

АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 517.977

О. Б. Мокін¹
В. Б. Мокін¹
Б. І. Мокін¹

ВИЗНАЧЕННЯ УМОВ, ЗА ЯКИХ РУХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З ПОРЯДКОМ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИЩИМ ТРЬОХ МОЖНА ОПИСУВАТИ ЕКВІВАЛЕНТНИ- МИ МОДЕЛЯМИ З ПОРЯДКОМ НЕ ВИЩИМ ТРЬОХ

¹Вінницький національний технічний університет

Визначені умови, за яких рух динамічних об'єктів, що описується диференціальними рівняннями високих порядків можна еквівалентно описувати диференціальними рівняннями з порядком не вищим третього.

Ключові слова: динамічна система, математична модель, гіпотеза Ішлінського, диференціальне рівняння, еквівалентування.

Постановка задачі і вихідні передумови

У шестидесятих роках минулого століття відомий радянський вчений, академік Ішлінський на одній з науково-технічних конференцій висловив гіпотезу, що рух динамічної системи, що описується диференціальним рівнянням з порядком, вищим третього, тобто диференціальним рівнянням вигляду [1]

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x, \quad n > 3, \quad (1)$$

в діапазоні зміни координат руху можна еквівалентно (без внесення суттєвих похибок) описувати диференціальним рівнянням з порядком, не вищим третього, тобто диференціальним рівнянням вигляду

$$a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x \quad (2)$$

або навіть вигляду

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x, \quad (3)$$

чи вигляду

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x. \quad (4)$$

З того часу ця гіпотеза «кочує» по підручниках і монографіях з технічної кібернетики взагалі і теорії автоматичного керування зокрема як аксіома, для якої ми вирішили віднайти умови, за яких вона є справедливою, що і складатиме суть постановки задачі у цій статті, для якої вирази (1), (2), (3), (4) виступатимуть в якості вихідних передумов.

Розв'язання поставленої задачі

Як відомо з теоретичних основ електротехніки [2], диференціальним рівнянням (4) описується процес аперіодичного наростання струму в котушці індуктивності (з нерівним нулю внутрішнім активним опором) після її підключення до джерела напруги постійного струму, а диференціальним рівнянням (3) описується процес коливального наростання струму у послідовному з'єднанні котушки індуктивності (з нерівним нулю внутрішнім активним опором) та ємності після підключення цього послідовного з'єднання до джерела напруги постійного струму.

Якщо перетворити диференціальні рівняння (4), (3) по Лапласу і визначити передаточні функції $W_1(p)$, $W_2(p)$ котушки індуктивності (з нерівним нулю внутрішнім активним опором) і послідовного з'єднання котушки індуктивності (з нерівним нулю внутрішнім активним опором) та ємності як об'єктів, що здійснюють перетворення напруги $x(t)$ постійного струму у постійний струм $y(t)$, тобто отримати ці передаточні функції у вигляді

$$W_1(p) = \frac{K_1}{T_1 p + 1}; \quad (5)$$

$$W_2(p) = \frac{K_2}{T_2^2 p^2 + 2T_2 \xi p + 1}, \quad (6)$$

де

$$K_1 = K_2 = \frac{b_0}{a_0}; \quad T_1 = \frac{a_1}{a_0}; \quad T_2 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}; \quad \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}, \quad (7)$$

то легко бачити, що полюс p_1 передаточної функції (5) є дійсним від'ємним числом —

$$p_1 = -\frac{1}{T_1} = -\frac{a_0}{a_1}, \quad (8)$$

а полюсами p_2 , p_3 передаточної функції (6) є пара комплексно-спряжених чисел —

$$\begin{cases} p_2 = -\frac{\xi}{T_2} + \sqrt{\frac{\xi^2}{T_2^2} - \frac{1}{T_2^2}} = -\frac{a_1}{2a_2} + j \frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2}; \\ p_3 = -\frac{\xi}{T_2} - \sqrt{\frac{\xi^2}{T_2^2} - \frac{1}{T_2^2}} = -\frac{a_1}{2a_2} - j \frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} \end{cases} \quad (9)$$

з від'ємними дійсними частинами, в яких

$$0 < \xi < 1; \quad 4a_0 a_2 > a_1^2, \quad (10)$$

або пара дійсних від'ємних чисел —

$$\begin{cases} p_2^* = -\frac{\xi}{T_2} + \sqrt{\frac{\xi^2}{T_2^2} - \frac{1}{T_2^2}} = -\frac{a_1}{2a_2} - \frac{\sqrt{-4a_0 a_2 + a_1^2}}{2a_2}; \\ p_3^* = -\frac{\xi}{T_2} - \sqrt{\frac{\xi^2}{T_2^2} - \frac{1}{T_2^2}} = -\frac{a_1}{2a_2} + \frac{\sqrt{-4a_0 a_2 + a_1^2}}{2a_2}, \end{cases} \quad (11)$$

в яких

$$\xi \geq 1; \quad 4a_0 a_2 \leq a_1^2. \quad (12)$$

Слід зазначити, що для умов (11), (12) передаточну функцію (6) часто записують у вигляді

$$W_3(p) = \frac{K_3}{T_3 T_4 p^2 + (T_3 + T_4)p + 1}, \quad (13)$$

полюсами якої є ті ж самі дійсні від'ємні числа —

$$\begin{cases} p_2^* = -\frac{T_3 + T_4}{2T_3T_4} + \sqrt{\frac{(T_3 + T_4)^2}{4T_3^2T_4^2} - \frac{1}{T_3T_4}} = -\frac{a_1}{2a_2} + \frac{\sqrt{-4a_0a_2 + a_1^2}}{2a_2}; \\ p_3^* = -\frac{T_3 + T_4}{2T_3T_4} - \sqrt{\frac{(T_3 + T_4)^2}{4T_3^2T_4^2} - \frac{1}{T_3T_4}} = -\frac{a_1}{2a_2} - \frac{\sqrt{-4a_0a_2 + a_1^2}}{2a_2}. \end{cases} \quad (14)$$

Як відомо з теорії автоматичного керування [3], при поданні на вхід об'єкта з передаточною функцією (5), тобто об'єкта 1-го порядку, одиничного вхідного сигналу

$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (15)$$

на його виході матимемо реакцію у вигляді

$$y(t) = K_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right); \quad (16)$$

при поданні цього ж сигналу (15) на вхід об'єкта з передаточною функцією (6), тобто об'єкта 2-го порядку, на його виході матимемо реакцію у вигляді

$$y(t) = K_2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T_2}t} \sin \left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_2}t + \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \right), \quad (17)$$

а при поданні цього ж сигналу (15) на вхід об'єкта з передаточною функцією (13), яка теж має 2-й порядок, на його виході матимемо реакцію у вигляді

$$y(t) = K_3 \left(1 - \frac{1}{T_3 - T_4} \left(T_3 e^{-\frac{t}{T_3}} - T_4 e^{-\frac{t}{T_4}} \right) \right). \quad (18)$$

Графіки реакцій (16), (17), (18) представлені на рис. 1 (a, b, c) у тій же послідовності.

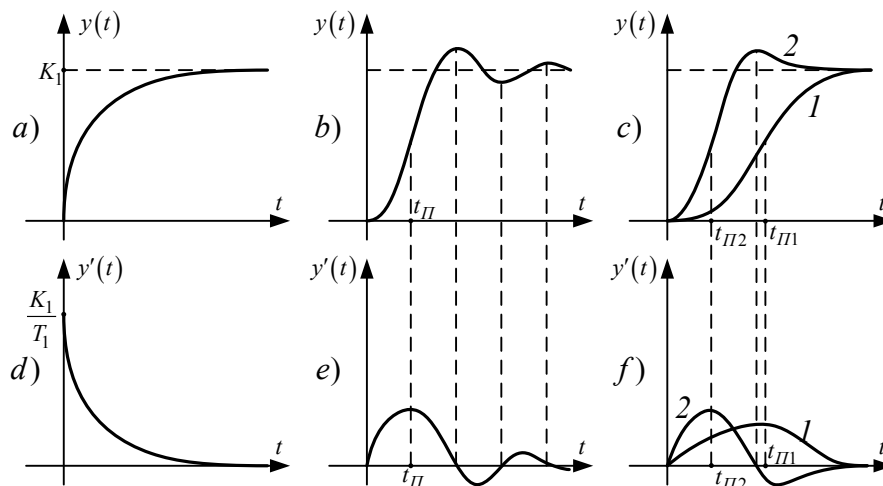


Рис. 1. Графіки можливих реакцій динамічних об'єктів 1-го та 2-го порядків на вхідний сигнал у вигляді одиничної функції та похідних від цих реакцій

Дивлячись на ці графіки, звертаємо увагу на те, що:

— в разі наявності у передаточній функції об'єкта лише одного полюса у вигляді дійсного від'ємного числа графік реакції $y(t)$ має аперіодичний характер з крутішим переднім фронтом

(рис. 1а) у порівнянні з аналогічним графіком у випадку наявності у передаточній функції об'єкта двох полюсів у вигляді двох дійсних від'ємних чисел (рис. 1с, крива 1);

— в разі наявності у передаточній функції об'єкта двох полюсів у вигляді двох комплексно-спряжених чисел графік реакції $y(t)$ має коливальний характер навколо усталеного тренду, заданого значенням параметра K_2 ;

— в залежності від співвідношення між собою параметрів T_3, T_4 графік реакції $y(t)$ об'єкта в разі наявності у його передаточній функції двох полюсів у вигляді двох дійсних від'ємних чисел може аперіодично наближатись до усталеного тренду, заданого значенням параметра K_3 , як знизу (рис. 1с, крива 1), так і зверху (рис. 1с, крива 2).

А тепер розглянемо фізику процесів, які відбуваються в об'єктах з передаточними функціями (5), (6) і (13), з прив'язкою до розглянутих нами вище прикладів включення під напругу постійного струму котушки індуктивності (з ненульовим внутрішнім активним опором) та послідовного з'єднання котушки індуктивності (з ненульовим внутрішнім активним опором) і ємності.

У першому випадку активна енергія електричного струму передається зі входу об'єкта на його вихід через накопичувач реактивної енергії одного характеру (індуктивного), а у другому випадку ця ж активна енергія передається зі входу об'єкта на його вихід через послідовно з'єднані два накопичувачі реактивної енергії, один з яких має індуктивний характер, а другий — ємнісний.

У першому випадку ми описували об'єкт диференціальним рівнянням першого порядку (4) або передаточною функцією (5) з одним полюсом у вигляді дійсного від'ємного числа, а другому випадку — об'єкт диференціальним рівнянням другого порядку (3) або передаточною функцією (6) з двома полюсами у вигляді пари комплексно-спряжених чисел.

А як наслідок, з висловленого у двох попередніх абзацах впливає, що у випадку, якщо енергія зі входу об'єкта на його вихід передається через два накопичувачі реактивної енергії одного характеру, наприклад, індуктивного, то передаточна функція цього об'єкта буде мати два полюси у вигляді двох дійсних від'ємних чисел, а графік реакції на вхідний сигнал у вигляді одиничної функції (15) буде мати вигляд, наведений на рис. 1с.

Якщо взяти до уваги, що аналогом індуктивності для механічних об'єктів є податливість, аналогом ємності є маса, аналогом активного опору є механічна провідність тертя, аналогом струму є сила, а аналогом напруги є швидкість руху [4], то легко переконатись у тому, що в разі передачі механічної енергії зі входу об'єкта на його вихід через один накопичувач потенціальної чи кінетичної енергії цей процес буде описуватись диференціальним рівнянням (4), а його передаточна функція матиме лише один полюс у вигляді дійсного від'ємного числа, в разі передачі механічної енергії зі входу на вихід об'єкта через два накопичувачі, один із яких накопичує потенціальну енергію, а другий кінетичну, цей процес буде описуватись диференціальним рівнянням (3), а його передаточна функція матиме два полюси у вигляді пари комплексно-спряжених чисел, а в разі передачі механічної енергії зі входу на вихід об'єкта через два накопичувачі одного виду енергії, наприклад, кінетичної, то передаточна функція цього об'єкта буде мати два полюси у вигляді двох дійсних від'ємних чисел — в усіх випадках графіки реакції на вхідний сигнал у вигляді одиничної функції (15) будуть мати вигляд, показаний на рис. 1а, б, с.

Як відомо з теорії автоматичного керування [3], похідні від реакцій (16), (17), (18) мають вигляд відповідно

$$y'(t) = \frac{K_1}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}}, \quad (19)$$

$$y'(t) = \frac{K_2}{T_2 \sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T_2} t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_2} t\right), \quad (20)$$

$$y'(t) = \frac{K_3}{T_3 - T_4} \left(e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}} \right). \quad (21)$$

Графіки цих похідних представлені на рис. 1d, e, f у тій самій послідовності.

Із виразів (19), (20), (21) та графіків, наведених на рис. 1d, e, f, випливає, що для об'єкта, передаточна функція якого має один полюс, виконується умова

$$y'(0) \neq 0, \quad (22)$$

а для об'єктів, передаточні функції яких мають два полюси, виконується умова

$$y'(0) = 0. \quad (23)$$

Із цих же виразів (19), (20), (21) та графіків, наведених на рис. 1*d, e, f*, випливає, що в області існування реакції об'єкта, передаточна функція якого має один полюс, для усіх значень аргументу виконується умова

$$y''(t) \neq 0, \quad (24)$$

а в області існування реакції об'єктів, передаточні функції яких мають два полюси, існує хоча б одна точка з аргументом t_n , який є однією з координат точки перегину графіка реакції і в якій виконується умова

$$y''(t_n) = 0. \quad (25)$$

Оскільки для лінійних об'єктів виконується принцип суперпозиції, то за наявності трьох полюсів у передаточній функції об'єкта в його реакції на вхідний сигнал у формі одиначної функції (15) будуть або складові (16), (17), або складові (16), (18), що в свою чергу означає, що у похідних реакцій такого об'єкта будуть або складові (19), (20), або складові (19), (21).

А це у свою чергу означає, що для об'єктів з передаточними функціями, які мають три полюси, будуть завжди виконуватись одночасно і умова (22), і умова (25).

Із вище викладеного випливає, що:

— лише рух динамічних об'єктів, для яких виконуються одночасно умови (22), (24), може бути еквівалентно описаним у часовому просторі диференціальним рівнянням 1-го порядку (4), а на комплексній площині передаточною функцією з одним полюсом (5);

— рух динамічних об'єктів, для яких одночасно виконуються умови (23), (25), може бути еквівалентно описаним у часовому просторі диференціальним рівнянням 2-го порядку (3), а на комплексній площині передаточною функцією з двома полюсами (6);

в разі ж якщо для динамічних об'єктів виконуються одночасно умови (22), (25), то рух таких об'єктів може бути еквівалентно описаним у часовому просторі диференціальним рівнянням 3-го порядку (2), а на комплексній площині передаточною функцією з трьома полюсами.

Оскільки кожний полюс передаточної функції динамічного об'єкта, як ми уже раніше з'ясували, створюється у цьому об'єкті одним накопичувачем енергії одного характеру, то можна стверджувати, що лише ті динамічні об'єкти, в яких передача енергії зі входу на вихід здійснюється з використанням одного потужного накопичувача енергії, можуть бути еквівалентно описаними диференціальним рівнянням 1-го порядку (4). Якщо ж передача енергії зі входу на вихід об'єкта здійснюється з використанням двох потужних накопичувачів енергії, то для його найпростішого еквівалентного описання необхідно використовувати диференціальне рівняння 2-го порядку (3). А якщо передача енергії зі входу на вихід динамічного об'єкта здійснюється з використанням трьох потужних накопичувачів енергії, то для його найпростішого еквівалентного описання необхідно використовувати диференціальне рівняння 3-го порядку (2).

Слід зазначити, що в реальних динамічних об'єктах проходження сигналу зі входу на вихід здійснюється, як правило, з використанням кількості накопичувачів енергії більшої трьох, але домінуючими при цьому, тобто такими, що формують основний тренд реакції об'єкта, є або один накопичувач, що формує найбільш значимий полюс передаточної функції об'єкта у вигляді дійсного від'ємного числа, або два накопичувачі енергії однакового чи протилежного характеру, що формують два полюси передаточної функції у вигляді двох дійсних від'ємних чисел чи пари комплексно-спряжених чисел з від'ємними дійсними частинами, або три накопичувачі, що формують три домінуючі полюси передаточної функції у вигляді трьох дійсних від'ємних чисел чи одного дійсного від'ємного числа та пари комплексно-спряжених чисел з від'ємними дійсними частинами – вплив усіх інших накопичувачів енергії, які лише у незначній мірі деформують домінуючий тренд реакції об'єкта, при еквівалентному описанні його руху ігнорують.

Умови, які ми розглянули вище є необхідними при еквівалентному описанні руху динамічних об'єктів диференціальними рівняннями допустимо найнижчого порядку, але вони не є достатніми.

Для того, щоб визначити ще й достатні умови еквівалентування динамічних об'єктів, перейдемо до розгляду їх логарифмічних частотних характеристик — амплітудної (ЛАЧХ) $L(\omega)$ та фазо-

вої (ЛФЧХ) $\varphi(\omega)$ [3], які для динамічного об'єкта, рух якого у загальному вигляді описується диференціальним рівнянням n -го порядку (1), орієнтовно можна представити так, як показано на рис. 2.

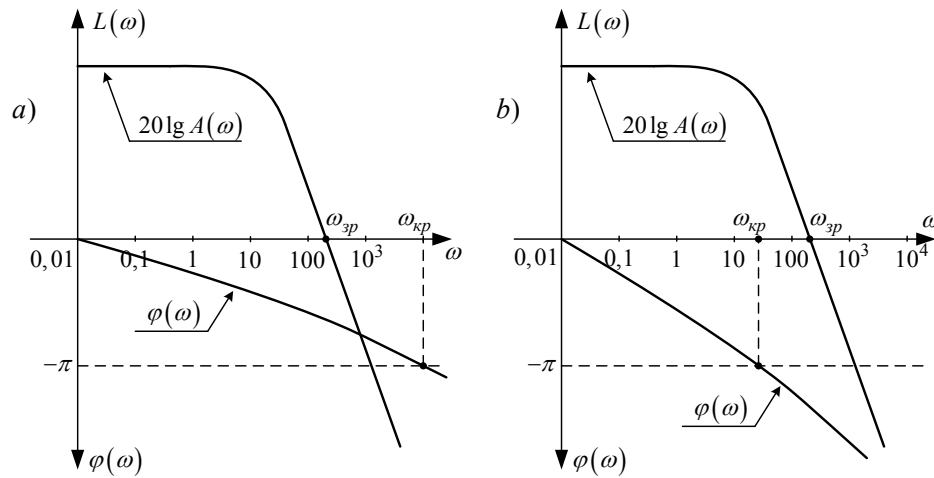


Рис. 2. Орієнтовні графіки ЛАЧХ та ЛФЧХ динамічного об'єкта n -го порядку

Нагадаємо про те, що для передаточних функцій (5), (6), (13):

$$W_i(j\omega) = W_i(p) \Big|_{p=j\omega} = R_i(\omega) + jQ_i(\omega) = A_i(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (26)$$

$$A_i(\omega) = \sqrt{R_i^2(\omega) + Q_i^2(\omega)}; \quad \varphi_i(\omega) = \arctg \frac{Q_i(\omega)}{R_i(\omega)}; \quad (27)$$

$$L_i(\omega) = 20 \lg A_i(\omega), \quad \varphi_i(\omega), \quad (28)$$

а також про те, що у виразах (28) для ЛАЧХ і ЛФЧХ прирости кругової частоти ω відкладаються на частотній осі у декадах.

Як відомо [3], для ЛАЧХ і ЛФЧХ є характерними дві частоти — частота зрізу $\omega_{зр}$ та критична частота $\omega_{кр}$, які знаходяться з рівнянь

$$L(\omega_{зр}) = 0, \quad (29)$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi \quad (30)$$

та мають графічну інтерпретацію, подану на рис. 2.

Згідно з критерієм Найквіста [3], якщо, як показано на рис. 2а,

$$\omega_{зр} < \omega_{кр}, \quad (31)$$

то стійкий динамічний об'єкт, для якого виконується умова (31), залишається стійким і після замикання його одиничним від'ємним зворотним зв'язком. Тобто у такому об'єкті характер процесів до його замикання одиничним від'ємним зворотним зв'язком і після замикання не змінюється.

Якщо ж, як показано на рис. 2б,

$$\omega_{зр} > \omega_{кр}, \quad (32)$$

то динамічний об'єкт, стійкий у розімкнутому стані, для якого виконується умова (32), стає нестійким після замикання його одиничним від'ємним зворотним зв'язком. Тобто у такому об'єкті характер процесів до його замикання одиничним від'ємним зворотним зв'язком і після замикання змінюється.

Тож лише у випадку виконання умови (31) для динамічного об'єкта з кількістю полюсів передаточної функції більшою трьох можуть використовуватись для описання його руху еквівалентні моделі у вигляді (4) і (3), оскільки для першої з них, як відомо [3], справедливою є нерівність

$$\varphi_1(\omega) > -\frac{\pi}{2}, \quad \forall \omega \in [0, \infty), \quad (33)$$

а для другої з них справедливою є нерівність

$$\varphi_2(\omega) > -\pi, \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (34)$$

Якщо ж для динамічного об'єкта з кількістю полюсів передаточної функції більшою трьох виконується умова (32), то для описання його руху не можна використовувати еквівалентні моделі (4), (3), а необхідно використовувати еквівалентну модель (2), оскільки лише для неї справедливою є система нерівностей

$$\begin{cases} \varphi_3(\omega) \geq -\pi, & \forall \omega \in [0, \omega_{кр}], \\ \varphi_3(\omega) < -\pi, & \forall \omega \in (\omega_{кр}, \infty), \end{cases} \quad (35)$$

з якою збігається нерівність (32) в околі критичної частоти $\omega_{кр}$.

З рис. 2 видно, що для динамічного об'єкта n -го порядку справедливою є система нерівностей

$$\begin{cases} L(\omega) \geq 0, & \forall \omega \in [0, \omega_{зр}]; \\ L(\omega) < 0, & \forall \omega \in (\omega_{зр}, \infty). \end{cases} \quad (36)$$

Верхня нерівність з системи (36) свідчить про те, що на частотах до частоти зрізу динамічний об'єкт веде себе як підсилювач, для якого є справедливою нерівність

$$A(\omega) \geq 1, \quad (37)$$

а нижня нерівність системи (36) свідчить про те, що зі значеннями частоти більших частоти зрізу динамічний об'єкт веде себе як фільтр, для якого є справедливою нерівність

$$A(\omega) < 1. \quad (38)$$

З вищевикладеного випливає, що при синтезі еквівалентної математичної моделі для динамічного об'єкта, який функціонує в режимі перетворювача вхідного сигналу у вихідний без необхідності його замикання одиничним від'ємним зворотним зв'язком, обов'язково необхідно враховувати умови (37), (38). А при синтезі еквівалентної математичної моделі для динамічного об'єкта, керування яким буде здійснюватись з використанням одиничного від'ємного зворотного зв'язку, обов'язково необхідно враховувати ще й умови (31), (35).

В разі ж якщо вихідною координатою у математичній моделі динамічного об'єкта є переміщення у просторі, то при синтезі його еквівалентної математичної моделі нижчого порядку потрібно враховувати ще одну умову, суть якої стає зрозумілою, якщо математичну модель 3-го порядку (2) задати у просторі змінних стану, тобто представити її у вигляді системи трьох диференціальних рівнянь 1-го порядку:

$$\begin{cases} y = y_1; \\ \frac{dy}{dt} = \frac{dy_1}{dt} = y_2; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dy_2}{dt} = y_3; \\ \frac{d^3y}{dt^3} = \frac{dy_3}{dt} = -\frac{a_0}{a_3}y_1 - \frac{a_1}{a_3}y_2 - \frac{a_2}{a_3}y_3 + \frac{b_0}{a_3}x. \end{cases} \quad (39)$$

Аналізуючи модель (39), бачимо, що третьою похідною вихідної координати динамічного об'єкта можна керувати лише у тому випадку, коли його математична модель має порядок не нижчий третього.

У цьому місці варто згадати, що перша похідна просторової координати характеризує швидкість її зміни, друга похідна характеризує прискорення, а третя похідна характеризує ривок, який необхідно обмежувати у динамічних об'єктах, одним із внутрішніх елементів якого є елемент біологічної природи, а простіше — людина-оператор чи людина-пасажир, що має місце, наприклад, у літаках чи ліфтах. Тож найнижчим порядком еквівалентної математичної моделі для такого дина-

мічного об'єкта повинен бути третій. Цією умовою ми і закінчимо визначення повної множини умов, які потрібно враховувати, здійснюючи синтез еквівалентної математичної моделі найнижчого порядку для динамічного об'єкта, рух якого описується математичною моделлю високого порядку.

Методи синтезу еквівалентних моделей, що описують рух динамічних об'єктів з числом полюсів передаточної функції більшим трьох і враховують усі наведені вище умови, нами будуть викладені у наступній статті.

Висновки

1. Визначені умови, за яких рух динамічних об'єктів, що описується диференціальними рівняннями високих порядків, можна еквівалентно описувати диференціальними рівняннями з порядком не вищим третього.

2. Показано, за яких умов динамічні об'єкти високих порядків можна еквівалентно описувати моделями 1-го та 2-го порядків, а за яких еквівалентне описання не може бути отримане в класі моделей 1-го та 2-го порядків, а його необхідно здійснювати в класі моделей 3-го порядку.

3. Доведено, за яких умов при еквівалентному описанні динамічних об'єктів високих порядків моделями з порядком не вищим третього необхідно враховувати лише їхні підсилювально-фільтрувальні властивості, а за яких умов крім підсилювально-фільтрувальних властивостей необхідно враховувати ще й умови незабезпечення стійкості після замикання цих динамічних об'єктів одиничним від'ємним зворотним зв'язком.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — Вып. 3 / Л. Э. Эльсгольц. — М. : Наука, 1965. — 424 с.
2. Бессонов. Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — М. : Высшая школа, 1978. — 528 с.
3. Макаров И. М. Линейные автоматические системы / И. М. Макаров, Б. М. Менский. — М. : Машиностроение, 1977. — 464 с.
4. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. — Вінниця : ВНТУ, 2010. — 260 с.

Рекомендована кафедрою комп'ютерного еколого-економічного моніторингу та інженерної графіки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 23.06.2014

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокін Віталій Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного еколого-економічного моніторингу та інженерної графіки, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. B. Mokin¹
V. B. Mokin¹
B. I. Mokin¹

Determination of conditions when motion of dynamic objects with order of mathematical models higher than three can be presented via equivalent models with order not exceeding three

¹Vinnitsia National Technical University

There had been defined the conditions at which the motion of dynamic objects which described by higher order differential equations can be equivalently presented by differential equations with the order not higher than the third.

Keywords: dynamical system, mathematical model, Ishlinsky's hypothesis, differential equation, equivalent.

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com;

Mokin Vitalii B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Computer-Aided Ecological and Economic Monitoring and Engineering Graphics, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes.

А. Б. Мокин¹

В. Б. Мокин¹

Б. И. Мокин¹

Определение условий, при которых движение динамических объектов с порядком математических моделей выше трех можно описывать эквивалентными моделями с порядком не выше трех

¹Винницкий национальный технический университет

Определены условия, при которых движение динамических объектов, описываемое дифференциальными уравнениями высоких порядков, можно эквивалентно описывать дифференциальными уравнениями с порядком не выше третьего.

Ключевые слова: динамическая система, математическая модель, гипотеза Ишлинского, дифференциальное уравнение, эквивалентирование.

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокин Виталий Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерного эколого-экономического мониторинга и инженерной графики, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Мокин Борис Иванович — академик НАПН Ураины, д-р. техн. наук, профессор, профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов.