

УДК 621.311

Гриб О.Г.<sup>1</sup>, Довгалоук О.Н.<sup>2</sup>

### **ОЦЕНКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ НАПРЯЖЕНИЯ В РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ**

*В статье приведены результаты анализ напряжения в распределительных электрических сетях для режимов максимальных и минимальных нагрузок. Произведены измерения значений напряжения в распределительных электрических сетях, для них построены эмпирические гистограммы и выполнена аппроксимация типовыми аналитическими зависимостями для всего периода измерения, суточного и часового интервалов. Количественно подтвержден случайный характер изменения напряжения в сети.*

Распределительные электрические сети (РЭС) являются сложными техническими системами, состоящими из большого количества взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, с вероятностным характером изменения параметров режимов. Для оптимального управления режимами работы таких РЭС необходимо выполнить анализ существующих режимов их работы. Одной из составляющих данного анализа является оценка закона распределения исследуемого параметра режима.

Аналізу режимов напряжения в электрических сетях уделялось много внимания, так как решение данного вопроса имеет большое практическое значение [1-5]. К наиболее существенным разработкам в данной области относятся работы Архипова Н.К., Мельникова Н.А., Солдаткиной Л.А., Фокина Ю.А., Зорина В.В., Яндульского А.С. и др. [6-8].

В настоящее время появилась возможность как регистрации режимов работы сетей с помощью более точных приборов, так и использовать для их обработки современные и быстродействующие средства вычислительной и компьютерной техники. Это дает возможность анализировать режимы сетей на более качественном уровне и более продуктивно использовать полученные результаты для корректировки параметров режимов их работы. Как следствие, вопросы оптимального управления приобрели на сегодняшний день особую актуальность.

В то же время производимый анализ режимов электрических сетей учитывает процессы только в пределах отдельных расчетных точек сети, не принимая во внимание все особенности многоуровневой иерархически организованной структуры электрических сетей.

Целью проведенных исследований является выявление закономерностей изменения напряжения в РЭС для разработки рекомендаций по оптимизации процесса регулирования напряжения с учетом многоуровневой иерархически организованной структуры сети, а также вероятностного характера изменения параметров ее режима.

Для оценки закона распределения функции напряжения в РЭС г. Харькова было произведено более 70 измерений на шинах 10, 6 и 0,4 кВ городских трансформаторных подстанций, расположенных в центрах питания нагрузок; на вводно-распределительных устройствах потребителей, расположенных в наиболее удаленных и приближенных к центрам питания точках сети 10, 6 и 0,4 кВ; а также в точках подключения отдельных электроприемников. Длительность непрерывных измерений напряжения в указанных точках сети составляла от 5 до 7 суток для режимов максимальных и минимальных нагрузок. Измерения производились аттестованным прибором «АНТЭС АК-3Ф».

По результатам проведенных измерений для каждой точки сети значения напряжения были представлены в виде выборки, состоящей из  $n$  независимых наблюдений за случайной функцией  $U(t)$ , вид которых показан на рис. 1, рис. 2, рис. 3.

<sup>1</sup> Харьковская национальная академия городского хозяйства, д-р техн. наук, проф.

<sup>2</sup> Харьковская национальная академия городского хозяйства, канд. техн. наук, доцент

Для всех исследуемых точек РЭС были определены интегральные вероятностные характеристики случайной функции напряжения: математическое ожидание  $M[U(t)]$ , дисперсия  $D[U(t)]$ , среднеквадратическое отклонение  $\sigma[U(t)]$ .

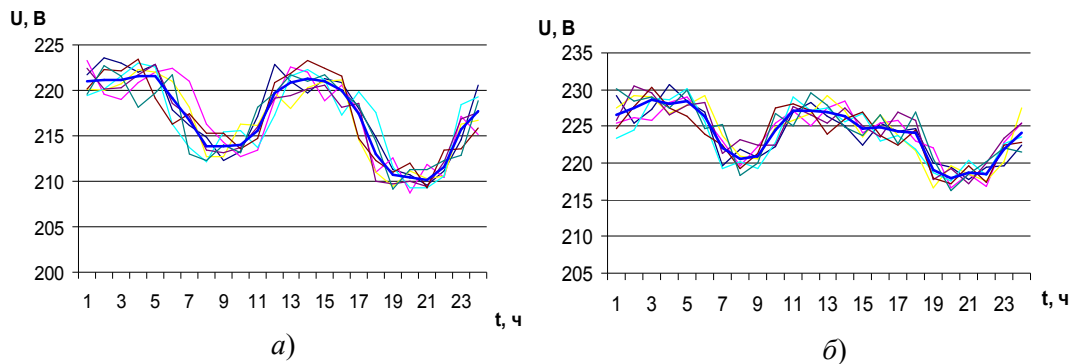


Рис. 1 – Значения напряжения в сети 0,4 кВ:  
 а - в режиме максимальных нагрузок; б - в режиме минимальных нагрузок

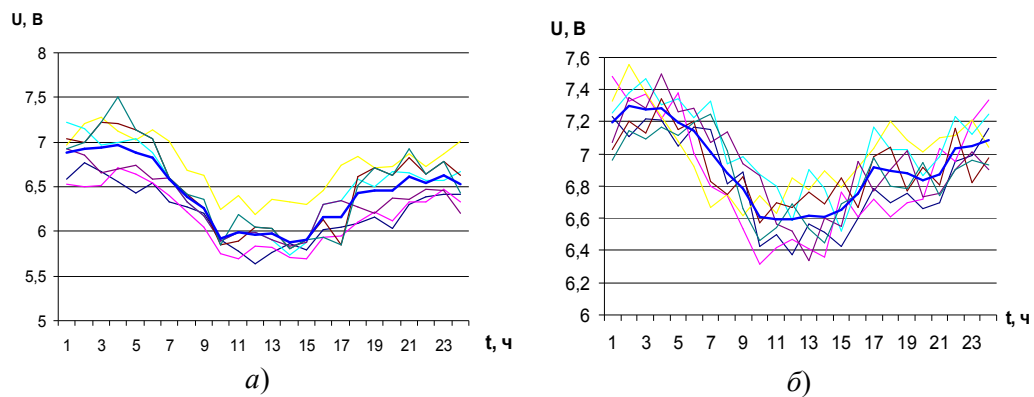


Рис. 2 – Значения напряжения в сети 6 кВ:  
 а - в режиме максимальных нагрузок; б - в режиме минимальных нагрузок

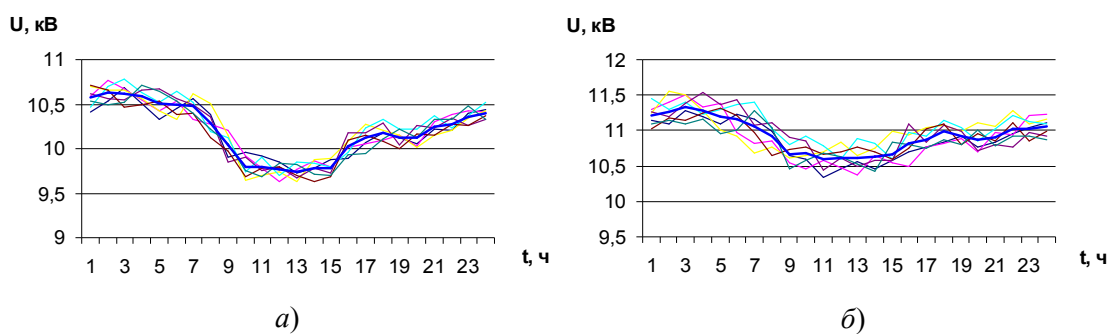


Рис. 3 – Значения напряжения в сети 10 кВ:  
 а - в режиме максимальных нагрузок; б - в режиме минимальных нагрузок

Далее для них были построены эмпирические гистограммы с усреднением экспериментальных данных по всему периоду измерений [9]. Для построения группированного ряда вся область измерения случайной величины  $U(t)$  была разбита на  $q$  интервалов, величина которых  $h$  определялась по формуле Стэрджеса и приведена в табл. 1. Вид полученных эмпирических гистограмм для режима максимальных и минимальных нагрузок в исследуемой РЭС представлен на рис. 4, рис. 5, рис. 6.

Таблица 1 - Длительность интервалов разбиения группированных статистических рядов функции напряжения

Напряжение РЭС, кВ	В режиме максимальных нагрузок			В режиме минимальных нагрузок		
	$U_{min}, В$	$U_{max}, В$	$h, В$	$U_{min}, В$	$U_{max}, В$	$h, В$
0,4	208,66	223,53	1,8	216,32	230,74	1,8
6	5735	7508	125	5955	7982	120
10	9630	10780	140	10330	11560	150

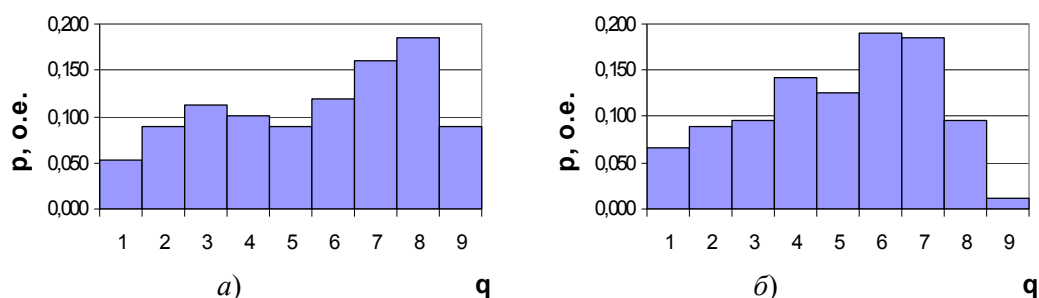


Рис. 4 – Гистограммы функции напряжения в сети 0,4 кВ:

*a* - в режиме максимальных нагрузок; *б* - в режиме минимальных нагрузок

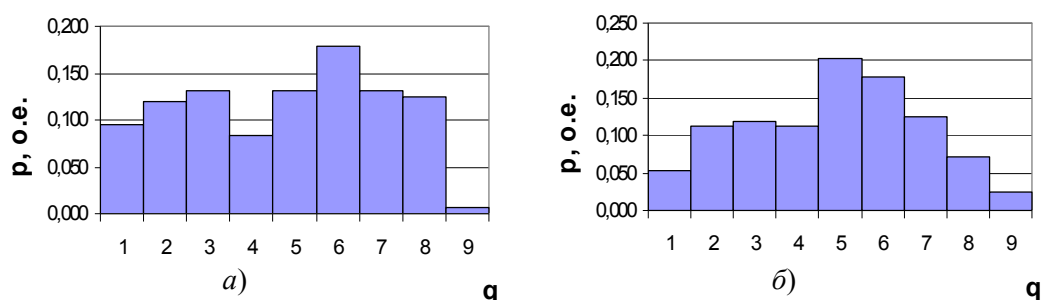


Рис. 5 – Гистограммы функции напряжения в сети 6 кВ:

*a* - в режиме максимальных нагрузок; *б* - в режиме минимальных нагрузок

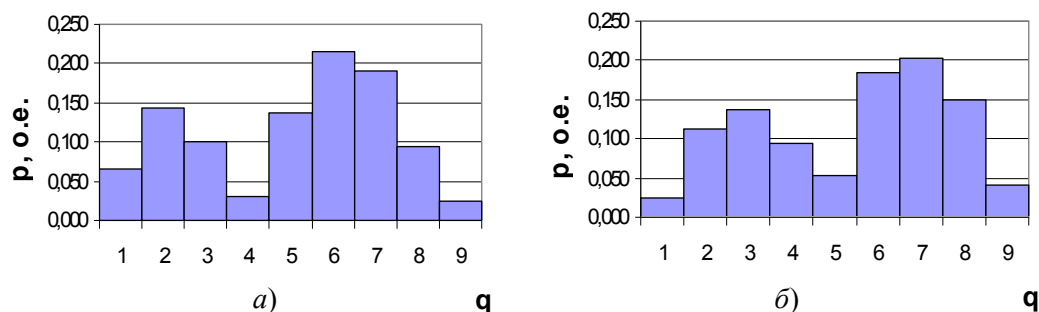


Рис. 6 – Гистограммы функции напряжения в сети 10 кВ:

*a* - в режиме максимальных нагрузок; *б* - в режиме минимальных нагрузок

Произведена аппроксимация построенных гистограмм аналитическими зависимостями по методу наименьших квадратов [10]. По внешнему виду гистограмм были выбраны аналитические функции, которые наиболее точно описывают исследуемые законы распределения: нормальный, равномерный, Эрланга, гамма-распределения, полиномиальный, логистический.

Для всех рассматриваемых аналитических функций в соответствии с [10] были найдены значения среднеквадратической ошибки  $\Sigma^2$  и индекса корреляции  $I_k$ :

$$\Sigma^2(f) = \sum_{i=1}^q (f_{экспi} - f_{теорi})^2, \quad (1)$$

$$I_k(f) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^q (f_{\text{эксп}i} - f_{\text{теор}i})^2}{\sum_{i=1}^q (f_{\text{эксп}i} - \bar{f}_{\text{эксп}i})^2}}, \quad (2)$$

где  $q$  – количество интервалов разбиения группированного статистического ряда в зависимости от длительности интервала разбиения  $h$  и вариационного размаха случайной величины  $(U_{\max} - U_{\min})$ ,  $f_{\text{эксп}}$ ,  $f_{\text{теор}}$  – значения функции, полученные экспериментальным путем и теоретическим по соответствующему аналитическому выражению,  $\bar{f}_{\text{эксп}i}$  – среднее выборочное функции, полученное по экспериментальным данным.

Наиболее точно исследуемый процесс описывает та из рассматриваемых зависимостей, которой соответствует наименьшее значение функции среднеквадратической ошибки  $\Sigma^2$  и наибольшее значение индекса корреляции  $I_k$ .

Критерий согласия Пирсона позволил оценить степень согласованности экспериментальной и каждой из теоретических функций плотности распределения напряжения [10]. Значение критерия определялось по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^q \frac{(f_{\text{эксп}i} - f_{\text{теор}i})^2}{f_{\text{теор}i}}. \quad (3)$$

Гипотеза о законе распределения принималась, если выполнялось условие

$$\chi^2 \leq \chi_{\mu, \lambda}^2, \quad (4)$$

где  $\chi_{\mu, \lambda}^2$  – табличное значение [10], определяемое в зависимости от числа степеней свободы  $\mu$  и вероятности  $\lambda$  того, что величина, распределенная по закону  $\chi^2$ , превзойдет это значение.

Число степеней свободы определено по формуле

$$\mu = q - \psi - 1, \quad (5)$$

где  $\psi$  – число параметров распределения.

На рис. 7 приведены графики экспериментальной и исследуемых аналитических зависимостей функций плотности распределения, построенные для одной из исследуемых точек сети 0,4 кВ в режиме максимальных нагрузок.

Результаты расчета критерия  $\chi^2$  приведены в табл. 2 – 4. Из указанных таблиц видно, что условие (4) не выполняется и, следовательно, ни одна из рассматриваемых зависимостей не описывает закон распределения исследуемой случайной величины с требуемой достоверностью. Таким образом, для исследуемой функции напряжения не существует единой плотности вероятностей на рассматриваемом интервале.

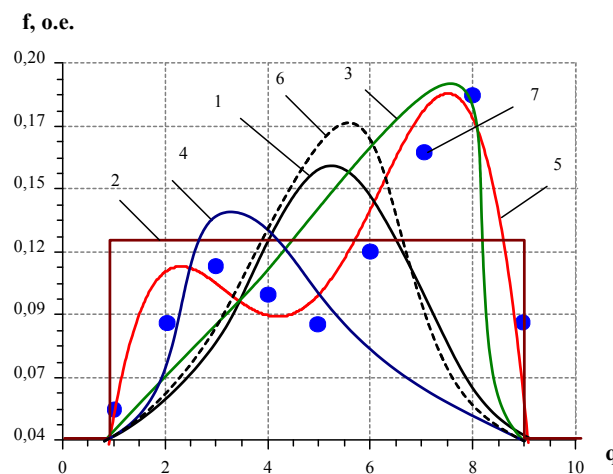


Рис. 7 – Графики зависимостей функции плотности распределения при законах распределения случайной величины: 1 – нормальном; 2 – равномерном; 3 – Эрланга; 4 – гамма-распределении; 5 – полиномиальном; 6 – логистическом; 7 – экспериментальном

Таблица 2 – Результаты расчета критерия Пирсона для сети 0,4 кВ

Закон распределения случайной величины	Режим максимальных нагрузок						Режим минимальных нагрузок					
	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$
Нормальное	3,339	0,689	2,088	6	0,95	1,64	3,735	0,821	1,74	6	0,95	1,64
Равномерное	3,351	0,719	1,831	6	0,95	1,64	6,068	0,723	1,93	6	0,95	1,64
Эрланга	3,290	0,700	4,594	6	0,95	1,64	3,743	0,821	2,06	6	0,95	1,64
Гамма-распределение	3,403	0,674	1,942	6	0,95	1,64	4,891	0,666	3,89	6	0,95	1,64
Полиномиальное	1,377	0,969	0,982	3	0,95	0,352	2,477	0,951	1,39	4	0,95	0,71
Логистическое	3,435	0,667	1,995	6	0,95	1,64	6,109	0,363	1,83	6	0,95	1,64

Таблица 3 – Результаты расчета критерия Пирсона для сети 6 кВ

Закон распределения случайной величины	Режим максимальных нагрузок						Режим минимальных нагрузок					
	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$
Нормальное	3,483	0,809	1,978	6	0,95	1,64	2,767	0,921	2,086	6	0,95	1,64
Равномерное	5,474	0,860	2,106	6	0,95	1,64	6,559	0,838	1,896	6	0,95	1,64
Эрланга	3,734	0,777	2,248	6	0,95	1,64	2,987	0,907	1,898	6	0,95	1,64
Гамма-распределение	3,657	0,787	1,967	6	0,95	1,64	2,943	0,910	2,641	6	0,95	1,64
Полиномиальное	4,029	0,832	0,627	3	0,95	0,352	3,291	0,925	0,957	3	0,95	0,352
Логистическое	5,234	0,471	1,783	6	0,95	1,64	6,078	0,518	1,868	6	0,95	1,64

Таблица 4 – Результаты расчета критерия Пирсона для сети 10 кВ

Закон распределения случайной величины	Режим максимальных нагрузок						Режим минимальных нагрузок					
	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$	$\Sigma^2$	$I_k$	$\chi^2$	$\mu$	$\lambda$	$\chi^2_{\mu,\lambda}$
Нормальное	2,914	0,859	2,084	6	0,95	1,64	3,409	0,871	1,869	6	0,95	1,64
Равномерное	5,329	0,822	2,369	6	0,95	1,64	6,278	0,721	2,412	6	0,95	1,64
Эрланга	3,342	0,809	2,651	6	0,95	1,64	3,834	0,834	1,898	6	0,95	1,64
Гамма-распределение	3,762	0,751	2,428	6	0,95	1,64	3,730	0,843	1,717	6	0,95	1,64
Полиномиальное	2,738	0,913	1,236	3	0,95	0,352	3,730	0,899	0,578	3	0,95	0,352
Логистическое	4,823	0,532	1,837	6	0,95	1,64	5,969	0,512	1,853	6	0,95	1,64

Для более детального анализа режима напряжения в РЭС был определен закон распределения случайной функции напряжения на суточном интервале. Исследования показали, что на суточном интервале для исследуемой функции напряжения также не существует единой плотности вероятностей.

Это позволяет сделать вывод, что функция напряжения для всех исследуемых точек РЭС представляет собой случайную последовательность, которая близка к процессам марковского типа. Её частичное описание, достаточное для решения инженерных задач, в том числе и анализа режима напряжения РЭС, может быть представлено одномерной интегральной функцией распределения вида

$$F(U, t) = \int_{-\infty}^U p(U, t) dU, \quad (6)$$

где  $U$  – напряжение на элементе сети,  $t$  – текущее время.

Для достоверного описания такого процесса может быть использована только последовательность мгновенных плотностей вероятностей, построенных для каждого момента времени отдельно. Для каждого из таких интервалов были построены гистограммы и определен закон распределения напряжения для каждого часа суток. Анализ данных гистограмм показал, что они аппроксимируются нормальным законом распределения.

Таким образом, вероятностным описанием исследуемого процесса изменения напряжения в сети может служить только последовательность мгновенных плотностей вероятностей, построенных для каждого момента времени.

#### Выводы

1. Оценка закона распределения функции напряжения в РЭС показала, что для исследуемой случайной величины на суточном интервале не существует единой плотности вероятностей.

2. Для достоверного описания характера изменения напряжения в режимах максимальных и минимальных нагрузок может быть использована только последовательность мгновенных плотностей вероятностей, построенных для каждого момента времени и аппроксимируемых нормальным законом распределения.

Выявленные особенности режимов напряжения в РЭС позволят в дальнейшем оптимальным образом корректировать закон его регулирования для повышения эффективности эксплуатации сети.

#### Перечень ссылок

1. Мельников Н.А. Регулирование напряжения в электрических сетях / Н.А. Мельников, Л.А. Солдаткина. – М.: Энергия, 1968. – 152 с.
2. Холмский В.Г. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей (специальные вопросы) / В.Г. Холмский. – М.: Высшая школа, 1975. – 280 с.
3. Маркушевич Н.С. Регулирование напряжения и экономия электроэнергии / Н.С. Маркушевич. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 104 с.
4. Кузнецов В.Г. Оптимизация режимов электрических сетей / В.Г. Кузнецов, Ю.И. Тугай, В.А. Бженев. – К.: Наукова думка, 1992. – 216 с.
5. Зорін В.В. Моделювання та оптимізація параметрів та режимів систем електропостачання міст / В.В. Зорін // Наукові вісті Національного технічного університету “КПІ”. – 1998. – № 2. – С. 18-24.
6. Лежнюк П.Д. Оптимизация режимов электрических сетей с учетом ущерба, вызываемого отклонениями напряжения / П.Д. Лежнюк, Аль-Хайтмер Абдалла // Энергетика. – 1991. – №11. – С. 27-31.
7. Яндульский А.С. Вопросы регулирования напряжения в электрических сетях / А.С. Яндульский, Н.Ф. Головатюк, В.М. Хлыстов // Энергетика и электрификация. – 1996. – № 4. – С. 36-38.
8. Фокин Ю.А. Вероятностно-статистические методы в расчетах систем электроснабжения / Ю.А. Фокин. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 256 с.
9. Математическая статистика / Иванова В.М., Калинина В.Н., Нешумова Л.А., Решетникова И.О. – М.: Высшая школа, 1975. – 398 с.
10. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2000. – 479 с.

Рецензент: О.И. Сухаревский,  
д-р техн. наук, проф.,  
Харьковский университет Воздушных Сил

Статья поступила 27.03.2008