Остапенко В.А.

Днепропетровский национальный университет

УДК 534.0

ГЛАВНЫЙ РЕЗОНАНС ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВРАЩЕНИЯХ ВАЛКОВ ВИБРАЦИОННЫХ КЛАССИФИКАТОРОВ

Розглянуто проблему одержання періодичних режимів обертання валків вібраційних класифікаторів при головному резонансі. Рівняння обертання валків є система, яка близька до систем Ляпунова. Одержаний асимптотичний розклад цих періодичних розв'язків у випадку, який розглядається.

We are considering a problem of obtaining of steady periodic solutions of the equation of rotation of rollers of vibrating qualifiers. The equations of roller's rotation represent the system close to systems of Lyapunov. In present paper it is constructed an asymptotic expansion of such periodic solution at the main resonance.

Введение. Валковые классификаторы в последние годы находят все большее применение в горной, металлургической и строительной промышленности, так как они обеспечивают высокую эффективность классификации материалов [3-4]. В этой конструкции жесткая рама классификатора приводится в колебательное движение с помощью дебалансных вибраторов.

Вдоль рамы на равных расстояниях расположены жестко связанные с ней оси валков. Валки свободно посажены на оси. Под действием вибраторов рама и вместе с ней и оси валков совершают движение по эллиптической или, в частности, по круговой траектории в вертикальной плоскости [1-3]. При этом под действием сил инерции в движение приводятся также валки, перекатываясь по осям. В [1-3] показано, что перекатывание валков по осям происходит с углом запаздывания α по отношению к углу поворота рамы классификатора ψ (см. рис. 1). С точки зрения качественной работы классификатора важно получить условия периодического, синхронного и синфазного вращения валков. Кроме того, необходимо обеспечить устойчивость этих режимов. Проблема построения устойчивого периодического решения уравнения вращения валков при главном резонансе рассматривается в настоящей статье. Решения в нерезонансном случае и при простом резонансе получены ранее [8, 11].

Постановка проблемы. В работах [1-3] получено уравнение для угла запаздывания вращения валков относительно угла поворота дебалансов, которое имеет вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{R_2 m}{J_{kz}}[R\omega^2 \sin\alpha - - g\cos(\alpha-\psi)], \quad (1)$$

где α – угол запаздывания вращения ролика по отношению к углу ψ поворота оси, $\psi = \omega t$, t – время, ω – угловая скорость вращения вибраторов, R – радиус вращения центра оси, m – масса ролика, J_{kz} – момент инерции ролика относительно точки контакта его с осью

$$J_{kz} = \frac{m}{2}\left(R_2^2 + R_3^2\right) + m\ R_2^2. \quad (2)$$

Здесь R_2 и R_3 – внутренний и наружный радиусы ролика соответственно, R_1 – радиус оси.

Уравнение (1) существенно нелинейно и не может быть проинтегрировано в квадратурах.

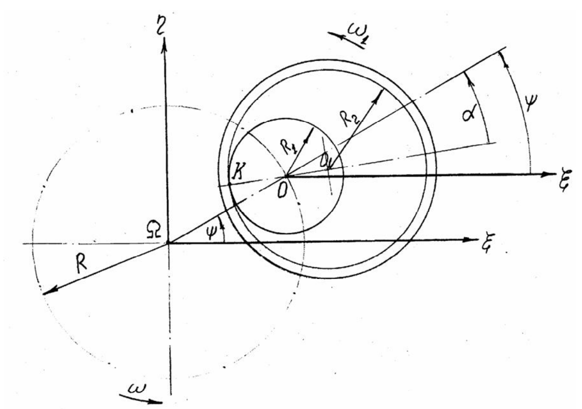

Рис. 1. Схема вращения валка

Преобразование уравнения. Обозначив

$$A = \frac{2RR_2\omega^2}{3R_2^2 + R_3^2}; \quad B = \frac{2gR_2}{3R_2^2 + R_3^2}; \qquad (3)$$

получим, что уравнение (1) примет вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -A\sin\alpha + Bcos(\alpha - \omega t). \qquad (4)$$

Так как $\frac{B}{A} = \frac{g}{R\omega^2}$, при достаточно больших ω *B* становится малым параметром. После обозначения $B = \varepsilon > 0$ уравнение (4) можно рассматривать как систему, близкую к системам Ляпунова. Чтобы представить уравнение (4) в канонической форме системы Ляпунова, разложим $\sin\alpha$ в ряд Тейлора в окрестности точки $\alpha = 0$. Тогда уравнение (4) может быть записано в виде

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -A\alpha + f(\alpha) + \varepsilon cos(\alpha - \omega t), \qquad (5)$$

где $f(\alpha) = -A\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}$. (6)

Для уравнения (6) мнимая часть корней характеристического уравнения [5]

$$\lambda = \sqrt{A}. \qquad (7)$$

Если в уравнении (6) выполнить преобразование искомой функции

$$y = \alpha; \quad \frac{dy}{dt} = \lambda x, \qquad (8)$$

то уравнение (5) будет преобразовано в систему

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda y + \frac{1}{\lambda} f(y) + \frac{\varepsilon}{\lambda}(\cos y \cos\omega t + \sin y \sin\omega t); \quad \frac{dy}{dt} = \lambda x. \qquad (9)$$

В [7] показано, что главный резонанс в системе возникает при $\lambda = p\omega$, где *p* = 1. Система (9) является системой, близкой к системе Ляпунова. Порождающая система для системы (9)

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda y + \frac{1}{\lambda} f(y); \quad \frac{dy}{dt} = \lambda x. \qquad (10)$$

является системой Ляпунова. В соответствии с методом Ляпунова [10] периодическое решение системы (10) отыскивается при начальных условиях

$$x(0) = c; \quad y(0) = 0. \qquad (11)$$

Решение системы уравнений (10) с начальными условиями (11) отыскивается в виде асимптотического разложения

$$x^{(0)}(t,\varepsilon) = \varepsilon x_1^{(0)}(t) + \varepsilon^2 x_2^{(0)}(t) + ...; \quad y^{(0)}(t,\varepsilon) = \varepsilon y_1^{(0)}(t) + \varepsilon^2 y_2^{(0)}(t) + ... \qquad (12)$$

При определенных условиях решение (12) становится периодическим с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\lambda}(1 + h_2c^2 + h_3c^3 + ...). \qquad (13)$$

Основной практический интерес представляет получение $\frac{2\pi}{\omega}$ периодического решения системы (9), так как коэффициенты в этой системе имеют этот же период. Для того чтобы решение системы (9) было $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическим по *t*, необходимо, чтобы порождающее решение (12) также было $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическим по *t*, а это значит, что период решения (13) должен представляться в виде

$$T = \frac{2\pi}{p\omega} \qquad (14)$$

с произвольным целым положительным *p*.

В [7] показано, что при *p* = 1 для системы (10) в случае использования асимптотического разложения решения (12) не выполняются необходимые и достаточные условия существования периодических решений. Это означает, что при *p* = 1 в системе возникает главный резонанс, поэтому возникает необходимость построения иного асимптотического разложения решения.

Асимптотическое решение при главном резонансе. В соответствии с теоремой И.Г. Малкина [5] в случае главного резонанса существует единственное $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое решение системы (9), представимо в виде разложения по степеням $\frac{1}{2k+1}$ малого параметра ε, где $2k$ – значение минимального индекса величин h_s в разложении периода (13). В [7] показано, что $h_2 \neq 0$, поэтому $k = 1$. А так как рассматриваемое периодическое решение стремится к тривиальному при $\varepsilon \to 0$, то, в соответствии с теоремой И.Г. Малкина, при главном резонансе необходимо отыскивать $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое решение системы (9) в виде

$$x^{(2)}(t,\varepsilon) = x_1^{(2)}(t)\mu + x_2^{(2)}(t)\mu^2 + x_3^{(2)}(t)\mu^3 + ...; \quad y^{(2)}(t,\varepsilon) = y_1^{(2)}(t)\mu + y_2^{(2)}(t)\mu^2 + y_3^{(2)}(t)\mu^3 + ..., \qquad (15)$$

где $\mu = \varepsilon^{\frac{1}{3}}$.

Подставив форму решения (15) в систему (9) и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях μ, получим следующие пары дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_1^{(2)}}{dt} = -\omega y_1^{(2)}; \quad \frac{dy_1^{(2)}}{dt} = \omega\ x_1^{(2)};$$

$$\frac{dx_2^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_2^{(2)};\quad \frac{dy_2^{(2)}}{dt} = \omega\ x_2^{(2)};$$

$$\frac{dx_3^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_3^{(2)} + \frac{\omega}{6} y_1^{(2)} + \frac{1}{\omega}\cos\omega t;$$

$$\frac{dy_3^{(2)}}{dt} = \omega\ x_3^{(2)};$$

$$\frac{dx_4^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_4^{(2)} + \frac{3\omega}{3!}(y_1^{(2)})^2 y_2^{(2)} + \frac{1}{\omega} y_1^{(2)}\sin\omega t;$$

$$\frac{dy_4^{(2)}}{dt} = \omega\ x_4^{(2)};$$

$$\frac{dx_5^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_5^{(2)} -$$

$$-\omega\left[\frac{1}{2}(y_1^{(2)}(y_2^{(2)})^2 + (y_1^{(2)})^2 y_3^{(2)}) + +\frac{1}{5!}(y_1^{(2)})^5\right] +$$

$$\frac{1}{\omega}\left[-\frac{1}{2}(y_1^{(2)})^2\cos\omega t + y_2^{(2)}\sin\omega t\right];$$

$$\frac{dy_5^{(2)}}{dt} = \omega\ x_5^{(2)};$$

$$\frac{dx_6^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_6^{(2)} -$$

$$-\omega\left[\frac{1}{3!}((y_2^{(2)})^3 + 3(y_1^{(2)})^2 y_4^{(2)}) + \frac{5}{5!}(y_1^{(2)})^4 y_2^{(2)}\right] +$$

$$+\frac{1}{\omega}\left\{-y_1^{(2)} y_2^{(2)}\cos\omega t + \left[y_3^{(2)} - \frac{1}{3!}(y_1^{(2)})^3\right]\sin\omega t\right\};$$

$$\frac{dy_6^{(2)}}{dt} = \omega\ x_6^{(2)}; \qquad (16)$$

и так далее.

Так как фундаментальная система решений каждой пары однородных уравнений (16) имеет вид:

$$x_1(t) = \cos\omega t;\quad y_1(t) = \sin\omega t;$$
$$x_2(t) = -\sin\omega t;\quad y_2(t) = \cos\omega t, \qquad (17)$$

общее решение каждой из первых двух пар уравнений (16) суть

$$x_1^{(2)} = A_1\cos\omega t - B_1\sin\omega t;$$
$$y_1^{(2)} = A_1\sin\omega t + B_1\cos\omega t; \qquad (18)$$

$$x_2^{(2)} = A_2\cos\omega t - B_2\sin\omega t;$$
$$y_2^{(2)} = A_2\sin\omega t + B_2\cos\omega t, \qquad (19)$$

и оба этих общих решения будут $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическими при любых значениях произвольных постоянных A_1, B_1, A_2, B_2.

Третья пара уравнений (16) является неоднородной. Обозначим правые части первых уравнений *i*-й пары уравнений (16) через $f_i(t)$, а вторых уравнений – через $F_i(t)$. Тогда необходимые и достаточные условия существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений в каждой *i*-й паре уравнений (16) с учетом равенства единице определителя Вронского для фундаментальной системы (17) будут иметь вид [10]:

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[f_i(t)\cos p\omega t + F_i(t)\sin p\omega t\right]dt = 0;$$
$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[F_i(t)\cos p\omega t - f_i(t)\sin p\omega t\right]dt = 0. \qquad (20)$$

В явном виде для третьей пары уравнений (16) эти условия выглядят следующим образом

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[\frac{\omega}{6}(A_1 s in\omega t + B_1\cos\omega t) + \frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]\cos\omega t dt = 0;$$

$$-\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[\frac{\omega}{6}(A_1 s in\omega t + B_1\cos\omega t) + \frac{1}{\omega}\cos\omega t\right] s in\omega t dt = 0,$$

откуда следует $A_1 = 0;\ B_1 = -\frac{6}{\omega^2}.$ (21)

Поэтому с учетом (18) и (21) третья пара уравнений (16) в явном виде запишется так:

$$\frac{dx_3^{(2)}}{dt} = -\omega y_3^{(2)};\quad \frac{dy_3^{(2)}}{dt} = \omega x_3^{(2)}. \qquad (22)$$

То есть эта пара уравнений становится однородной, и ее общее, причем $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое, решение будет иметь вид:

$$x_3^{(2)} = A_3\cos\omega t - B_3\sin\omega t;$$
$$y_3^{(2)} = A_3\sin\omega t + B_3\cos\omega t. \qquad (23)$$

С учетом (18), (19), (21) четвертая пара уравнений (16) приобретает вид:

$$\frac{dx_4^{(2)}}{dt} = -\omega\ y_4^{(2)} + \frac{18}{\omega^3}\cos^2\omega t\ (A_2\sin\omega t +$$

$$+B_2\cos\omega t) - \frac{6}{\omega^3}\cos^2\omega t;\quad \frac{dy_4^{(2)}}{dt} = \omega x_4^{(2)},$$

или, после приведения правой части к стандартному виду:

$$\frac{dx_4^{(2)}}{dt} = -\omega y_4^{(2)} - \frac{3}{\omega^2} +$$
$$+\frac{9A_2}{2\omega^3}\sin\omega t + \frac{9A_2}{2\omega^3}\sin 3\omega t + \frac{27B_2}{2\omega^3}\cos\omega t +$$
$$+\frac{9B_2}{2\omega^3}\cos 3\omega t - \frac{3}{\omega^3}\cos 2\omega t;$$

$$\frac{dy_4^{(2)}}{dt} = \omega x_4^{(2)}. \qquad (24)$$

Необходимые и достаточные условия существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений типа (20) в системе (24) примут вид:

$$J_1^{(4)}(\frac{2\pi}{\omega}) = \frac{1}{\omega^3}\times$$

$$\times\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\Big[-3+\frac{9A_2}{2}\sin\omega t+\frac{9A_2}{2}\sin 3\omega t+\frac{27B_2}{2}\cos\omega t+$$

$$+\frac{9B_2}{2}\cos 3\omega t-3\cos 2\omega t\Big]\cos\omega t dt = 0;$$

$$J_2^{(4)}(\frac{2\pi}{\omega}) = -\frac{1}{\omega^3}\times$$

$$\times\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\Big[-3+\frac{9A_2}{2}\sin\omega t+\frac{9A_2}{2}\sin 3\omega t+\frac{27B_2}{2}\cos\omega t+$$

$$+\frac{9B_2}{2}\cos 3\omega t-3\cos 2\omega t\Big]\sin\omega t dt = 0,$$

откуда следует

$$A_2 = 0; \quad B_2 = 0. \qquad (25)$$

Поэтому частное решение системы (24) отыскивается в виде:

$$\varphi_4(t) = C_4 + E_4\sin 2\omega t; \quad \psi_4(t) = D_4 + H_4\cos 2\omega t. \qquad (26)$$

Подставляя (26) в систему (24) с учетом (25), получим:

$$C_4 = 0; \;\; D_4 = -\frac{3}{\omega^4}; \;\; H_4 = \frac{1}{\omega^4}; \;\; E_4 = -\frac{2}{\omega^4}. \qquad (27)$$

Следовательно, общее $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое решение системы (24) будет иметь вид:

$$x_4^{(2)} = A_4\cos\omega t - B_4\sin\omega t - \frac{2}{\omega^4}\sin 2\omega t;$$

$$y_4^{(2)} = A_4\sin\omega t + B_4\cos\omega t - \frac{3}{\omega^4} + \frac{1}{\omega^4}\cos 2\omega t. \qquad (28)$$

Теперь с учетом (18), (19), (21), (25), (27) пятая пара уравнений (16) после приведения правых частей к стандартному виду выглядит так:

$$\frac{dx_5^{(2)}}{dt} = -\omega y_5^{(2)} - \frac{9A_3}{\omega^3}\sin\omega t + \frac{27}{2\omega^3}(\frac{3}{\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos\omega t - \frac{9A_3}{\omega^3}\sin 3\omega t + \frac{9}{2\omega^3}(\frac{27}{10\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos 3\omega t - \frac{81}{20\omega^9}\cos 5\omega t;$$

$$\frac{dy_5^{(2)}}{dt} = \omega x_5^{(2)}. \qquad (29)$$

Необходимые и достаточные условия существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений типа (20) в системе (29) в данном случае примут вид:

$$J_1^{(5)}(\frac{2\pi}{\omega}) = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\Big[-\frac{9A_3}{\omega^3}\sin\omega t + \frac{27}{2\omega^3}(\frac{3}{\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos\omega t - \frac{9A_3}{\omega^3}\sin 3\omega t + \frac{9}{2\omega^3}(\frac{27}{10\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos 3\omega t - \frac{81}{20\omega^9}\cos 5\omega t\Big]\cos\omega t dt = 0;$$

$$J_2^{(5)}(\frac{2\pi}{\omega}) = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\Big[-\frac{9A_3}{\omega^3}\sin\omega t + \frac{27}{2\omega^3}(\frac{3}{\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos\omega t - \frac{9A_3}{\omega^3}\sin 3\omega t + \frac{9}{2\omega^3}(\frac{27}{10\omega^6} - 2B_3 -$$

$$-1)\cos 3\omega t - \frac{81}{20\omega^9}\cos 5\omega t\Big]\sin\omega t dt = 0,$$

откуда следует

$$A_3 = 0; \quad B_3 = \frac{1}{2}(\frac{3}{\omega^6} - 1). \qquad (30)$$

Поэтому система (29) примет вид:

$$\frac{dx_5^{(2)}}{dt} = -\omega y_5^{(2)} - \frac{27}{20\omega^9}\cos 3\omega t - \frac{81}{20\omega^9}\cos 5\omega t;$$

$$\frac{dy_5^{(2)}}{dt} = \omega x_5^{(2)}. \qquad (31)$$

Следовательно, частное решение системы (31) нужно отыскивать в виде:

$$\varphi_5(t) = C_5\sin 3\omega t + E_5\sin 5\omega t; \quad \psi_5(t) = D_5\cos 3\omega t + H_5\cos 5\omega t. \qquad (32)$$

Подстановка формы решения (32) в систему (31) позволяет определить коэффициенты в (32):

$$D_5 = \frac{27}{160\omega^{10}}; \quad C_5 = -\frac{81}{160\omega^{10}}; \qquad (33)$$

$$H_5 = \frac{27}{160\omega^{10}}; \quad E_5 = -\frac{27}{32\omega^{10}}. \qquad (34)$$

Поэтому общим $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическим решением системы (31) будут функции:

$$x_5^{(2)} = A_5\cos\omega t - B_5\sin\omega t -$$

$$-\frac{81}{160\omega^{10}}\sin 3\omega t - \frac{27}{32\omega^{10}}\sin 5\omega t;$$

$$y_5^{(2)} = A_5\sin\omega t + B_5\cos\omega t +$$

$$+\frac{27}{160\omega^{10}}\cos 3\omega t + \frac{27}{160\omega^{10}}\cos 5\omega t. \qquad (35)$$

Теперь с учетом (18), (19), (21), (25), (27), (28), (30) шестая пара уравнений (16) после приведения правых частей к стандартному виду будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dx_6^{(2)}}{dt} = -\omega y_6^{(2)} - \frac{45}{2\omega^7} + \frac{18A_4}{4\omega^3}\sin\omega t + $$
$$+\frac{27B_4}{2\omega^3}\cos\omega t + \frac{1}{4\omega}(\frac{75}{\omega^6}-1)\sin 2\omega t - \frac{18}{\omega^7}\cos 2\omega t +$$
$$+\frac{18A_4}{4\omega^3}\sin 3\omega t + \frac{9B_4}{2\omega^3}\cos 3\omega t + \frac{9}{\omega^7}\sin 4\omega t +$$
$$+\frac{9}{2\omega^7}\cos 4\omega t;$$

$$\frac{dy_6^{(2)}}{dt} = \omega x_6^{(2)}. \quad (36)$$

Из необходимых и достаточных условий типа (20) существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений в системе (36) получаем

$$A_4 = 0; \quad B_4 = 0. \quad (37)$$

С учетом (37) система (36) примет вид:

$$\frac{dx_6^{(2)}}{dt} = -\omega y_6^{(2)} - \frac{45}{2\omega^7} + \frac{1}{4\omega}(\frac{75}{\omega^6}-1)\sin 2\omega t -$$
$$-\frac{18}{\omega^7}\cos 2\omega t + \frac{9}{\omega^7}\sin 4\omega t + \frac{9}{2\omega^7}\cos 4\omega t;$$
$$\frac{dy_6^{(2)}}{dt} = \omega x_6^{(2)}. \quad (38)$$

Частное решение неоднородной системы (38) следует искать в виде:

$$\varphi_6(t) = a_6 + C_6 \sin 2\omega t + E_6\cos 2\omega t +$$
$$+I_6 \sin 4\omega t + M_6\cos 4\omega t;$$
$$\psi_6(t) = b_6 + D_6\cos 2\omega t + H_6\sin 2\omega t +$$
$$+J_6\cos 4\omega t + N_6\sin 4\omega t. \quad (39)$$

Подстановка формы решения (39) в систему (38) позволяет определить коэффициенты в формулах (39):

$$a_6 = 0; \quad b_6 = -\frac{45}{2\omega^8}; \quad D_6 = \frac{6}{\omega^8}; \quad C_6 = -\frac{12}{\omega^8};$$
$$H_6 = \frac{1}{12\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1); \quad E_6 = \frac{1}{6\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1); \quad (40)$$
$$J_6 = -\frac{3}{10\omega^8}; \quad I_6 = \frac{6}{5\omega^8}; \quad N_6 = -\frac{3}{5\omega^8}; \quad M_6 = -\frac{12}{5\omega^8}.$$

Поэтому общее $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое решение системы (38) будет иметь вид:

$$x_6^{(2)}(t) = A_6\cos\omega t - B_6\sin\omega t - \frac{12}{\omega^8}\sin 2\omega t +$$
$$+\frac{1}{6\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1)\cos 2\omega t + \frac{6}{5\omega^8}\sin 4\omega t - \frac{12}{5\omega^8}\cos 4\omega t;$$
$$y_6^{(2)}(t) = A_6\sin\omega t + B_6\cos\omega t + \frac{6}{\omega^8}\cos 2\omega t +$$
$$+\frac{1}{12\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1)\sin 2\omega t - \frac{3}{10\omega^8}\cos 4\omega t - \frac{3}{5\omega^8}\sin 4\omega t, \quad (41)$$

с произвольными постоянными A_6 и B_6, значения которых определяются из условия существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений в восьмой паре уравнений (16).

Таким образом, резюмируя, можно отметить, что получено асимптотическое разложение вида (15) $\frac{2\pi}{\omega}$ периодического решения системы (9) при главном резонансе, причем на этом этапе функции $x_i^{(2)}$ и $y_i^{(2)}$, i = 1,2,3,4, определены полностью, а функции $x_5^{(2)}(t)$, $y_5^{(2)}(t)$, $x_6^{(2)}(t)$, $y_6^{(2)}(t)$ определяются равенствами (35) и (41), произвольные постоянные в которых могут быть в дальнейшем определены из условий существования $\frac{2\pi}{\omega}$ периодических решений в седьмой и восьмой парах уравнений (16).

Таким образом, полученное асимптотическое разложение $\frac{2\pi}{\omega}$ периодического решения системы (9), близкой к системе Ляпунова, при главном резонансе имеет следующий вид:

$$x^{(2)}(t,\varepsilon) = \mu\frac{6}{\omega^2}\sin\omega t - \mu^3\frac{1}{2}(\frac{3}{\omega^6}-1)\sin\omega t -$$
$$-\mu^4\frac{2}{\omega^4}\sin 2\omega t + \mu^5[A_5\cos\omega t - B_5\sin\omega t -$$
$$-\frac{81}{160\omega^{10}}\sin 3\omega t - \frac{27}{32\omega^{10}}\sin 5\omega t] +$$
$$+\mu^6[A_6\cos\omega t - B_6\sin\omega t - \frac{12}{\omega^8}\sin 2\omega t +$$
$$+\frac{1}{6\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1)\cos 2\omega t + \frac{6}{5\omega^8}\sin 4\omega t -$$
$$-\frac{12}{5\omega^8}\cos 4\omega t] + O(\mu^7);$$
$$y^{(2)}(t,\varepsilon) = -\mu\frac{6}{\omega^2}\cos\omega t + \mu^3\frac{1}{2}(\frac{3}{\omega^6}-1)\cos\omega t +$$
$$+\mu^4(-\frac{3}{\omega^4} + \frac{1}{\omega^4}\cos 2\omega t) + \mu^5[A_5\sin\omega t +$$
$$+B_5\cos\omega t + \frac{27}{160\omega^{10}}\cos 3\omega t + \frac{27}{160\omega^{10}}\cos 5\omega t] +$$

$$+\mu^6[\ A_6 \sin \omega t\ + B_6 \cos \omega t\ + \frac{6}{\omega^8}\cos 2\omega t +$$
$$+\frac{1}{12\omega^2}(\frac{75}{\omega^6}-1)\sin 2\omega t\ - \frac{3}{10\omega^8}\cos 4\omega t -$$
$$-\frac{3}{5\omega^8}\sin 4\omega t] + O(\mu^7).$$

Заключение. Таким образом, показано, что в режиме главного резонанса существует $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическое вращение роликов вибрационных классификаторов. Главный резонанс возникает в системе при $\lambda = \omega$, то есть при $A = \omega^2$, .Учитывая, что в соответствии с обозначением (3) $A = \frac{2RR_2\omega^2}{3R_2^2 + R_3^2}$, можно утверждать, что главный резонанс возникает в системе при выполнении условия

$$\frac{2RR_2}{3R_2^2 + R_3^2} = 1.$$

Получено асимптотическое разложение решения уравнения вращения роликов при главном резонансе.

При отыскании коэффициентов асимптотического разложения решения (15) используемая здесь методика позволяет достичь практически любой асимптотической точности.

Важно отметить также, что при главном резонансе коэффициенты в разложении (15) при μ^2 и μ^3 получаются $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическими при любых значениях произвольных постоянных. А это значит, что при главном резонансе решение получается $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическим с точностью до слагаемых порядка $O(\mu^4)$ при любых начальных условиях. Следовательно, независимо от условий возбуждения, вращение валков при главном резонансе будет осуществляться в режиме, близком к $\frac{2\pi}{\omega}$ периодическому. Такое явление не наблюдается в нерезонансном случае [8] и при простом резонансе [11]. Поэтому с точки зрения эксплуатации вибрационных классификаторов режим главного резонанса является предпочтительным.

Библиографические ссылки

1. Остапенко В.А. Математическая модель свободного качения валков вибрационных классификаторов. /В.А. Остапенко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2006.– №2(25).– С. 372–376.
2. Надутый В.П. Математическая модель движения валков валковых классификаторов вибрационного типа. /В.П. Надутый, В.А. Остапенко, В.Ф. Ягнюков // Вибрации в технике и технологиях.– 2006.–№1(43) С. 97-99.
3. Надутый В.П. Синтез параметров валковых классификаторов вибрационного типа. /В.П. Надутый, В.А. Остапенко, В.Ф. Ягнюков // К., Наукова думка, 2006, с. 189.
4. Naduty V.P. Dynamics of periodic rotations of rollers of the vibrating classifiers. / V.P Naduty, V.A. Ostapenko, V.F. Yadnyukov // Proceedings of 8th International Conference on Dynamical Systems Theory and Applications. Lodz, Poland. – 2005.– P. 316-323.
5. Малкин И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. /И.Г. Малкин // Гостехиздат, М., 1956, С. 530.
6. Остапенко В.А. Асимптотическое разложение периодического решения порождающего уравнения вращения валков вибрационных классификаторов. /В.А. Остапенко // Вибрации в технике и технологиях. –2005.–№4(42).–С. 90–94.
7. Остапенко В.А. Асимптотические методы исследования периодических режимов работы вибрационных механизмов. /В.А. Остапенко // Вибрации в технике и технологиях.–2007.– №3(48).– С .3-7.
8. Остапенко В.А. Нерезонансный режим периодических вращений валков вибрационных классификаторов. /В.А. Остапенко // Вибрации в технике и технологиях. – 2008.– №2(51). – С 34–38.
9. Ostapenko V.A. The asymptotic solution for the equation of roller's rotation of vibrating qualifiers at a simple resonance. Proceedings of 9th International Conference on Dynamical Systems Theory and Applications. Lodz, Poland. – 2007. – P. 339-346.
10. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. Наука, М., 1969, с.379.
11. Остапенко В.А. Периодические вращения валков вибрационных классификаторов при простом резонансе. /В.А. Остапенко // Вибрации в технике и технологиях. –2009.–№2(54.) С. 42–46.