефицита

$$d_j = \begin{cases} 1, & \text{если } x_j < S_j^* \\ 0, & \text{если } x_j \geq S_j^* \end{cases} \quad (2)$$

Тогда при числе циклов N , число случаев появления дефицита будет равно

$$D = \sum_{j=1}^N d_j, \quad (3)$$

а статистическая оценка вероятности появления дефицита будет равна

$$P(d) = \frac{D}{N} \quad (4)$$

Если допустимая вероятность появления дефицита задана на уровне α , то условие $P(d) \leq \alpha$ соответствует наличию уровня запасов, обеспечивающих непрерывность процесса производства, то есть обеспечивает защиту производства от дефицита.

Аналогично введём в рассмотрение «счётчик» числа случаев появления сверхнормативных запасов.

$$m_j = \begin{cases} 1, & \text{если } x_{j+1} > R \\ 0, & \text{если } x_{j+1} \leq R \end{cases} \quad (5)$$

Тогда при числе циклов N , число случаев появления сверхнормативных запасов будет равно

$$M = \sum_{j=1}^N m_j, \quad (6)$$

а статистическая оценка вероятности появления сверхнормативных запасов будет равна

$$P(m) = \frac{M}{N} \quad (7)$$

Если допустимая вероятность появления сверхнормативных запасов материала будет задана на уровне β , то условие $P(m) \leq \beta$ соответствует наличию на предприятии запаса, при котором производство будет защищено от появления сверхнормативных запасов.

Пусть теперь начальный уровень запаса материала на складе равен x_0 ; возможный верхний предел запаса материала равен R_n ; допустимый уровень вероятности появления дефицита материала равен α ; допустимая вероятность появления сверхнормативных запасов равна β ; суточный расход материала, интервал поставки и объём поставки являются величинами случайными. Определить оптимальное значение нижнего критического уровня r запаса материала, обеспечивающего защиту производства от дефицита с вероятностью α и оптимальное значение верхнего критического уровня R запаса материала, обеспечивающего защиту производства от сверхнормативных запасов с вероятностью β .

Нижний критический уровень r будем находить в виде:

$$r = \inf \{x_n; \text{ для } 0 < P(d) \leq \alpha; n = 0, 1, 2, \dots\} \quad (8)$$

где \inf (ифинум) обозначает нижнюю границу последовательности $\{x_n\}$, члены которой удовлетворяют условию $0 < P(d) \leq \alpha$, а n – номер итерации.

Верхний критический уровень R будем разыскивать в виде:

$$R = \sup \{R_n; \text{ для } 0 < P(m) \leq \beta; n=0,1,2,\dots \}, \quad (9)$$

где символ \sup (супремум) обозначает верхнюю границу значений членов последовательности $\{R_n\}$, удовлетворяющих условию $0 < P(m) \leq \beta$, а n – номер итерации.

Таким образом, решение поставленной задачи по стохастическому нормированию производственных запасов материалов сводится к оценке допустимых вероятностей появления дефицита и появления сверхнормативных запасов и поиску оптимальных значений нижнего r и верхнего R уровней запасов материалов, обеспечивающих как защиту от возникновения дефицита, так и защиту от появления сверхнормативных запасов.

Оценку вероятностей $P(d)$ и $P(m)$ можно вычислить методом статистических испытаний. А оптимальные значения нижнего r и верхнего R_n уровней запасов материалов можно определить методом стохастической аппроксимации.

Отметим, что, определив статистическую вероятность $P(d)$, и зная α и N по формуле (10), можно найти вероятность того, что по модулю $P(d)$ отклонится от α не более, чем на заданную величину $\varepsilon > 0$.

$$P(|P(d) - \alpha| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{N}}{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}\right), \quad (10)$$

где Φ – функция Лапласа.

А если задана надёжность оценки γ и точность оценки $\varepsilon > 0$, то по формуле (11) можно определить число N независимых реализаций вычислительного эксперимента, при котором требуемые точность и надёжность оценки вероятности α будут обеспечены

$$N = \frac{\alpha(1-\alpha)}{\varepsilon^2} \left[\Phi^{-1}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right]^2, \quad (11)$$

где Φ^{-1} – функция, обратная функции Лапласа.

Для определения нижнего уровня запасов построим рекуррентное соотношение

$$x_{n+1} = x_n + a_n \text{sign} \Delta \alpha_n, \quad (12)$$

где a_n – шаг коррекции, представляющий собой общий член гармонической последовательности $\left\{ \frac{c}{n+1} \right\}$, ($c \in \{x_n\}$), $\Delta \alpha_n = P_n(d) - \alpha$, символ sign (сигнум) обозначает функцию «знак»

$$\text{sign} \Delta \alpha_n = \begin{cases} +, & \text{если } \Delta \alpha_n > 0 \\ -, & \text{если } \Delta \alpha_n < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Рекуррентное соотношение для определения верхнего уровня запасов представим в виде:

$$R_{n+1} = R_n + a_n \cdot \text{sign} \Delta \beta_n, \quad (14)$$

где a_n – шаг коррекции, представляющий собой общий член гармонической последовательности $\left\{ \frac{c}{n+1} \right\}$, ($c \in \{R_n\}$), $\Delta \beta_n = P_n(m) - \beta$,

$$\text{sign} \Delta \beta_n = \begin{cases} +, & \text{если } \Delta \beta_n > 0 \\ -, & \text{если } \Delta \beta_n < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Очевидно, что из соотношения (14) следует

$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_0 + a_0 \text{sign} \Delta \beta_0 \\
 R_2 &= R_0 + a_0 \text{sign} \Delta \beta_0 + a_1 \text{sign} \Delta \beta_1 \\
 &\text{-----} \\
 R_n &= R_0 + a_0 \text{sign} \Delta \beta_0 + \dots + a_n \text{sign} \Delta \beta_n
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Это значит, что формулу (14) можно записать в виде

$$R_{n+1} = R_0 + \sum_{k=0}^n a_k \text{sign} \Delta \beta_k \tag{17}$$

Очевидно также и то, что

$$R_{n+1} = \begin{cases} R_n + a_n, & \text{если } \Delta \beta_n > 0 \\ R_n - a_n, & \text{если } \Delta \beta_n < 0 \end{cases} \tag{18}$$

Для определения момента остановки поиска используется условие

$$t = \begin{cases} 1, & \text{если процесс поиска окончен} \\ 0, & \text{если необходимо продлить поиск} \end{cases} \tag{19}$$

При поиске R

$$t = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 < P(m) \leq \beta \text{ и } a_n \leq \varepsilon_1, \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \tag{20}$$

где ε_1 – минимальный шаг коррекции, который определяет заданную точность расчета уровня запасов.

При поиске r

$$t = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 < P_n(d) \leq \alpha \text{ и } a_n \leq \varepsilon_1 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \tag{21}$$

Процесс поиска уровней r и R сравнительно быстро сходятся с достаточной для практики точностью.

Выводы

1. Стохастичность сложных массовых производственных процессов дает возможность нормировать критические уровни производственных запасов материалов методами статистических испытаний и стохастической аппроксимации.
2. Система нормирования и регулирования производственных запасов с заданной надежностью обеспечивает защиту производства от дефицита и сверхнормативных запасов, обеспечивает непрерывность процесса производства, уменьшает общие затраты на хранение материалов.

Перечень ссылок

1. Сударев В.П. Статистическое нормирование и регулирование производственных запасов / В.П. Сударев, И.В. Федосова. – Донецк: Дон ГУЭТ, 2002. – 162 с.
2. Бень Т.Г Аналитический метод корректировки норм производственных запасов / Т.Г. Бень, В.В. Преснякова // *Металлургическая и горнорудная промышленность*. – 2007. – № 3. – С. 118 – 120.
3. Сковронек Ч. Логистика на предприятии / Ч. Сковронек, З. Саруш-Вольский. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 400 с.
4. Кристофер М. Логистика и управление цепочками поставок / М. Кристофер. – СПб.: Питер, 2004. – 316 с.

Рецензент: М.В. Верескун
канд. экон. наук, доц., ПГТУ

Статья поступила 27 03. 2008