Methods and calculation of mean time to failure based on Coriolis vibratory gyroscope test results.

V.V. Chikovani, S.P. Maliarov

This paper uses the method of calculating the reliability of Coriolis vibrating gyroscope, based on an analysis of effects of external stress factors on the device and calculation the accelerated degradation coefficients. Methods to calculate mean time between failures with the use of accelerated degradation coefficients are presented. To calculate the coefficients of accelerated degradation the following models were used: Arrenius model for high temperature, Coffin-Manson model for thermocycle and Holberg-Peck model for humidity. First, the failure rate and mean time between failures in operation of the gyro under normal conditions are computed and then, on the basis of these estimates, reliability parameters for the instrument in other environmental conditions are calculated with the use of environmental factors π_E for specific operating conditions. As a result, the mean time between failures of Coriolis vibratory gyroscope with a metal resonator under normal operating conditions is 2,509,145 hours.

Keywords: *reliability, gyroscope, failure rate.*

УДК 539.4+517.8

Б.І. Сокіл[1], А.М. Стащук[2]

[1]Академія сухопутних військ, Львів
[2]ПП «Сфера плюс», Львів

ОЦІНКА КРИТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МІЦНОСТІ І СТІЙКОСТІ РУЙНУВАННЯ ПРУЖНОГО ТІЛА З ПОРАМИ ТА ТРІЩИНАМИ

У роботі з використанням прикладної теорії катастроф проведена аналітична оцінка механічних та міцнісних характеристик композиту з урахуванням його пористості. Досліджено питання стабільного докритичного росту короткої тріщини при переході до макроскопічних розмірів, в результаті чого оцінено якісні зміни потенціальної енергії щілини із зонами передруйнування в її вершинах. Також теоретично встановлено аналітичні співвідношення для визначення критичних параметрів мікротріщини та межі її стабільного росту до макроскопічних розмірів.

Ключові слова: *теорія катастроф, композитний матеріал, пористість, тріщина, критичні навантаження.*

Постановка проблеми. Аналіз останніх досліджено і публікацій

При стрімкому розвитку сучасної науки, зокрема прикладної механіки, достатньо ефективною у аналізі класичних і розвиненні сьогоденних результатів виявилась теорія катастроф [1]. Значного розвитку ця теорія набула у вивченні низки питань теорії пружної стійкості, яка вивчає реакцію пружних тіл і конструкцій на діючі механічні навантаження. Прогнози теорії катастроф мають важливе технічне застосування для оцінювання критичних сил, які ініціюють втрату стійкості пружних тіл та інженерних споруд.

Теорія катастроф є прикладною математичною теорією, яка останнім часом активно розвивається та разом з методами системного аналізу стала ефективним інструментом якісних досліджень надійності та довговічності деталей машин і конструкцій. Ця наука поєднує теорію особливостей гладких поверхонь Х. Уітні, теорію стійкості та біфуркацій динамічних систем А. Пуанкаре, А. Ляпунова, А. Андронова. Її поява та назва є результатом досліджень французького математика Р. Тома [1]. Інтенсивний вплив на розвиток методів теорії катастроф зробили праці В.І. Арнольда [2,3], Т. Постона, І. Стюарта [4], А. Кампо [5,6], Є.С. Зімана [7], Р. Гілмора [8], Дж. М.Т. Томпсона [9] та інших.

Теорія катастроф вивчає раптову, стрибкоподібну зміну стану системи, викликану реальними змінами зовнішніх впливів, і містить для опису явищ втрати її стійкості значні потенційні можливості.

У математичній постановці теорія катастроф вивчає якісну природу залежності розв`язків $y_i(t,x,c)$ $(i=1,2,...,n,\quad x=(x_1,...,x_n), c=(c_1,...,c_n))$ системи рівнянь

$$F_i(t,y_j,x,\frac{dy_j}{dt},...,\frac{dy_j}{dx_k},...,\int y_j dx_k,...)=0 \qquad (1)$$

від параметрів c_α, які мають назву керуючих параметрів. У спрощеному варіанті предметом теорії катастроф є вивчення залежності стану рівноваги y_i потенціальної функції $V(y_i,c_\alpha)$ від зміни параметрів c_α.

Застосування теорії катастроф в науці та техніці є не рідкісним [4,9]. В той же час її розвиток в напрямі досліджень питань руйнування пружних тіл, зокрема теорії міцності, майже відсутній.

Значна кількість випробувань матеріалів на міцність та руйнування вказує на те, що характер поведінки досліджуваних явищ є нелінійним [10]. Це пояснюється наявністю критичних зовнішніх факторів, перевищення яких призводить до помітних відхилень пружних тіл від положення рівноваги, періодичних змін процесу накопичення ушкоджень, стрибкоподібної зміни їх станів. Врахування такої низки факторів стає можливим при використанні теорії катастроф до оцінки стійкості твердих деформованих тіл перед їх руйнуванням.

У роботі на основі теорії катастроф проведена аналітична оцінка механічних та міцнісних характеристик композиту з урахуванням його пористості. Зауважимо, що теоретичні дослідження появи малих тріщин вже проводились [11]. Також знайдені співвідношення, які визначають критичні значення напружень і відповідні їм критичні значення приростів тріщини, при яких відбувається перехід від стійкого до критичного стану до нестабільного динамічного руйнування. Однак питання визначення критичного розміру малої тріщини при її переході до катастрофічного росту (як макроскопічної) лишалось відкритим. Застосування теорії катастроф дозволяє ліквідувати вказаний пробіл.

Виклад основного матеріалу

Опис основних катастроф функцій

Локальна поведінка потенціальної функції $V(x,c)$, яка визначається початковими членами її розкладу в ряд Тейлора, досліджується шляхом її зведення до деякої канонічної форми. При цьому використовується ряд теорем функціонального аналізу. Так, для побудови канонічної форми потенціальної функції у некритичній точці (x^0, c^0), тобто точці, в якій $\nabla V \neq 0$ ($\nabla = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ – оператор Гамільтона), використовують теорему про неявну функцію; у звичайній критичній точці ($\nabla V = 0,\ \det V_{ij} = \det(\frac{\partial V}{\partial x_i x_j}) \neq 0$) – лему Морса [12]; у виродженій критичній точці ($\nabla V = 0,\ \det V_{ij} = 0$) – лему розщеплення [13]. Якщо ж число керуючих параметрів c_α не перевищує 5 ($k \leq 5$), то, за теоремою Тома [1], існує така гладка заміна змінних, що потенціальна функція може бути записана у формі

$$V = \Phi(l,k) + \sum_{j=l+1}^{n} \lambda_j(c) y_j^2(x), \qquad (2)$$

де $\Phi(l,k)$ – функція катастрофи (катастрофа); l – число власних значень матриці; V_{ij}, λ_j – постійні, що також залежать від керуючих параметрів c_α; k– число керуючих параметрів.

Том показав, що при $k \leq 5$ існує сім видів функції $\Phi(l,k)$ – елементарних катастроф. Розглянемо найпростішу з них – катастрофу складки.

Потенціальна функція, для якої може відбутися катастрофа складки, повинна бути зведена до вигляду

$$V(z,M) = \frac{1}{3} z^3 + Mz + c\,, \qquad (3)$$

де z – змінна стану; M – керуючий параметр; c – константа. Критичні точки цієї функції визначаються з умови $\frac{dV}{dz} = 0$, тобто

$$z^2 + M = 0\,, \qquad (4)$$

а двічі вироджені критичні точки – з умови $\frac{d^2V}{dz^2} = 0$, тобто

$$z = 0\,. \qquad (5)$$

Рівність (5) вказує на існування двох критичних точок функції V при $M < 0$, одна з яких $z = \sqrt{-M}$ є точкою мінімуму цієї функції і відповідає стійкому стану системи (рис. 1).

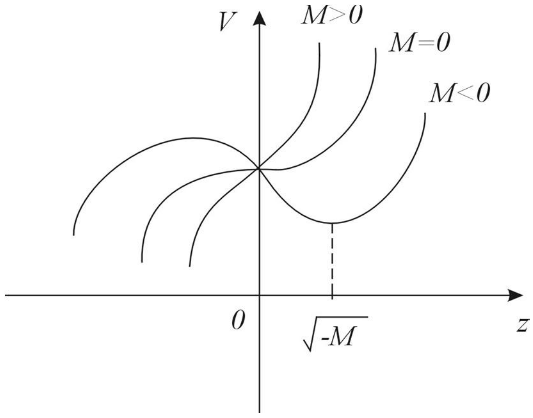

Рис. 1. **Характер зміни потенціальної функції**

Зміна параметра M супроводжується плавною зміною глибини мінімуму функції V, яка не має критичних точок при $M > 0$. Тобто точка $M = 0$ є точкою, яка ділить функції двох якісно різних класів. Якщо виконується умова (5), то мінімум функції V зникає і переходить в точку перегину з горизонтальною дотичною, і система різко переходить зі стійкого стану рівноваги у нестійкий нестабільний стан. Таким чином, умовою катастрофи складки є одночасне виконання рівностей

$$\left.\begin{aligned} M &= 0 \\ z &= 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (6)$$

На основі співвідношень (6) неважко оцінити теоретичну міцність пористого композита за відомими його ефективними механічними характеристиками.

Руйнування пористого композиту

Прогнозування працездатності будівельних, зокрема пористих, композитів та конструкцій із них, як правило, передбачає використання серії аналітичних досліджень. Першочерговими при цьому є встановлення критичних значень міцності, номінальних напружень, а також критичних деформацій. Особливо важливими стають значення цих параметрів із врахуванням притаманних матеріалам неоднорідностей їх структури, наприклад, пористості, різних домішок, технологічних вкраплень типу включень або інших концентраторів напружень. Переважна більшість композитів є пористими. Результати даної роботи саме й націлені на встановлення аналітичних залежностей для визначення теоретичної міцності композитів з урахуванням їх пористості.

Тому розрахунки теоретичної міцності таких матеріалів повинні проводитись з урахуванням наявної в них концентрації пор. Ефективні жорсткісні характеристики G_{eff} – ефективний модуль зсуву, E_{eff} – ефективний модуль Юнга, μ_{eff} – ефективний коефіцієнт Пуассона композитів при цьому повинні бути залежними від об’ємної концентрації пор. Згідно з роботами [14-15] такі залежності для пор кругової форми є наступними:

$$G_{eff} = \frac{3(1-C)}{3-C}G, \qquad (7)$$

$$E_{eff} = \frac{1-C}{1+\frac{(1+\mu)(13-15\mu)}{2(7-5\mu)}}E, \qquad (8)$$

$$\mu_{eff} = \frac{E_{eff}}{2G_{eff}} - 1. \qquad (9)$$

Тут через C позначено об’ємну концентрацію пор; G, E, μ – модулі зсуву і Юнга та коефіцієнт Пуассона безпористого композита відповідно.

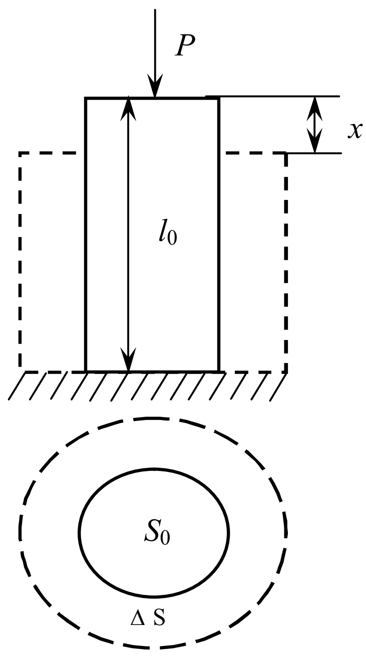

Рис. 2. **Схема навантаження композитного елемента**

Змоделюємо елемент зразка композита у вигляді стержня довжини l_0. Площу поперечного перерізу такого зразка позначимо через S_0. Нехай до цього композитного елемента прикладене навантаження величиною P так, як це показано на рис. 2. Вважаємо, що досліджуваний матеріал має модуль пружності E_{eff}, модуль зсуву G_{eff} і коефіцієнт Пуассона μ_{eff}, причому тут уже враховано наявність пор.

Припустимо, що x величина поздовжнього стиску зразка під дією сили P. Тоді з точністю до постійного доданка енергія системи

$$W = Px + \int_0^x \frac{xdx}{\Pi}, \qquad (10)$$

де $\Pi = l/(E_{eff}S)$ – податливість пружної системи. Будемо вважати цю податливість є залежною від стиску x у відповідності з виразом

$$\Pi = \frac{l_0 - x}{E_{eff}(S_0 + \Delta S)} = \Pi_0 \frac{1-\frac{x}{l_0}}{1+\frac{\Delta S}{S_0}}, \qquad (11)$$

де $\Pi_0 = l_0/(E_{eff}S_0)$ – початкова податливість пористого композитного стержня. Враховуючи, що $\frac{\Delta S}{S_0} = 2\mu_{eff}\frac{x}{l_0}$, а також вважаючи $x << l_0$ і нехтуючи членом з x^2, одержуємо представлення енергії стержня у вигляді

$$\Pi = \Pi_0 \frac{1-\frac{x}{l_0}}{1+2\mu_{eff}\frac{x}{l_0}} = \frac{\Pi_0}{1+ax}. \qquad (12)$$

Тут

$$a = \frac{1+2\mu_{eff}}{l_0}. \qquad (13)$$

Тепер енергія (10) системи композитний “стержень-навантаження” запишеться у вигляді

$$W = Px + \frac{1}{2\Pi_0}x^2 + \frac{a}{3\Pi_0}x^3. \qquad (14)$$

Проведемо заміну

$$x = z - \frac{1}{2a}. \qquad (15)$$

У результаті одержуємо потенціальну функцію катастрофи

$$V = \frac{z^3}{3} - \frac{1}{4a^2}(1 - 4a\Pi_0 P)z + N, \qquad (16)$$

де $V = \frac{W\Pi_0}{a}$; N – постійний член, який не залежить від z. Рівняння (16) повністю відповідає канонічному рівнянню [8]

$$V = \frac{1}{3}z^3 + Mz + N \qquad (17)$$

для катастрофи складки при

$$M = -\frac{1}{4a^2}\left(1 - 4a\Pi_0 P\right). \qquad (18)$$

Згідно з теорією катастроф критичному стану стержня, тобто його руйнуванню, відповідають значення $M = 0$ і $z = 0$. На цій основі критичне навантаження

$$P_{cr} = \frac{1}{4\Pi_0 a} = \frac{E_{eff} S_0}{4\left(1 + 2\mu_{eff.}\right)}. \qquad (19)$$

Також критичний стиск

$$x_{cr} = \frac{1}{2a} = \frac{l_0}{2\left(1 + 2\mu_{eff}\right)} \qquad (20)$$

та критичне номінальне напруження

$$\sigma_{cr.} = \frac{P_{cr}}{S_0} = \frac{E_{eff} S_0}{4\left(1 + 2\mu_{eff}\right)}. \qquad (21)$$

Виражаючи на основі формул (7)-(9) ефективні жорсткісні характеристики через звичайні, одержуємо відповідні інженерні робочі формули для визначення критичних параметрів руйнування пористого композиту. Використовуючи формули такого сорту, згідно з [14-15] можемо вдосконалити методи оцінки несучої здатності та довговічності елементів конструкцій в напрямі врахування наявної пористості в реальних композитах.

Оцінювання стану композиційного квазікрихкого тіла з тріщиною та зонами передруйнування у її вершинах

Розглянемо задачу про розвиток прямолінійної тріщини у квазікрихкому тілі, що перебуває в умовах плоскої деформації або плоского напруженого стану [16-19] (рис. 3).

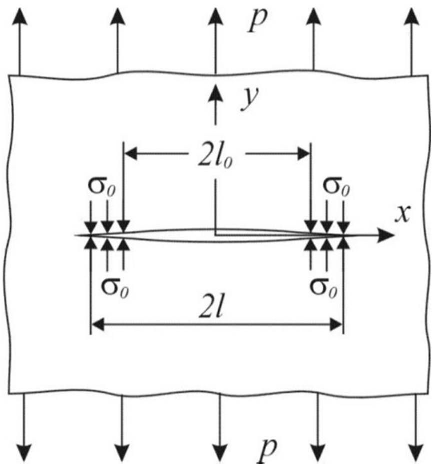

Рис. 3. **Тріщина в матеріалі із зонами передруйнування**

Умови цієї моделі передбачають дію на поверхні тріщини нормального тиску

$$p_n = \begin{cases} p - p\left[2v(x)\right] = p - \sigma_0, & при \;\; l_0 < |x| \le l, \\ p, \;\; при \;\; -l_0 \le x \le l_0, & \end{cases} \qquad (22)$$

де $p = \sigma_y(x,\infty)$ – розтягальні напруження в нескінченно віддалених точках, $2v(x)$ вертикальні переміщення берегів тріщини, l_0 – лінійний розмір області початкової тріщини, l- l_0 – розмір її тупикової частини.

Запишемо потенціальну функцію, відповідну потенціальній енергії тіла з тріщиною

$$\Pi = \Pi_0 - \Pi_1 + W, \qquad (23)$$

де Π_0 – енергія тіла без тріщини, $\Pi_1 = 4\gamma l_0$ – зміна пружної енергії, обумовлена наявністю тріщини, W – енергія деформування.

Обчислимо величину енергії W. Мірою енергії W є робота, що виконується напруженням $p_n(x)$ – зовнішнім тиском p і σ_0 – силами взаємодії на переміщеннях $v(x)$:

$$W = \int_{-l}^{l} p_n(x)\cdot 2v(x)dx. \qquad (24)$$

Переміщення для кожної точки $x \in [-l,l]$ обчислюються за формулою [19]

$$v(x) = c\sigma_0\left\{(x - l_0)\Gamma(l,x,l_0) - (x + l_0)\Gamma(l,x,-l_0)\right\}, \qquad (25)$$

де $c = \dfrac{1}{\pi E}$ – для узагальненого плоского напруженого стану, $c = \dfrac{1-\nu^2}{\pi E}$ – для плоскої деформації,

$$\Gamma(l,x,\xi) = \ln\frac{l^2 - x\xi - \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}{l^2 - x\xi + \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}(|x| \le l). \qquad (26)$$

Так як інтеграл

$$\int \Gamma(l,x,\xi)dx = (x - \xi)\Gamma(l,x,\xi) + 2\sqrt{l^2 - \xi^2}\arccos\frac{x}{l} + C$$

$$\int x\Gamma(l,x,\xi)dx = \frac{1}{2}(x^2 - \xi^2)\Gamma(l,x,\xi) +$$

$$+ \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)} + \xi\sqrt{l^2 - \xi^2}\arccos\frac{x}{l} + C,$$

то, підставивши (25) та (26) у (24) і врахувавши значення інтеграла, знайдемо, що

$$W = 4c\sigma_0 l_0\left\{(\pi p - 2\sigma_0 \arccos\frac{l}{l_0})\sqrt{(l^2 - l_0^2)} - \right.$$

$$\left. -4\sigma_0 l_0 \ln\frac{l_0}{l}\right\}. \qquad (27)$$

За умови обмеженості напружень [19] у вершині тріщини

$$p = \frac{2}{\pi}\sigma_0 \arccos\frac{l_0}{l} \quad \text{або} \quad \frac{l_0}{l} = \cos\frac{\pi p}{2\sigma_0}.$$

Тому

$$W = -8\sigma_0^2 l_0^2 \ln\frac{l_0}{l} = -8\sigma_0^2 l_0^2 \ln(\cos\frac{\pi p}{2\sigma_0}). \qquad (28)$$

Таким чином, потенціальну енергію тіла з тріщиною, що задовольняє умовам (28), обчислюємо за формулою

$$\Pi = \Pi_0 + 4\gamma l_0 + 8\sigma_0^2 l_0^2 c \ln(\cos\frac{\pi p}{2\sigma_0}), \quad (29)$$

або

$$\Pi = \Pi_0 + 4\gamma l_0 + 8\sigma_0^2 l_0^2 c \ln\frac{l_0}{l}. \quad (30)$$

Формули (29), (30) проаналізуємо, використовуючи теорію катастроф.

Оцінка потенціальної енергії тіла з тріщиною з позицій теорії катастроф

Розглянемо потенціальну енергію П тіла з тріщиною як функцію зміни довжини тріщини *x,* тобто

$$\Pi = \Pi_0 + 4\gamma(l_0 + x) + 8\sigma_0^2 (l_0 + x)^2 c \ln\frac{l_0 + x}{l}. \quad (31)$$

Зведемо вираз (31) до вигляду (3). Можемо записати

$$\ln\frac{l_0 + x}{l} = \ln\frac{1 + \frac{x}{l_0}}{\frac{l}{l_0}} = \ln(1 + \frac{x}{l_0}) + \ln\frac{l_0}{l}.$$

Нехтуючи квадратичними членами розвинення

$$\ln(1 + \frac{x}{l_0}) = \frac{x}{l_0} - \frac{x^2}{2l_0^2} + \frac{x^3}{3l_0^3} - \frac{x^4}{4l_0^4} + \cdots \approx \frac{x}{l_0},$$

запишемо

$$\ln\frac{l_0 + x}{l} = \ln\frac{l_0}{l} + \frac{x}{l_0}. \quad (32)$$

На основі цієї наближеної рівності енергію (31) пружного тіла з тріщиною запишемо так

$$\Pi = \frac{8c\sigma_0^2}{l_0} x^3 + (16c\sigma_0^2 + 8c\sigma_0^2 \ln\frac{l_0}{l}) x^2 +$$
$$+ \left[4\gamma + 8c\sigma_0^2 l_0 (2\ln\frac{l_0}{l} + 1)\right] x +$$
$$+ \Pi_0 + 4\gamma l_0 + 8c\sigma_0^2 l_0^2 \ln\frac{l_0}{l}. \quad (33)$$

Вираз (33) представимо у вигляді

$$\Pi = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D, \quad (34)$$

де

$$\begin{cases} A = \dfrac{8c\sigma^2}{l_0}, \ B = 16c\sigma^2 + 8c\sigma_0^2 \ln\dfrac{l_0}{l}, \\ C = 4\gamma + 8c\sigma_0^2 l_0 (2\ln\dfrac{l_0}{l} + 1), \\ D = \Pi_0 + 4\gamma l_0 + 8c\sigma_0^2 l_0^2 \ln\dfrac{l_0}{l}, \end{cases} \quad (35)$$

і проведемо заміну змінної

$$z = x + \frac{B}{3A}. \quad (36)$$

Після підстановки заміни (36) у вираз (33) отримаємо

$$V = \frac{1}{3} z^3 + Mz + N, \quad (37)$$

де

$$V = \frac{\Pi}{3A}, \ M = \frac{C}{3A} - \frac{B^2}{9A^2}, \ N = \frac{D}{3A} - \frac{2B^2}{81A^3} - \frac{BC}{9A^2}. \quad (38)$$

Виходячи з умов (6) при $z = 0$ визначаємо критичне значення x_c підростання тріщини

$$x_c = -\frac{B}{3A}. \quad (39)$$

При *M*= 0, тобто коли

$$3AC = B^2, \quad (40)$$

знаходимо критичне значення зародження тріщини l_{0cr}. Для цього зазначимо, що згідно з моделлю тріщини [19] її поширення є можливим, якщо

$$8 l_0 c\sigma_0 \ln\frac{l}{l_0} = \delta_k, \quad (41)$$

де $\delta_k = 2v(\pm l_0, 0)$ відстань між протилежними берегами тріщини з абсцисою $x = \pm l_0$.

На основі співвідношень (35) та (41) з рівностей (39) і (40) знайдемо

$$x_c = \frac{1}{3}(2l_{0cr} - \frac{\delta_k}{8c\sigma_0}), \ 2l_{0cr} = \frac{\delta_k}{8(2-\sqrt{3})c\sigma_0}. \quad (42)$$

Приклад. Вуглецева сталь

У моделі квазікрихкого тіла з тріщиною та зонами передруйнування у її вершинах поверхнева енергія тріщини зв`язана з критичним розкриттям δ_k співвідношенням

$$\gamma = \frac{1}{2}\delta_k \sigma_0 \quad (\sigma_0 = 0{,}01E).$$

Для вуглецевої сталі з параметрами $\gamma = 7{,}5 \cdot 10^2 \frac{Н}{м}, \ E = 2{,}06 \cdot 10^{11} \frac{Н}{м^2}$ з рівнянь (42) отримаємо $l_{0cr} \approx 0{,}057 \cdot 10^{-3}\, м$. При цьому зона стабільного підростання становить $x_c \approx 0{,}5 \cdot 10^{-6}\, м$. Одержаний теоретичним шляхом результат підтверджується експериментальними даними для коротких щілин, наведеними в [20].

Висновки

На основі теорії катастроф запропонована методика оцінки теоретичної міцності пористих композитів за відповідними їм ефективними механічними характеристиками. З використанням енергетичного підходу до балансу енергії тіла, поверхневої енергії та енергії деформування та катастрофи складки записано вихідні рівняння для оцінки граничного стану тіла з тріщиною. Для вуглецевої сталі встановлено критичний розмір та межу стабільного розвитку мікротріщини на переході до макроскопічного концентратора напружень.

Список літератури

1. Thom R., Stabilite Structurelle et Morpho-genese, New York, Benjamin, 1972; transl. / R. Thom. Structural Stability and Morphogenesis, Reading – Benjamin – 1975.

2. Arnol`d V. I. Critical Points of Smooth Functions / V. I. Arnol`d. Proc. Int. Cong. Math.-Vancouver - 1974. – P. 19–75.

3. Арнольд В. И. Критические точки гладких функций и их нормальные формы / В. И. Арнольд. – УМН, 1975, – 30:5, – С. 3-65.

4. Постон Т. Теория катастроф и ее приложения / Т. Постон, И. Стюарт. – М.: Мир, 1980.– 608 с.

5. A`Campo N. A., Le Groupe de Monodromie de Deploiement des Singularites Isolees de Courbes Planes / N. A. A`Campo. Math. Ann. – 1975 – VI- 213. – P. 1-32.

6. A`Campo N.A., Le Groupe de Monodromie de Deploiement des Singularites Isolees de Courbes Planes / N. A. A`Campo. II, Proc. Int. Cong. Math. - Vancouver – 1974. – P. 395-404.

7. Zeeman E.S. Catastrophe Theory, Sci. American, 234(4), 65–83 (1976). / E. S Zeeman. Published in original from in: E. C. Zeeman, Catastrophe Theory, Selected Papers, 1972–1977, Reading: Addition–Wesley, 1977. – P. 18.

8. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. В 2–х кн. / Р. Гилмор – М.: 1984. 1 кн.– 285 с., 2 кн.– 350 с.

9. Томпсон Дж. М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике / Дж. М. Т. Томпсон. – М.: Мир, 1985.–254 с.

10. Экспериментальная механика Книга 1. Пер.с англ. / Под ред. А. Кобаяси. – М.: Мир,1990. – 616 с.

11. Лучко Й.Й. Аналітична оцінка теоретичної міцності пористого бетону методами теорії катастроф / Й.Й. Лучко, А.М.Стащук. Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій. Випуск 4. – Львів: Каменяр, 2000. – С. 476-479.

12. Morse M. The Critical Points of a Function of n Variables / M. Morse. Trans. Am. Math. Soc. – 33-1931 – P. 72-91.

13. Gromoll D., Meyer W. On Differentiable Functions with Isolated Critical Points / D. Gromoll, W. Meyer. Topology - 8 – 1969. – P. 361–370.

14. Г.А. Ванин. Микромеханика композиционных материалов / Г.А. Ванин. – Киев: Наук. думка, 1977.– 264 с.

15. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – М.: Мир, 1982.–334 с.

16. Griffith A. A.– Phil. Trans. Roy. Soc., 1920, ser. A, 221. – P. 163-198.

17. Griffith A. A.– Appl. Mech. Deltf, 1924. – P. 55–63.

18. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – М.:“Наука”, 1966. – 709 с.

19. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В Панасюк. – Киев: Наук. думка, 1968. – 246 с.

20. Романив О. Н. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин, Н. А. Махутов, М. М. Стадник. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4-х т./ Под общей ред. В.В. Панасюка. – К.: Наук. думка, 1990. – Т.4. – 680 с.

Оценка критических характеристик прочности и стойкости разрушения упругого тела с порами и трещинами

Б.И. Сокил, А.Н. Стащук

В работе с использованием прикладной теории катастроф проведена аналитическая оценка механических и прочностных характеристик композита с учетом его пористости. Исследован вопрос стабильного докритического роста короткой трещины при переходе к макроскопическим размерам. В результате оценены качественные изменения потенциальной энергии щели с зонами предразрушений в её вершинах. Также установлены аналитические соотношения для определения критических параметров микротрещины и границ её стабильного роста до макроскопических размеров.

Ключевые слова: *теория катастроф, композитный материал, пористость, трещина, критические нагрузки.*

Estimation of critical characteristics of durability and firmness of destruction of the elastic body with the pores and cracks

B.I. Sokil, A.N. Stashchuk

In work with use of the applied theory of accidents the analytical estimation of mechanical and strength characteristics of a composite is made taking into account its porosity. The problem of stable critical growth of a short crack at transition to the macroscopical sizes is investigated. Qualitative changes of potential energy of a crack with zones of predestructions in its tops are as a result estimated. Also analytical parities for definition of critical parameters of a microcrack and border of its stable growth till the macroscopical sizes are established.

Keywords: *the theory of accidents, a composite material, porosity, a crack, critical loadings.*