

МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МЕТАЛООБРОБКА

УДК 621.833

Маргуліс М.В.*

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ «БЕГУЩЕЙ» ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ ГИБКОГО КОЛЕСА ВЫСОКОМОМЕНТНОЙ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

В статье на основе теоретического анализа динамических явлений, проявляющихся в процессе работы волновой зубчатой передачи (ВЗП), показана возможность резонанса частот собственных колебаний гибкого колеса (ГК) и возмущающих сил от генератора волн (ГВ), что может привести к разрушению ГК. Это возможно при критической скорости «бегающей» волны деформации ГК, функционально связанной с эквивалентной частотой вращения генератора волн. Получены зависимости для определения круговой скорости распространения «бегающей» волны в зависимости от числа волн в окружном направлении и графики для определения критической скорости «бегающей» волны деформации ГК.

Ключевые слова: волновая передача (ВП), анализ динамики ВП, круговая скорость «бегающей» волны, критическая скорость «бегающей» волны деформации ГК.

Маргуліс М.В. Методика визначення критичної швидкості хвилі, «яка біжить» деформації гнучкого колеса високомоментної хвильової передачі. У статті на основі теоретичного аналізу динамічних явищ, що проявляються в процесі роботи хвильової зубчастої передачі (ХЗП), показана можливість резонансу частот власних коливань гнучкого колеса сил, що викликає генератор хвиль (ГХ). Це можливо при критичній швидкості хвилі, «яка біжить» деформації ГК, функціонально пов'язаної з еквівалентною частотою обертання генератора хвиль. Отримані залежності для визначення кругової швидкості поширення хвилі, «яка біжить» в залежності від числа хвиль в коловому напрямку та графіки для визначення критичної швидкості хвилі, «яка біжить» деформації ГК.

Ключові слова: хвильова передача (ХП), аналіз динаміки ХП, колова швидкість хвилі, «яка біжить», критична швидкість хвилі, «яка біжить» деформації ГК.

M.V. Margulis. Technique of definition of critical speed of the "running" wave of deformation of flexible wheel of harmonic drive. In article on the basis of the theoretical analysis of the dynamic phenomena shown in the course of work of wave toots gearings, possibility of a resonance of frequencies of own fluctuations of flexible wheel and revolting forces from the generator of waves is shown. It is possible at critical speed of a «running» wave of deformation flexible wheel functionally connected with equivalent by frequency of rotation of the generator of waves. Dependences for definition of circular speed of distribution of a «running» wave depending on number of waves in a district direction and schedules for definition of critical speed of a «running» wave of deformation of the flexible wheel are received.

Keywords: harmonic drive (HD), analysis of the dynamic HD, critical speed of a «running» wave, critical speed of a «running» wave of deformation flexible wheel.

Постановка проблемы. Недопущение резонанса частот собственных колебаний тонкостенных оболочек, какими являются ГК силовых ВЗП, с частотами возмущающих сил, исходящих от ГВ актуальны, так как это позволит исключить аварийные поломки ГК, работающих в сложноперегруженном состоянии [1].

* д-р техн. наук, профессор, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет», г. Мариуполь

Анализ последних исследований и публикаций. Для высокомоментных крупногабаритных ВЗП данный вопрос не освещен в научных публикациях, что и явилось причиной написания этой статьи.

Цель статьи – разработка аналитических и графических зависимостей для определения критической скорости «бегущей» волны деформации ГК волновой передачи с целью прогнозирования и исключения резонанса частот собственных колебаний ГК и возмущающих сил, исходящих от ГВ.

Изложение основного материала. В связи с тем, что частоты собственных колебаний гибкого колеса существенно снижаются с увеличением их габаритных размеров, что особенно характерно для гибких звеньев рассматриваемых ВЗП / 1 /, возникает опасность резонанса их с частотами возмущающих сил, исходящих от генератора волн. Это возможно при критической скорости «бегущей» волны деформации, связанной функционально с соответствующей эквивалентной частотой вращения генератора волн. Данное явление рассматривалось в работах / 2,3 / для некоторых упрощенных расчетных схем гибких колес ВЗП и были получены зависимости для определения частоты собственных колебаний гибкого колеса для случаев пульсирующих колебаний ГК и «бегущей» волны деформации ГК. Было показано, что в обоих случаях при числе волн в окружном направлении, равном числу волн создаваемых генератором, получаются идентичные выражения.

Однако для общего случая такого анализа недостаточно, так как критическая скорость «бегущей» волны в гибком колесе может иметь место при числе волн в окружном направлении, не совпадающим с числом волн, возбуждаемых генератором. В этом случае анализ рассматриваемого явления целесообразно выполнять, используя хорошо разработанный метод изучения «бегущей» волны в торообразной оболочке типа пневматической шины / 4,5 /.

Выполним анализ рассматриваемого явления для конструктивного исполнения гибкого колеса ВЗП, когда один край его закреплен посредством шлицевого соединения, а второй опирается на диски генератора, наиболее часто применяемого в высоконагруженных ВЗП / 1 /. В этом случае гибкое колесо можно рассматривать как цилиндрическую оболочку, один край которой шарнирно оперт, а на втором – возбуждаются колебания типа «бегущей» волны в процессе работы ВЗП при действии нагрузок. Для такой расчетной схемы составляющие радиальной ω , окружной v и продольной (осевой) u перемещений удобно аппроксимировать зависимостями / 6 /:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{R^2}{D(n^2 - 1)} \psi_0 \frac{(1 + \cos \frac{\pi x}{L})}{2} \cos m(\beta - \omega \cdot t); \\ v &= -\frac{R^2}{D(n^2 - 1)n} \psi_0 \frac{(1 + \cos \frac{\pi x}{L})}{2} \cos m(\beta - \omega \cdot t); \\ u &= \frac{\pi \cdot R^3}{2 \cdot L \cdot D \cdot n^2 (n^2 - 1)} \psi_0 \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \cos m(\beta - \omega \cdot t); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где R и L – соответственно радиус и длина цилиндрической оболочки;

$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость;

E – модуль упругости материала оболочки;

μ – коэффициент Пуассона; h – толщина оболочки;

$m = \frac{2\pi}{\theta}$ – число волн в окружном направлении;

θ – угловой шаг волн; x и β – соответственно продольная и угловая координаты;

ψ_0 – амплитудное значение поперечных изгибающих моментов;

$\omega = \frac{\pi I_{ГВ}}{30}$ - круговая скорость распространения «бегущей» волны соответствующая эквивалентной частоте вращения генератора;
 $n_{ГВ}$ - эквивалентная частота вращения генератора; t – текущее время.

Продольные нормальные напряжения σ_1 и поперечные изгибающие моменты $M_{изг}$ выразим как / 6 /:

$$\sigma_1 = \psi_0 \frac{\pi^2 \cdot R^3 \cdot E}{2D \cdot L^2 \cdot m^2 (m^2 - 1)} \cos \frac{\pi x}{L} \cos m(\beta - \omega \cdot t), \quad (2)$$

$$M_{изг} = \psi_0 \frac{(1 + \cos \frac{\pi x}{L})}{2} \cos m(\beta - \omega \cdot t). \quad (3)$$

Последний член под знаком косинуса в зависимостях (1) – (3) учитывает то обстоятельство, что колебания имеют характер «бегущей» волны. Рассматриваемую задачу по расчету критической скорости «бегущей» волны будем решать методом Релея – Ритца, используя выражение для полной энергии оболочки

$$\frac{\partial(\Pi + T)}{\partial \psi_0} = 0, \quad (4)$$

где Π и T – соответственно потенциальная и кинетическая энергии оболочки, которые выразим как

$$\Pi = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\frac{M_{изг}^2}{2D} + \frac{\sigma_1^2 \cdot h}{2E} \right] \cdot R \cdot d\beta \cdot dx, \quad (5)$$

$$T = \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{h\gamma}{2g} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} \omega + \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} \nu + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u \right) \cdot R \cdot d\beta \cdot dx, \quad (6)$$

где g – ускорение свободного падения.

Подставив в формулы (5) и (6) выражения (1) - (3) и выполнив соответствующие преобразования, получим

$$\Pi = \frac{\psi_0^2 \cdot R}{16 \cdot D} \left[3 \cdot \pi \cdot L + \frac{E \cdot h \cdot \pi^2 \cdot R^6}{D \cdot L^3 \cdot m^4 \cdot (m^2 - 1)^2} \right]; \quad (7)$$

$$T = -\psi_0^2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{\gamma \cdot h \cdot \pi \cdot R^5 \cdot L}{16 \cdot g \cdot D} \cdot \left[\frac{3m^2}{(m^2 - 1)^2} + \frac{3}{(m^2 - 1)^2} + \frac{\pi^2 \cdot R^2}{L^2 \cdot m^2 (m^2 - 1)^2} \right]. \quad (8)$$

Выполнив минимизацию выражения для полной энергии оболочки (4) с учетом (7) и (8), получим формулу для определения круговой скорости распространения «бегущей» волны ωm в зависимости от числа волн в окружном направлении оболочки m в виде:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{g \cdot D}{\gamma \cdot h \cdot \pi \cdot R^4}} \cdot \sqrt{\frac{3\pi + \frac{E \cdot h \cdot \pi^2 \cdot R^6}{D \cdot L^4 \cdot m^4 (m^2 - 1)^2}}{\frac{3m^2}{(m^2 - 1)^2} + \frac{3}{(m^2 - 1)^2} + \frac{\pi^2 \cdot R^2}{L^2}}}. \quad (9)$$

Критическую скорость «бегущей» волны $\omega_{мкр}$ можно определить аналитически, исследовав формулу (9) на экстремум. Однако удобнее ее определить из графика, используя для его построения формулу (9) при различных значениях параметра ГП. Минимальное значение круговой скорости «бегущей» волны на графике и будет критическим ее значением. Кроме того, этот график позволяет наглядно изучить влияние частот вращения генератора, соотношений для L и диаметров D оболочек на значение критической скорости «бегущей» волны $n_{кр}$ ($\omega m_{кр}$). Выполненный нами с использованием формулы (9) графический анализ возможности появления критической скорости $n_{кр}$ ГЗК ВЗП приводов шагания экскаватора ЭШ 10А/70 и конвертера АКР – 60 представлен на рис. 1 соответственно кривым 1,3 и 2,4. Из него следует, что значения критических скоростей «бегущей» волны и эквивалентных им частот вращения генераторов уменьшаются с увеличением соотношений длин и диаметров оболочек при неизменных

нагрузках.

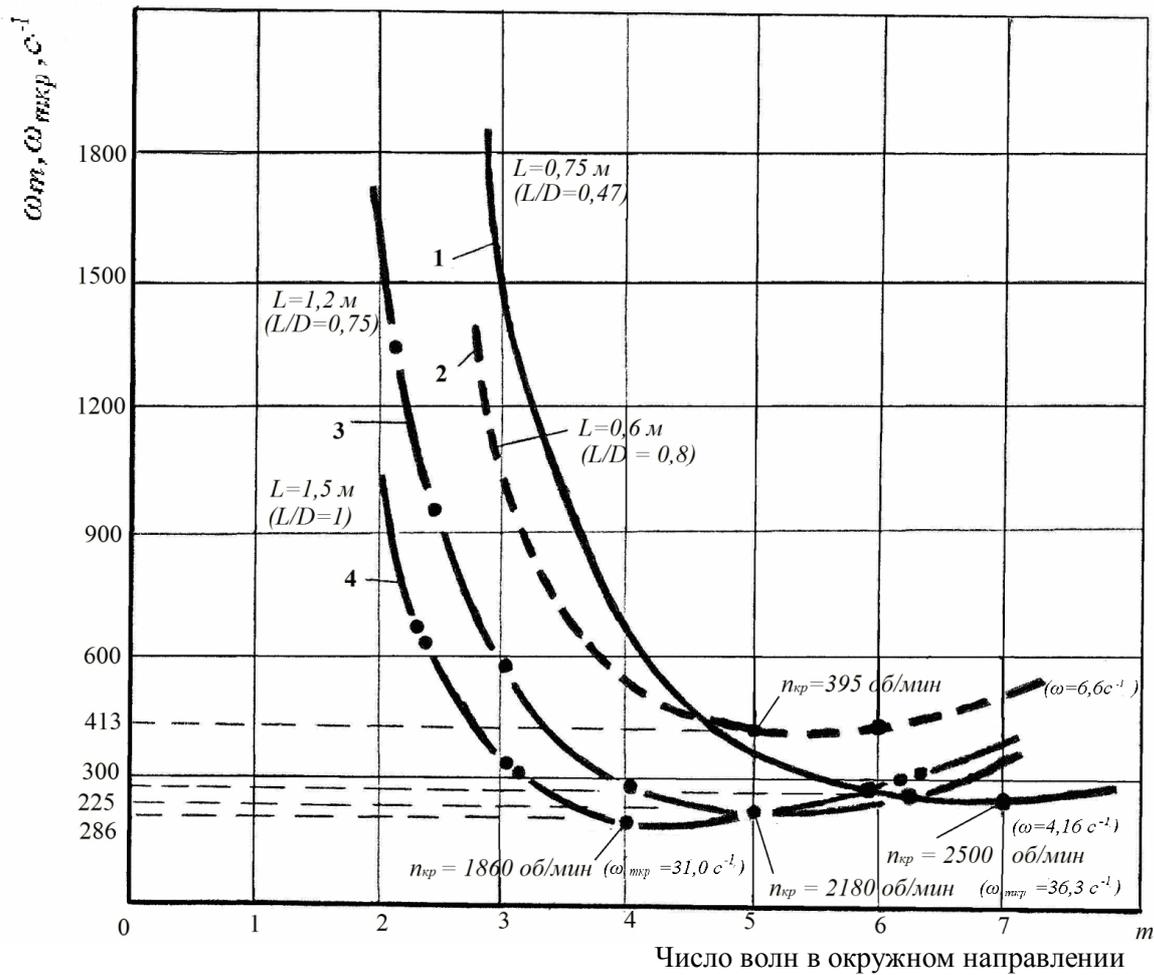


Рис. 1 - Графики изменения значений круговых ω_m и критических $\omega_{кр}$ скоростей «бегущей» волны деформации гибких колес ВЗП приводов шагающего экскаватора (кривые 2,4) с изменением числа волн в окружном направлении оболочки ГК

Выводы

1. Разработана методика прогнозирования возникновения резонанса частот собственных колебаний ГК ВП по значению критической скорости «бегущей» волны деформации ГК в зависимости от числа волн в окружном направлении оболочки ГК.
2. Получены расчетная и графические зависимости для определения критической скорости «бегущей» волны в зависимости от числа волн и геометрических параметров оболочек ГК.

Список использованных источников:

1. Маргулис М.В. Методика определения низких частот собственных колебаний гибких звеньев зубчатых передач / М.В. Маргулис, Д.П. Волков // Вестник машиностроения. – 1986. Вып. № 11. – С. 11 – 14
2. Ковалев Н.А. Передачи гибкими колесами. – М.: Машиностроение. – 1979. – 109с.
3. Швырко Н.П. Исследование привода с волновой герметичной передачей в динамических режимах: Автореф. дис. канд. технич. наук. -Харьков, 1982. – 24 с.
4. Бидерман В.Л. Энергетический метод расчета резинокордовых оболочек вращения / В.Л.Бидерман, Б.Л. Бухин // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. – 1969. – Вып. № 6. – С. 76 – 81.
5. Бидерман В.Л. Расчет критической скорости качения пневматической шины / В.Л. Бидерман, Б.Л. Бухин // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. – 1961. – Вып. № 1, - С. 52 – 57.
6. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. – М.: Машиностроение. – 1966.- 508с.

Рецензент: В.В. Суглобов
 д-р техн. наук, проф., ГВУЗ «ПГТУ»

Статья поступила 01.12.2010