

УДК 621.316

Сиротин Ю.А.*

СБАЛАНСИРОВАННАЯ И РАЗБАЛАНСИРОВАННАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ТОКА В ТРЕХФАЗНОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрена трехфазная четырехпроводная система с синусоидальными процессами. Для несимметричного напряжения цепи получено разложение тока на две ортогональные составляющие: сбалансированную (ток баланса) и разбалансированную (ток небаланса). Показано, как эти составляющие тока определить через трехфазные комплексы тока и напряжения. Для составляющих тока введены соответствующие проводимости, которые полностью определяют распределение тока между током баланса и током небаланса. На примерах различной асимметричной нагрузки проведен анализ полученного разложения.

В трехфазной синусоидальной системе дополнительные потери мощности обусловлены не только реактивностью нагрузки, но и ее несимметричностью. Симметричная реактивная линейная нагрузка приводит к фазовому сдвигу между током и напряжением (одинаковому в каждой фазе) и появлению в полном токе реактивной составляющей (*реактивный ток*). Если нагрузка несимметрична (активная и/или реактивная), то в полном токе можно выделить асимметричную компоненту тока (*ток небаланса*), обусловленную только этой несимметричностью. Ток небаланса приводит к искажению полного тока, которое нельзя описать фазовым сдвигом. Сумма активного, реактивного и тока небаланса дает полный ток в линейной нагрузке. Из всех компонент тока только активный ток обеспечивает передачу электрической энергии. Остальные компоненты тока увеличивают действующее (среднеквадратическое) значение полного тока, вызывают дополнительные потери в сети и должны быть скомпенсированы. Разложение полного тока на компоненты, каждая из которых однозначно обусловлена своей физической причиной, является первичным в понимании теории мощности, а уравнение мощности просто следует из такого разложения. Разложение полного тока дает не только ясную интерпретацию теории мощности через компоненты тока, но позволяет создавать соответствующие алгоритмы для проектирования компенсаторов.

Постановка задачи

Для трехфазных систем с несинусоидальными напряжениями и токами разложение тока на компоненты, связанные с различными физическими явлениями, было предложено *L.S. Czarnecki* [1]. Созданная им теория была названа теорией мощности физических токовых компонент (Currents' Physical Components Power Theory - CPC Power Theory). В основу этой теории была положена концепция *Fryze* [2] о разложении тока на две составляющие: активный и неактивный (реактивный) ток. *Czarnecki* [1] разложил реактивный ток *Fryze* на ряд ортогональных компонент и предложил их физическое толкование. В последующих своих работах [3-6] *Czarnecki* уточнял, развивал эту теорию, интерпретируя с ее помощью феноменологические свойства мощности, и разбирал ошибки других теорий мощности [7]. К сожалению CPC теория рассматривает только трехпроводные системы. В явном виде выражения для тока небаланса приведены в [6] только для трехфазной трехпроводной системы с нагрузкой типа треугольник. Подробный анализ и предложения по разработке компенсаторов для такой системы [3] сделаны для случая, когда напряжение источника является или прямой или обратной последовательностью. В [8] теория CPC для *синусоидальных* трехфазных трехпроводных систем рассмотрена при несимметричном напряжении. Показано, что ток в такой системе может быть

* Национальный технический университет "ХПИ", канд. техн. наук, доц.

разложен на три составляющие: активный, реактивный и ток небаланса. Однако, приведенное разложение ограничено опять же трехпроводными системами и нагрузкой типа треугольник.

Целью данной работы является получение явной формулы для ортогонального разложения тока и его компонент при *асимметричной нагрузке и несимметричном напряжении* в синусоидальной ситуации для произвольной трехфазной четырехпроводной системы.

Скалярное и векторное произведение в пространстве 3D-комплексов

В трехфазной системе в 3-проводном сечении $\langle a, b, c \rangle$ при синусоидальной ситуации мгновенные значения напряжения и тока

$$\mathbf{v}(t) = (v_a(t), v_b(t), v_c(t))^* = \sqrt{2} \Re e [V e^{j\omega t}]; \quad \mathbf{i}(t) = (i_a(t), i_b(t), i_c(t))^* = \sqrt{2} \Re e [I e^{j\omega t}] \quad (1)$$

однозначно определены трехмерными комплексными векторами (3D-комплексами) – комплексными действующими величинами (д.в.) напряжения $V = (\dot{V}_a, \dot{V}_b, \dot{V}_c)^*$ и тока $I = (\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c)^*$, где \bullet – знак транспонирования:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{v}(t) e^{-j\omega t} dt; \quad I = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}(t) e^{-j\omega t} dt; \quad (T\omega = 2\pi). \quad (2)$$

Рассмотрим множество (пространство) различных 3D-комплексов. Для произвольного 3D-комплекса $F = [\dot{F}_a, \dot{F}_b, \dot{F}_c]^*$ определим комплексно сопряженный вектор и его норму:

$$F^*_{def} = (F_a^*, F_b^*, F_c^*)^*; \quad |F| = \sqrt{|\dot{F}_a|^2 + |\dot{F}_b|^2 + |\dot{F}_c|^2}. \quad (3)$$

Для пары 3D-комплексов $H = (\dot{H}_a, \dot{H}_b, \dot{H}_c)^*$ и $F = (\dot{F}_a, \dot{F}_b, \dot{F}_c)^*$ определим *комплексное скалярное произведение* и *векторное произведение*

$$(H, F)_{def} = H \cdot F^* = \dot{H}_a F_a^* + \dot{H}_b F_b^* + \dot{H}_c F_c^*; \quad H \times F = [\dot{H}_b \dot{F}_c - \dot{H}_c \dot{F}_b, \dot{H}_c \dot{F}_a - \dot{H}_a \dot{F}_c, \dot{H}_a \dot{F}_b - \dot{H}_b \dot{F}_a]^* \quad (4)$$

При $F = V$ и $H = I$ комплексное скалярное произведение и векторное произведение определяют комплексную мощность \dot{S} и 3D-комплекс *мощности разбаланса* D соответственно как

$$\dot{S}_{def} = V \cdot I^* = \dot{V}_a I_a^* + \dot{V}_b I_b^* + \dot{V}_c I_c^*, \quad P = \Re e \dot{S}, \quad Q_{def} = \Im m \dot{S}, \quad (5)$$

$$D_{def} = V \times I = [\dot{V}_b \dot{I}_c - \dot{V}_c \dot{I}_b, \dot{V}_c \dot{I}_a - \dot{V}_a \dot{I}_c, \dot{V}_a \dot{I}_b - \dot{V}_b \dot{I}_a]^* \quad (6)$$

Два 3D-комплекса H и F “коллинеарны”, если их координаты комплексно пропорциональны, т.е. существует комплексное число $\dot{\beta}$ такое, что $H = \dot{\beta} F$. 3D-комплексы коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно нулю.

Можно проверить, что скалярное произведение (5) и 3D-комплекс векторного произведения (4) связаны соотношением

$$|H \times F|^2 = |F|^2 |H|^2 - |H^T F^*|^2, \quad (7)$$

которое обобщает соответствующее утверждение для обычных вещественных векторов [9]. При подстановке и $H = I$ в (7) получаем уравнение мощности для асимметричной нагрузки

$$|I|^2 |V|^2 = \underbrace{|V \cdot I^*|^2}_{\text{симметрия}} + \underbrace{|V \times I|^2}_{\text{асимметрия}}; \quad S_B^2 = S^2 + D_u^2. \quad (8)$$

В (8) обозначено: $D_u^2_{def} = |D|^2 = D^T D^*$ – квадрат мощности разбаланса, $S^2 = \dot{S} S^* = |V \cdot I^*|^2 = P^2 + Q^2$ – квадрат комплексной мощности и $S_B = |I||V|$ – полная (кажущаяся) мощность. Уравнение мощности (8) справедливо при любом *несимметричном* напряжении и инвариантно к выбору системы координат в множестве 3D-комплексов. В частности (8) справедливо для симметричных координат прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Ортогональное разложение в пространстве 3D-комплексов

Для двойного векторного произведения 3D-комплексов справедлива теорема

$$(\mathbf{F} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{F}^* = (\mathbf{F}^T \mathbf{F}^*) \mathbf{H} - (\mathbf{H}^T \mathbf{F}^*) \mathbf{F}, \quad (9)$$

которая обобщает соответствующее утверждение для обычных вещественных векторов [9].

Как и для (7), доказательство может быть проведено посредством прямых вычислений или выбором специальной декартовой системы координат в пространстве 3D-комплексов.

Подстановка в (9) $\mathbf{H} = \mathbf{I}$, $\mathbf{F} = \mathbf{V}$ дает следующее разложение 3D-комплекса тока на 3D-комплексы тока баланса \mathbf{I}_b и тока небаланса \mathbf{I}_u :

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{I}^T \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2} \mathbf{V} + \frac{(\mathbf{V} \times \mathbf{I}) \times \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2}; \quad \mathbf{I} = \frac{S^*}{|\mathbf{V}|^2} \mathbf{V} + \frac{\mathbf{D} \times \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_u, \quad (10)$$

где обозначено

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{I}^T \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2} \mathbf{V} = \frac{S^*}{|\mathbf{V}|^2} \mathbf{V}; \quad \mathbf{I}_u = \frac{(\mathbf{I} \times \mathbf{V}) \times \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2} = \frac{\mathbf{D} \times \mathbf{V}^*}{|\mathbf{V}|^2}. \quad (11)$$

Компонента \mathbf{I}_b (ток баланса) – это ортогональная проекция комплекса \mathbf{I} на комплекс \mathbf{V} , а компонента \mathbf{I}_u (ток небаланса) – это ортогональное дополнение в смысле скалярного произведения (4). Поэтому компоненты (11) декомпозиции (10) взаимно ортогональны, т.е. $\mathbf{I}_b^T \mathbf{I}_u^* = \mathbf{I}_u^T \mathbf{I}_b^* = 0$.

Сбалансированная составляющая \mathbf{I}_b коллинеарна комплексу напряжения \mathbf{V} . Комплексный коэффициент пропорциональности $S^*/|\mathbf{V}|^2 = \dot{Y}_S = B_S + jG_S$ характеризует фазовый сдвиг между вектором напряжения и током баланса \mathbf{I}_b . Компонента \mathbf{I}_u ортогональна комплексу напряжения \mathbf{V} и равна нулю, если $\mathbf{D} = \mathbf{0}$.

Из ортогональности разложения (10) следует равенство для квадратов норм комплексов токов баланса и небаланса (теорема Пифагора для векторов тока)

$$|\mathbf{I}|^2 = |\mathbf{I}_b|^2 + |\mathbf{I}_u|^2. \quad (12)$$

Умножая соотношение (12) на $|\mathbf{V}|^2$, получим уравнение мощности

$$|\mathbf{I}|^2 |\mathbf{V}|^2 = |\mathbf{I}_b|^2 |\mathbf{V}|^2 + |\mathbf{I}_u|^2 |\mathbf{V}|^2. \quad (13)$$

При $\mathbf{F} = \mathbf{D}$ и $\mathbf{H} = \mathbf{V}^*$ соотношение (7) дает $|\mathbf{D} \times \mathbf{V}^*|^2 = |\mathbf{D}|^2 |\mathbf{V}|^2 - |\mathbf{D}^T \mathbf{V}^*|^2$. Так как $\mathbf{D}^T \mathbf{V}^* = (\mathbf{V} \times \mathbf{I})^T \mathbf{V}^* = (\mathbf{V} \times \mathbf{I}, \mathbf{V})$ является смешанным произведением, в которое вектор \mathbf{V} входит дважды, то $\mathbf{D}^T \mathbf{V}^* = 0$. Следовательно, $|\mathbf{I}_u|^2 = |\mathbf{D}|^2 / |\mathbf{V}|^2$ и с учетом (11) имеем

$$|\mathbf{D}|^2 = |\mathbf{I}_u|^2 |\mathbf{V}|^2; \quad |\dot{S}|^2 = |\mathbf{I}_b|^2 |\mathbf{V}|^2.$$

Таким образом, уравнение (13) совпадает с полученным ранее уравнением (8) и объясняет потери активной мощности, вызванные током небаланса: если ток баланса характеризуется комплексной мощностью \dot{S} , то ток небаланса – мощностью разбаланса D_u .

Ортогональное разложение мгновенного тока

Разложение для мгновенного тока $\mathbf{i}(t) = \sqrt{2} \Re \mathbf{e}(\mathbf{I} e^{j\omega t})$ следует из разложения комплекса тока (10)

$$\mathbf{i}(t) = \mathbf{i}_b(t) + \mathbf{i}_u(t); \quad \mathbf{i}_b(t) = \sqrt{2} \Re \mathbf{e}(\mathbf{I}_b e^{j\omega t}); \quad \mathbf{i}_u(t) = \sqrt{2} \Re \mathbf{e}(\mathbf{I}_u e^{j\omega t}). \quad (14)$$

Векторы комплексных д.в. мгновенного тока баланса $\mathbf{i}_b = \mathbf{i}_b(t)$ и небаланса $\mathbf{i}_u = \mathbf{i}_u(t)$ вычисляются согласно (10). Ток баланса полностью определен комплексной мощностью $\dot{S} = P + jQ$. Можно показать, что ток баланса является минимальным током (в смысле средне-квадратичного значения), который поставляет в нагрузку активную мощность P полного тока и по отношению к напряжению имеет фазовый сдвиг $\varphi = \arctg(B_S/G_S) = -\arctg(Q/P)$.

Компоненты разложения (14) взаимно ортогональны в смысле среднего значения

$$(\mathbf{i}_b, \mathbf{i}_u) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_b(t) \cdot \mathbf{i}_u(t) dt = \Re e(\mathbf{I}_u^T \mathbf{I}_b^*) = 0.$$

В свою очередь, мгновенный ток баланса раскладывается на мгновенный активный $\mathbf{i}_a = \mathbf{i}_a(t)$ и реактивный $\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_r(t)$ токи

$$\mathbf{i}_b(t) = \mathbf{i}_a(t) + \mathbf{i}_r(t); \quad \mathbf{i}_a = \sqrt{2} \Re e(G_S V e^{j\omega t}); \quad \mathbf{i}_r = \sqrt{2} \Re e(jB_S V e^{j\omega t}). \quad (15)$$

Активный и реактивный токи (15) взаимно ортогональны в смысле среднего значения, т.е.

$$(\mathbf{i}_a, \mathbf{i}_r) = \Re e[\mathbf{I}_r \cdot \mathbf{I}_a^*] = \Re e[(jB_S V)(G_S V)^*] = \Re e[jG_S B_S |V|^2] = 0.$$

Проводимость сбалансированной и разбалансированной компоненты тока

Для 3-проводного сечения $\langle a, b, c \rangle$ определим эквивалентные проводимости фаз

$$\dot{Y}_a = \dot{I}_a / \dot{V}_a; \quad \dot{Y}_b = \dot{I}_b / \dot{V}_b; \quad \dot{Y}_c = \dot{I}_c / \dot{V}_c. \quad (16)$$

Если в сечении $\langle a, b, c \rangle$ подключена нагрузка типа звезды с заземленной нейтралью, то введенные проводимости (16) равны проводимостям фаз нагрузки.

Представим 3D-комплекс напряжения через его орт $\boldsymbol{\gamma} = (\dot{\gamma}_a, \dot{\gamma}_b, \dot{\gamma}_c)$, ($\dot{\gamma}_k = \dot{V}_k / |V|$, $k \in \{a, b, c\}$):

$$\mathbf{V} = |V| \boldsymbol{\gamma} = V(\dot{\gamma}_a, \dot{\gamma}_b, \dot{\gamma}_c)^*; \quad |\boldsymbol{\gamma}|^2 = \boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}^* = \dot{\gamma}_a \dot{\gamma}_a^* + \dot{\gamma}_b \dot{\gamma}_b^* + \dot{\gamma}_c \dot{\gamma}_c^* = 1. \quad (17)$$

Для вектора тока и квадрата его нормы получим

$$\mathbf{I} = |V| \underbrace{(\dot{\gamma}_a \dot{Y}_a, \dot{\gamma}_a \dot{Y}_b, \dot{\gamma}_a \dot{Y}_c)^*}_{\text{приведенная проводимость}}; \quad |\mathbf{I}|^2 = |V|^2 (|\dot{Y}_a|^2 |\dot{\gamma}_a|^2 + |\dot{Y}_b|^2 |\dot{\gamma}_c|^2 + |\dot{Y}_c|^2 |\dot{\gamma}_c|^2). \quad (18)$$

С учетом (17) из (18) для мощностей (5) и (6) имеем

$$\mathbf{D} = |V|^2 \left[\underbrace{\dot{\gamma}_b \dot{Y}_c (\dot{Y}_b - \dot{Y}_c), \dot{\gamma}_c \dot{Y}_a (\dot{Y}_a - \dot{Y}_c), \dot{\gamma}_a \dot{Y}_b (\dot{Y}_a - \dot{Y}_b)}_{\text{вектор проводимости небаланса}} \right]^*, \quad S^* = |V|^2 \underbrace{(\dot{Y}_a |\dot{\gamma}_a|^2 + \dot{Y}_b |\dot{\gamma}_a|^2 + \dot{Y}_c |\dot{\gamma}_a|^2)}_{\text{проводимость баланса}}. \quad (19)$$

Введем вектор *приведенной проводимости* \mathbf{Y} , *проводимость тока баланса* \dot{Y}_S и *вектор проводимости тока небаланса* \mathbf{Y}_D соответственно

$$\mathbf{Y} = (\dot{\gamma}_a \dot{Y}_a, \dot{\gamma}_a \dot{Y}_b, \dot{\gamma}_a \dot{Y}_c)^*; \quad \dot{Y}_S = \frac{S^*}{|V|^2} = \underbrace{\dot{Y}_a |\dot{\gamma}_a|^2 + \dot{Y}_b |\dot{\gamma}_a|^2 + \dot{Y}_c |\dot{\gamma}_a|^2}_{\text{проводимость баланса}}; \quad (20)$$

$$\mathbf{Y}_D = \frac{\mathbf{D}}{|V|^2} = \underbrace{[\dot{\gamma}_b \dot{Y}_c (\dot{Y}_b - \dot{Y}_c), \dot{\gamma}_c \dot{Y}_a (\dot{Y}_a - \dot{Y}_c), \dot{\gamma}_a \dot{Y}_b (\dot{Y}_a - \dot{Y}_b)]^*}_{\text{вектор проводимости небаланса}}. \quad (21)$$

Из (10) имеем

$$\mathbf{I} = \dot{Y}_S \mathbf{V} + \mathbf{Y}_D \times \mathbf{V}^*. \quad (22)$$

Так как векторное произведение можно представить с помощью кососимметрической матрицы [9], то получим разложение тока в сечении $\langle a, b, c \rangle$ в координатной форме

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{pmatrix} = \dot{Y}_S \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & YD_c & -YD_b \\ -YD_c & 0 & YD_a \\ YD_b & -YD_a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix}^*. \quad (23)$$

Коэффициенты $YD_a = \dot{\gamma}_b \dot{Y}_c (\dot{Y}_b - \dot{Y}_c)$, $YD_b = \dot{\gamma}_c \dot{Y}_a (\dot{Y}_a - \dot{Y}_c)$, $YD_c = \dot{\gamma}_a \dot{Y}_b (\dot{Y}_a - \dot{Y}_b)$ кососимметрической матрицы являются координатами вектора проводимости $\mathbf{Y}_D = (YD_a, YD_b, YD_c)$ тока небаланса и однозначно определяют ток, компенсирующий ток небаланса. С учетом (20) и (21) из (12) можно получить уравнение для проводимостей, эквивалентное уравнению мощности (8).

Анализ полученных выражений при симметричном напряжении

Даже при симметричном напряжении анализ тока небаланса для четырехпроводной системы в связи с наличием нулевой последовательности сложнее, чем для 3-проводной системы. Рассмотрим систему с нагрузкой типа звезда с заземленной нейтралью (рис. 1).

Пусть напряжение симметрично и задано нормированным вектором прямой последовательности $\gamma = (1, \alpha^*, \alpha)^* / \sqrt{3}$:

$$V = |V| \gamma = \frac{|V|}{\sqrt{3}} (1, \alpha^*, \alpha)^* ; (\alpha = e^{j2\pi/3}, 1 + \alpha + \alpha^* = 0, \alpha^2 = \alpha^*, \alpha \alpha^* = 1). \quad (24)$$

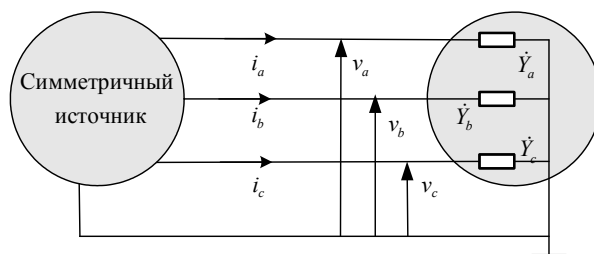


Рис.1 – Трехфазная система с несимметричной нагрузкой

Вектор приведенных комплексных проводимостей (20) и 3D-комплекс тока

$$Y = G + jB = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{Y}_a, \alpha^* \dot{Y}_b, \alpha \dot{Y}_c)^* ; I = \frac{V}{\sqrt{3}} (\dot{Y}_a, \alpha^* \dot{Y}_b, \alpha \dot{Y}_c)^* . \quad (25)$$

Проводимость тока баланса (20) и вектор проводимости тока небаланса (21):

$$\dot{Y}_S = G_S + jB_S = \frac{1}{3} (\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c) ; Y_D = \frac{1}{3} [(\dot{Y}_b - \dot{Y}_c), \alpha(\dot{Y}_a - \dot{Y}_c), \alpha^*(\dot{Y}_a - \dot{Y}_b)]^* . \quad (26)$$

Из (25) и (26) следует, что при симметричном напряжении введенные проводимости (20) и (21) зависят только от проводимостей фаз и не зависят от напряжения, а 3D-комплексы тока баланса и тока небаланса выражаются через проводимости фаз как

$$I_b = \dot{Y}_S V = \frac{(\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c)}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix} \frac{|V|}{\sqrt{3}} ; I_u = Y_D \times V^* = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\dot{Y}_a - \dot{Y}_b - \dot{Y}_c \\ (2\dot{Y}_b - \dot{Y}_a - \dot{Y}_c)\alpha^* \\ (2\dot{Y}_c - \dot{Y}_b - \dot{Y}_a)\alpha \end{bmatrix} \frac{|V|}{\sqrt{3}} . \quad (27)$$

Можно показать, что ток небаланса (27) содержит нулевую и обратную последовательность и поэтому его нельзя выразить с помощью единственной проводимости как в [6] и для своего описания он требует двух проводимостей (проводимости обратной и нулевой последовательности).

Примеры асимметричной нагрузки

Для всех ниже рассмотренных примеров реактивный ток и реактивная мощность равны нулю (рис. 2).

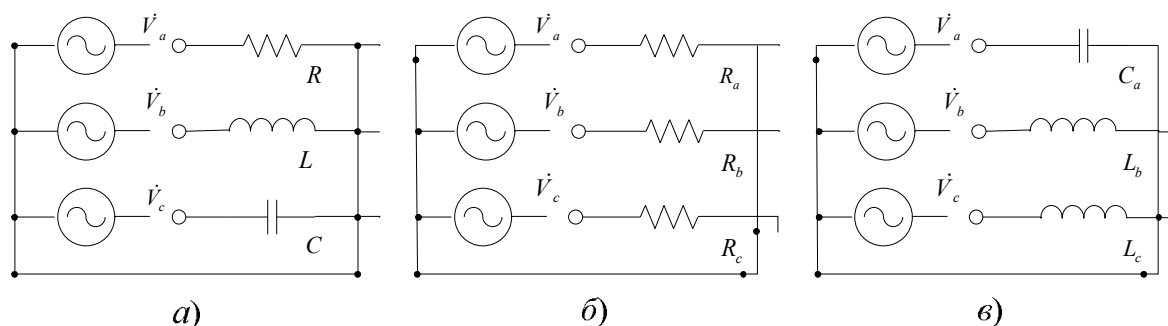


Рис.2 – Примеры асимметричной нагрузки

Пример 1. Реактивно-асимметричная и активно-асимметричная нагрузка (рис. 2, а).

Нагрузка задана проводимостями

$$G_a = 1/R = \tilde{G} ; G_b = G_c = 0 ; B_a = 0 ; B_c = \omega C ; B_b = -1/\omega L ; B_c = -B_b = \tilde{B} ; (\omega^2 CL = 1).$$

Проводимости симметричной и асимметричной компоненты тока (27):

$$B_S = 0; \quad G_S = \tilde{G}/3; \quad Y_D = \frac{1}{3}(-j2\tilde{B}, (-\tilde{G} + j\tilde{B})\alpha^*; (\tilde{G} + j\tilde{B})\alpha)^T.$$

Трехмерные комплексы токов (25) и (27) соответственно равны:

$$\mathbf{I} = \frac{V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \tilde{G} \\ -j\tilde{B}\alpha^* \\ j\tilde{B}\alpha^* \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_b = \mathbf{I}_a = G_S V = \frac{\tilde{G}V}{3\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_u = \frac{V}{3\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 2\tilde{G} \\ -(\tilde{G} + j3\tilde{B})\alpha^* \\ -(\tilde{G} - j3\tilde{B})\alpha \end{bmatrix}.$$

Пример 2. Активная асимметричная нагрузка (рис. 2, б).

Проводимости фаз $B_a = B_b = B_c = 0$, $G_a = 2\tilde{G}$, $G_b = G_c = 0.5\tilde{G}$. Проводимости тока баланса и тока небаланса (27):

$$B_S = 0; \quad G_S = \frac{1}{3}(G_a + G_b + G_c) = \tilde{G}; \quad \mathbf{B}_D = 0; \quad \mathbf{Y}_D = \mathbf{G}_D = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} (G_c - G_b) \\ (G_a - G_c)\alpha \\ (G_b - G_a)\alpha^* \end{bmatrix} = \frac{\tilde{G}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \\ -\alpha^* \end{bmatrix}.$$

Трехмерные комплексы (25) и (27) токов соответственно равны

$$\mathbf{I} = \frac{\tilde{G}V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 2 \\ 0.5\alpha^* \\ 0.5\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_a = \frac{\tilde{G}V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_r = 0; \quad \mathbf{I}_u = \frac{\tilde{G}V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5\alpha^* \\ -0.5\alpha \end{bmatrix}.$$

Пример 3. Чисто реактивная асимметричная нагрузка.

$$G_a = G_b = G_c = 0; \quad B_a = 2\tilde{B}, \quad B_b = B_c = -\tilde{B}.$$

Проводимость тока баланса и вектор проводимости тока небаланса (26) равны

$$\dot{Y}_S = G_S + jB_S = 0; \quad \mathbf{Y}_D = j\mathbf{B}_D = \frac{j\tilde{B}}{\sqrt{3}}[(2, -1, -1)]^T.$$

Для комплекса тока (25) и его компонент (27):

$$\mathbf{I} = \frac{j\tilde{B}V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 2 \\ -\alpha^* \\ -\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_b = \mathbf{0}; \quad \mathbf{I}_u = \frac{\tilde{B}V}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha^* \\ -\alpha \end{bmatrix}.$$

Ток полностью совпадает с разбалансированной компонентой $\mathbf{I} = \mathbf{I}_u$, а полная мощность равна мощности разбаланса $S_B = D_u$.

Выводы

1. Полученное разложение (10) справедливо при любом *несимметричном* напряжении в трехфазном сечении четырехпроводной системы. Компоненты разложения - ток баланса и ток небаланса (11), непосредственно выражаются через трехмерные комплексы напряжения и тока. Разложение (10) получено в векторной форме, что делает его инвариантным к выбору декартовой системы координат в множестве 3D-комплексов. В частности форма (10) справедлива для симметричных координат прямой, обратной и нулевой последовательности и дополняет и расширяет разложение для трехпроводной системы [9], в которой отсутствует нулевая последовательность. Кроме того, форма разложения (10) инвариантна к выбору точки отсчета напряжения.

2. Для трехпроводной системы измерение напряжений выполняется относительно «фиктивной» точки (artificial ground), что равносильно тому, что из напряжений фаз вычитается их нулевая последовательность и все процессы становятся двумерными (нулевая последовательность токов равна нулю в силу первого закона Кирхгофа). В трехпроводной системе при симметричном напряжении прямой последовательности ток баланса равен току прямой последовательности, а ток небаланса – току обратной последовательности. Поэтому для описания тока небаланса достаточно одной (единственной) проводимости [8].

3. В четырехпроводной системе все процессы в трехфазном сечении трехмерны и задача компенсации существенно сложнее. Даже при *симметричном* напряжении ток небаланса дву-

мерный – содержит нулевую и обратную последовательность, и его нельзя выразить с помощью единственной проводимости. В работе получены выражения для проводимости тока баланса и тока небаланса при несимметричном напряжении. Эти проводимости вычисляются по измерениям комплексов напряжения и тока в трехфазном сечении и могут быть использованы для оценки проводимостей ветвей адаптивных пассивных компенсаторов реактивного тока и тока небаланса.

4. Техника комплексных рядов *Fourier* позволяет обобщить полученные результаты на несинусоидальный случай. Однако такое обобщение требует введения аналога понятия векторного произведения в многомерном пространстве последовательностей комплексных 3D-гармоник.

Перечень ссылок

1. *Czarnecki L.S.* Orthogonal decomposition of the current in three-phase nonlinear asymmetrical circuit with non-sinusoidal supply voltage / *L.S. Czarnecki* // IEEE Trans. on Instrument. Measurement. – 1988. – Vol. IM-37, No 1, March. – P. 30-34.
2. *Fryze S.* Active, reactive and apparent power in circuits with nonsinusoidal voltage and current / *S. Fryze* // Przegl. Elektroroch. – 1931, No. 7-8.
3. *Czarnecki L.S.* Reactive and unbalanced currents compensation in three-phase asymmetrical circuits under nonsinusoidal conditions / *L.S. Czarnecki* // IEEE Trans. On Instrument. Measurement. – 1989. – Vol. IM-38, No 3, June. – P. 754-759.
4. *Czarnecki L.S.* Physical reasons on current rms value increase in power systems with nonsinusoidal voltages / *L.S. Czarnecki* // IEEE Trans. on Power Delivery. – 1993. – Vol. 8, No 1, June. – P. 437-447.
5. *Czarnecki L.S.* Power related phenomena in three-phase unbalanced systems / *L.S. Czarnecki* // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1995. – Vol. 10, No 3, July. – P. 1168-1173.
6. *Czarnecki L.S.* Currents' Physical Components (CPC) in circuits with nonsinusoidal voltages and currents. Part 2: Three-phase linear circuits / *L.S. Czarnecki* // Electrical Power Quality and Utilization Journal. – 2006. – Vol. XII, No 2. – P. 3-13, <http://www.lsczar.info/papers.htm>.
7. *Czarnecki L.S.* On some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory / *L.S. Czarnecki* // IEEE Trans. on Power Electronic. – 2004. – Vol. 19, – P. 310-324, <http://www.lsczar.info/papers.htm>.
8. *Czarnecki L.S.* Powers of asymmetrically supplied loads in terms of the CPC power theory / *L.S. Czarnecki* // Electrical Power Quality and Utilization Journal. – 2007. – Vol. XIII, No 1, – P. 97-103, <http://www.lsczar.info/papers.htm>.
9. *Корн Г.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / *Г. Корн, Т. Корн.* – М.: Наука, 1973. – 832 с.

Рецензент: Ю.Л. Саенко
д-р техн. наук, проф., ПГТУ

Статья поступила 31.03.2008