

УДК 621.313.333.2

В. Ф. Сивокобиленко, д-р техн. наук, проф.;

С. В. Василюк, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ ДИНАМІЧНОГО НАСИЧЕННЯ

Удосконалено математичну модель асинхронного двигуна з урахуванням динамічного насичення магнітних кіл по шляхах головного магнітного потоку та потоків розсіювання статора і ротора.

Актуальність проблеми та її зв'язок з прикладними задачами

Підвищення потужності асинхронних двигунів (АД) вугледобувних машин шахт (сумарна потужність комбайна КДК-700 складає 860 кВт), переведення дільничних мереж на напругу 3 (3,3) кВ, впровадження частотних перетворювачів вимагають уточнення методики вибору уставок існуючих захисних апаратів та проектування цифрових засобів захисту. Для цього необхідно підвищити точність розрахунку перехідних процесів під час функціонування двигунів, що визначає актуальність удосконалення математичної моделі АД.

Відомі дослідження та публікації

Відомі математичні моделі, наприклад [1, 2], враховують статичне насичення АД, або динамічне насичення тільки головного магнітного потоку, що може призвести до похибок під час аналізу стану двигуна в перехідних режимах або в процесі живлення від перетворювача частоти.

Метою роботи є удосконалення математичної моделі асинхронного двигуна через врахування динамічного насичення магнітних кіл за шляхами головного магнітного потоку та потоків розсіювання статора і ротора.

Основний матеріал та результати досліджень

Система диференціальних рівнянь, що описує АД з двоконтурним ротором, має вигляд

$$\begin{cases} d\bar{\psi}_s/dt = \bar{u}_s - \bar{i}_s R_s; \\ d\bar{\psi}_{r1}/dt = j\omega\bar{\psi}_{r1} - \bar{i}_{r1} R_{r1}; \\ d\bar{\psi}_{r2}/dt = j\omega\bar{\psi}_{r2} - \bar{i}_{r2} R_{r2}; \\ d\omega/dt = [1,5 \cdot L_m (|\bar{i}_m|) \cdot (\bar{i}_{r1} \cdot \bar{i}_s + \bar{i}_{r2} \cdot \bar{i}_s) - M_c(\omega)]/J, \end{cases} \quad (1)$$

де $\bar{\psi}_s = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{sl}$, $\bar{\psi}_{r1} = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{r1l}$, $\bar{\psi}_{r2} = \bar{\psi}_m + \bar{\psi}_{r2l}$ — відповідно, вектори потокозчеплення статора та двох контурів ротора; $\bar{\psi}_m = L_m (|\bar{i}_m|) \cdot \bar{i}_m$ — вектор головного потокозчеплення; $\bar{\psi}_{sl} = L_{sl} (|\bar{i}_s|) \cdot \bar{i}_s$; $\bar{\psi}_{r1l} = L_{r1l} (|\bar{i}_{r1}|) \cdot \bar{i}_{r1}$; $\bar{\psi}_{r2l} = L_{r2l} (|\bar{i}_{r2}|) \cdot \bar{i}_{r2}$; $|\bar{i}_m|$ — модуль вектора струму намагнічування.

Похідна від вектора потокозчеплення $\bar{\psi}_\gamma = L_\gamma (|\bar{i}_\gamma|) \cdot \bar{i}_\gamma$ становить

$$d\bar{\psi}_\gamma/dt = dL_\gamma (|\bar{i}_\gamma|)/dt \cdot \bar{i}_\gamma + L_\gamma (|\bar{i}_\gamma|) \cdot d\bar{i}_\gamma/dt, \quad (2)$$

де $\gamma = \{m, sl(s), r1l(r1), r2l(r2)\}$ — символічний індекс.

Розкладаючи $d\bar{\psi}_\gamma/dt$ за нерухомими осями $x = \{\alpha, \beta\}$, маємо:

$$d\psi_{\gamma x}/dt = dL_\gamma (|\bar{i}_\gamma|)/dt \cdot i_{\gamma x} + L_\gamma (|\bar{i}_\gamma|) \cdot di_{\gamma x}/dt = L_{d\gamma x} \cdot di_{\gamma x}/dt, \quad (3)$$

де $L_{d\gamma x} = \partial L_\gamma (|\bar{i}_\gamma|)/\partial i_{\gamma x} \cdot i_{\gamma x} + L_\gamma (|\bar{i}_\gamma|)$ — динамічна індуктивність.

Враховуючи, що $i_{m\ x} = i_{s\ x} + i_{r1\ x} + i_{r2\ x}$, зв'язок між похідними від потокозчеплень та струмів двигуна встановлює залежність

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt = \bar{M}_L \cdot d\bar{I}_{\alpha\beta}/dt, \tag{4}$$

де $\bar{\Psi}_{\alpha\beta} = [\Psi_{s\alpha} \ \Psi_{s\beta} \ \Psi_{r1\alpha} \ \Psi_{r1\beta} \ \Psi_{r2\alpha} \ \Psi_{r2\beta} \ \omega]^T$ — вектор ортогональних складових потокозчеплень статора та контурів ротора двигуна і частоти обертання; $\bar{I}_{\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r1\beta} \ i_{r1\alpha} \ i_{r2\alpha} \ i_{r2\beta} \ \omega]^T$;

$$\bar{M}_L = \begin{bmatrix} L_{ds\alpha} & 0 & L_{dm\alpha} & 0 & L_{dm\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ds\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 \\ L_{dm\alpha} & 0 & L_{dr1\alpha} & 0 & L_{dm\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dr1\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 \\ L_{dm\alpha} & 0 & L_{dm\alpha} & 0 & L_{dr2\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dm\beta} & 0 & L_{dr2\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

причому $L_{ds\ x} = L_{dm\ x} + L_{dsl\ x}$; $L_{dr1\ x} = L_{dm\ x} + L_{dr1\ x}$; $L_{dr2\ x} = L_{dm\ x} + L_{dr2\ x}$.

Похідна від вектора $\bar{I}_{\alpha\beta}$ з (4)

$$d\bar{I}_{\alpha\beta}/dt = \bar{M}_L^{-1} \cdot d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt, \tag{6}$$

де зворотна матриця динамічних індуктивностей \bar{M}_L^{-1}

$$\bar{M}_L^{-1} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_7 & 0 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & b_9 & 0 & b_{11} & 0 \\ b_7 & 0 & b_3 & 0 & b_{10} & 0 & 0 \\ 0 & b_9 & 0 & b_4 & 0 & b_{12} & 0 \\ b_8 & 0 & b_{10} & 0 & b_5 & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} & 0 & b_{12} & 0 & b_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

причому коефіцієнти

$$b_i = \begin{cases} [L_{dmx}(L_{dj} + L_{dk}) + L_{dj}L_{dk}] / P_x, & \text{якщо } i = 1...6; \\ -L_{dj}L_{dmx} / P_x, & \text{якщо } i = 7...12, \end{cases} \tag{8}$$

де символічні індекси x, j, k обираються згідно з табл. 1, а P_x визначається як

$$P_x = L_{dmx} (L_{dr1\ x}L_{dr2\ x} + L_{dr1\ x}L_{dsl\ x} + L_{dr2\ x}L_{dsl\ x}) + L_{dr1\ x}L_{dr2\ x}L_{dsl\ x}. \tag{9}$$

Таблиця 1

Значення символічних індексів для розрахунків за (8)

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>x</i>	α	β	α	β	α	β	α	α	β	α	β	β
<i>j</i>	r1 α	r1 β	sl α	sl β	sl α	sl β	r12 α	r11 α	r12 β	sl α	r11 β	sl β
<i>k</i>	r12 α	r12 β	r12 α	r12 β	r11 α	r11 β						

Систему диференціальних рівнянь (1) подамо в матричній формі:

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt = \bar{R}_{im} \cdot \bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}, \tag{10}$$

Таблиця 2 де $\bar{R}_{im} = \text{diag}\{-R_s \quad -R_s \quad -R_{r1} \quad -R_{r1} \quad -R_2 \quad -R_2 \quad 0\}$
 — матриця активних опорів;

Значення символічних індексів
 для розрахунку елементів вектора $\bar{S}_{\alpha\beta}$

<i>i</i>	3	4	5	6
<i>x</i>	β	α	β	α
γ	r1 (<i>r1</i>)		r2 (<i>r2</i>)	

$\bar{U}_{\alpha\beta} = [u_{s\alpha} \quad u_{s\beta} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ — вектор складових напруг статора;

$\bar{S}_{\alpha\beta} = [0 \quad 0 \quad s_3 \quad s_4 \quad s_5 \quad s_6 \quad s_7]^T$ — вектор, елементи якого з індексами $i = 3 \dots 6$ дорівнюють

$$s_i = (-1)^i \left[L_m \left(|\bar{i}_m| \right) \cdot i_{mx} + L_\gamma \left(|\bar{i}_\gamma| \right) \cdot i_{\gamma x} \right],$$

причому символічні індекси *x* та γ набувають значень відповідно до табл. 2, та $s_7 = 3L_m \left(|\bar{i}_m| \right) \left[(i_{r1\alpha} + i_{r2\alpha})i_{s\beta} - (i_{r1\beta} + i_{r2\beta})i_{s\alpha} \right] / (2J) - M_c(\omega) / J$.

Враховуючи у (6) рівняння (10) та переходячи до фазних величин, отримаємо диференціальне рівняння стану АД:

$$d\bar{I}_{\text{АД}}/dt = \bar{F}_{\text{АД}} \cdot \bar{I}_{\text{АД}} + \bar{G}_{\text{АД}} \cdot \bar{S}_{\text{АД}} + \bar{H}_{\text{АД}} \cdot \bar{U}_{\text{АД}}, \quad (11)$$

де $\bar{I}_{\text{АД}} = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc} \quad i_{r1a} \quad i_{r1b} \quad i_{r1c} \quad i_{r2a} \quad i_{r2b} \quad i_{r2c} \quad \omega]^T$ — вектор змінних стану двигуна;
 $\bar{F}_{\text{АД}} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{R}_{im} \cdot \bar{M}_5$, $\bar{G}_{\text{АД}} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{M}_7$, $\bar{H}_{\text{АД}} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{M}_6$ — матричні коефіцієнти;
 $\bar{M}_4 - \bar{M}_6$ — матриці переходу між системами координат [3].

Під час чисельного розв'язання (11), наприклад, за методом Гіра-Нордсіка, виникає необхідність обчислення матриці Якобі від його правої частини, що передбачає диференціювання коефіцієнтів b_i за змінними стану i_y ($y = 1 \dots 10$ — номер елемента $\bar{I}_{\text{АД}}$):

$$\begin{aligned} \partial b_i / \partial i_y = P_x^{-1} \left[(L_{dj} + L_{dk}) \cdot \partial L_{dmx} / \partial i_y + (L_{dmx} + L_{dk}) \cdot \partial L_{dj} / \partial i_y + (L_{dj} + L_{dmx}) \cdot \partial L_{dk} / \partial i_y \right] - \\ - P_x^{-2} \left[L_{dmx} (L_{dj} + L_{dk}) + L_{dj} L_{dk} \right] \cdot \partial P_x / \partial i_y, \quad \text{якщо } i = 1 \dots 6; \end{aligned}$$

$$\partial b_i / \partial i_y = -P_x^{-1} (L_{dj} \cdot \partial L_{dmx} / \partial i_y + L_{dmx} \cdot \partial L_{dj} / \partial i_y) + P_x^{-2} L_{dj} L_{dmx} \cdot \partial P_x / \partial i_y, \quad \text{якщо } i = 7 \dots 12.$$

Якщо крива насичення γ -кола з достатньою точністю може бути апроксимована сумою *m* експонент

$$L_\gamma \left(|\bar{i}_\gamma| \right) = C_\gamma + \sum_{k=1}^m A_{k\gamma} \cdot \exp \left(-|\bar{i}_\gamma| / B_{k\gamma} \right), \quad (12)$$

то відповідна динамічна індуктивність дорівнює

$$L_{d\gamma x} = -i_{\gamma x}^2 / |\bar{i}_\gamma| \cdot \sum_{k=1}^m A_{k\gamma} / B_{k\gamma} \cdot \exp \left(-|\bar{i}_\gamma| / B_{k\gamma} \right) + L_\gamma \left(|\bar{i}_\gamma| \right), \quad (13)$$

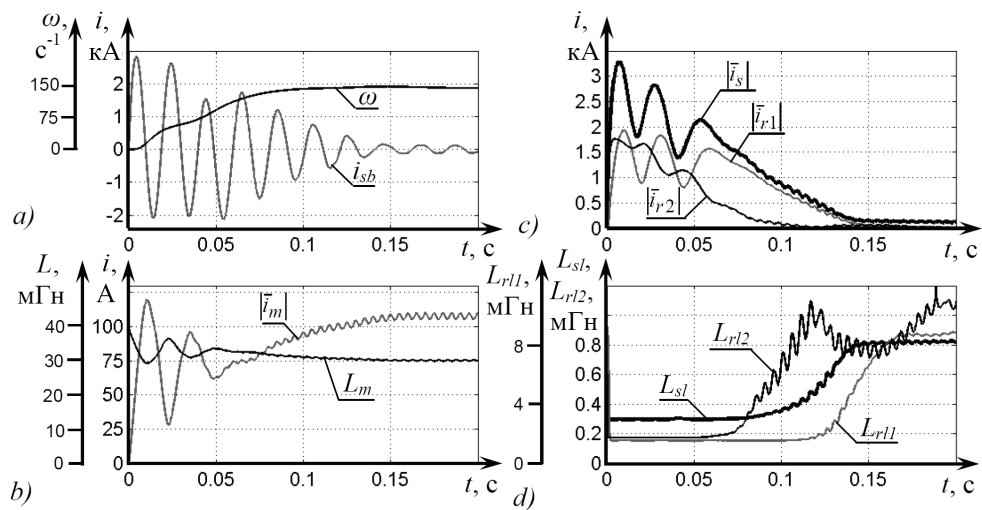
а частинні похідні від $L_{d\gamma x}$ за змінними стану будуть такими:

$$\partial L_{d\gamma x} / \partial i_y = \sum_{k=1}^m A_{k\gamma} / B_{k\gamma} \cdot (d_1 + d_2 / B_{k\gamma}) \exp \left(-|\bar{i}_\gamma| / B_{k\gamma} \right), \quad (14)$$

де $d_1 = \partial |\bar{i}_\gamma| / \partial i_y \left(i_{\gamma x}^2 |\bar{i}_\gamma|^{-2} - 1 \right) - 2i_{\gamma x} |\bar{i}_\gamma|^{-1} \partial i_{\gamma x} / \partial i_y$; $d_2 = i_{\gamma x}^2 |\bar{i}_\gamma|^{-1} \partial |\bar{i}_\gamma| / \partial i_y$.

З використанням обґрунтованої математичної моделі (11) у програмі MinePowerNet, що розробляється авторами, розраховано перехідний процес пуску вибухозахищеного двигуна ЭД-КОФВ315LA4 (200 кВт, 1140 В) (рис.).

Аналітично розраховано зворотну матрицю динамічних індуктивностей АД та частинні похідні від елементів вказаної матриці, що дало змогу врахувати динамічне насичення магнітних кіл за шляхами головного магнітного потоку та потоків розсіювання статора і ротора двигуна.



Графіки: *a* — частоти обертання ω та струму i_{sb} фази В статора АД; *b* — індуктивності L_m та модуля вектора струму $|\vec{i}_m|$ намагнічування; *c* — модулей векторів струмів статора $|\vec{i}_s|$ та контурів ротора $|\vec{i}_{r1}|$, $|\vec{i}_{r2}|$; *d* — індуктивностей розсіювання статора L_{sl} та контурів ротора L_{rl1} , L_{rl2}

Висновки

Удосконалено математичну модель асинхронного двигуна з урахуванням динамічного насичення магнітних кіл по шляхах головного магнітного потоку та потоків розсіювання статора і ротора.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Виноградов А. Б. Учет потерь в стали, насыщения и поверхностного эффекта при моделировании динамических процессов в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе / А. Б. Виноградов // Электротехника. — 2005. — № 5. — С. 57—62.
2. Alexandrovitz A. Dynamic Behavior Analysis of Saturated Induction Motor / A. Alexandrovitz // ELECO'99. — 1999. — P. 10—24.
3. Сивокобиленко В. Ф. Математична модель електромережі дільниці шахти у змінних стану / В. Ф. Сивокобиленко, С. В. Василець // Технічна електродинаміка. — 2012. — № 6. — С. 61—67.

Рекомендована кафедрою електричних станцій та систем

Стаття надійшла до редакції 15.10.2013
Рекомендована до друку 12.11. 2013

Сивокобиленко Віталій Федорович — завідувач кафедри «Електричні станції»; **Василець Святослав Володимирович** — доцент кафедри «Гірнична електротехніка та автоматика ім. Р. М. Лейбова». Донецький національний технічний університет, Донецьк