



Чурносов А.П.

*Восточноукраинский
национальный
университет имени
Владимира Даля*

Калмыков М.А.

*Национальный
технический
университет Украины
«Киевский
политехнический
институт»*

Карлов Д.Б.

Яковенко В.В.

*Восточноукраинский
национальный
университет имени
Владимира Даля*

УДК 621.318

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ТВЕРДОСТИ И ТОЛЩИНЫ ВИБРОУПРОЧНЕННОГО ВЕРХНЕГО СЛОЯ МЕТАЛЛА

У статті розроблено і теоретично обґрунтовано метод контролю за віброзміцненим поверхневим шаром ферромагнітної деталі вимірювальним перетворювачем, який дозволяє вимірювати як градієнт залишкового поля, так і індукційного поля.

The method of control by a measuring transformer of the workhardened superficial layer of ferromagnetic detail is developed and theoretically grounded in the article, it allows to measure both the gradient of the remaining field and the induction field.

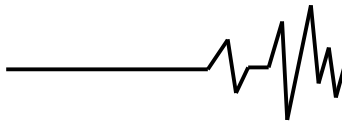
Упрочнение верхнего слоя металла существенно повышает его износостойкость при долговременной эксплуатации. Одним из наиболее распространенных видов упрочнения является виброупрочнение, то есть упрочнение при виброобработке деталей. Время виброупрочнения зависит от вида и материала деталей, а также от режима работы виброустановки и находится в пределах 60-300 мин. Существует оптимальное время виброупрочнения [1], при превышении которого качество поверхности упрочненного слоя начинает ухудшаться вследствие его частичного разрушения. Поэтому необходим мониторинг глубины и твердости упрочненного слоя непосредственно во время виброобработки без прерывания технологического процесса. Для экспресс-контроля, длительность которого не должна превышать 3-5 мин, требуются приборные средства контроля, позволяющие за указанное время произвести контроль микротвердости и толщины упрочненного слоя металла. Полученная информация о качестве упрочнения верхнего слоя металла позволит прервать технологический процесс

виброупрочнения при достижении необходимой структуры и толщины слоя.

Поскольку в большинстве обрабатываются детали сложной геометрической формы, измерительный преобразователь прибора контроля должен иметь малую площадь контакта с поверхностью детали и не критичен к направлению установки, то есть сечение цилиндрического измерительного преобразователя должно быть круглым.

Для контроля твердости верхнего слоя металла наиболее распространенными являются коэрцитометрический метод, метод градиента остаточного магнитного поля и метод комбинационных колебаний.

Коэрцитометрический метод требует две операции: намагничивание локального участка до насыщения, а затем размагничивание до нулевого значения намагниченности. Эти операции усложняют процедуру контроля и дают информацию только о твердости поверхностного слоя металла. Градиентометрический импульсный метод контроля более прост и предусматривает импульсное намагничивание локального участка детали, а также измерение градиента



остаточного поля феррозондом, включенным по градиентомера. Этот метод прост, обладает достаточной точностью, но более удобен для измерения микротвердости поверхностного слоя.

Для измерения толщины поверхностного слоя наиболее подходит комбинационный метод измерения. Комбинационный метод предусматривает намагничивание локального участка детали двумя частотами: высокой и низкой, причем амплитуда поля низкой частоты на два порядка превышает амплитуду поля высокой. В результате в индукции поля над поверхностью контролируемого металла присутствуют гармоники с комбинируемыми частотами, которые содержат информацию о толщине вибрупрочненного слоя

ферромагнитного металла. Поэтому для экспресс-контроля качества упрочненного слоя металла предлагается создать измерительный преобразователь, который бы позволил производить измерения как градиентометрическим методом, так и методом комбинационных частот.

Целью работы является разработка и теоретическое обоснование метода контроля вибрупрочненного поверхностного слоя ферромагнитной детали измерительным преобразователем, который позволяет измерять как градиент остаточного поля, так и индукционного поля.

Конструкция и принцип действия измерительного преобразователя

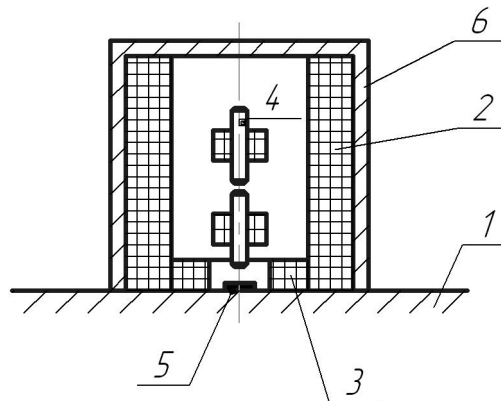


Рис. 1. Упрощенная конструкция измерительного преобразователя:
1 – контролируемая деталь; 2 – катушка импульсного поля и поле низкой частоты; 3 – катушка поля высокой частоты; 4 – феррозонд – градиентомер; 5 – датчик Холла; 6 – экран

Упрощенная конструкция измерительного преобразователя показана на рис. 1. Катушка 2 предназначена для генерирования импульсного поля и поля низкой частоты. Катушка 3 излучает поле высокой частоты. На оси катушки расположены полуэлементы 4 феррозонда, включенные по схеме градиентомера. У торца катушек крепится датчик Холла 4 для измерения вертикальной составляющей индукции магнитного поля.

Измерения производятся в два этапа. На первом в обмотку катушки 1 подается импульс тока длительностью

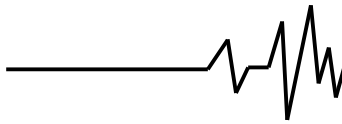
$$\tau_u = (30 - 50) \frac{L_k}{R_k},$$

где L_k – индуктивность катушки 1 с учетом зеркального изображения; R_k – активное сопротивление провода катушки.

За время τ_u ток в катушке и её магнитное поле достигают максимального значения. Производится измерение градиента напряженности магнитного поля рассеяния намагниченной области под катушкой. Значение градиента поля пропорционально микротвердости поверхностного упрочняемого слоя [2].

На втором этапе в катушку 1 подается низкочастотный 10-15 Гц ток, а в катушку 2 высокочастотный 100-500 Гц, причем амплитуда высокочастотного на два порядка меньше низкочастотного. С помощью датчика Холла измеряется вертикальная составляющая индукции магнитного поля, из которой выделяется вторая гармоника, амплитуда которой содержит информацию о толщине упрочненного слоя металла.

Математические модели магнитных полей в магнитной системе магнитного



преобразователя. Для расчета магнитного поля катушек используется метод зеркальных изображений (задача Сирла) (рис. 2). В верхней полуплоскости рассчитывается поле двух одинаковых катушек, в которых протекает ток (рис. 2а).

$$I' = \frac{\mu - 1}{\mu + 1} I, \quad (1)$$

где μ - средняя относительная проницаемость;
 I - ток в катушке.

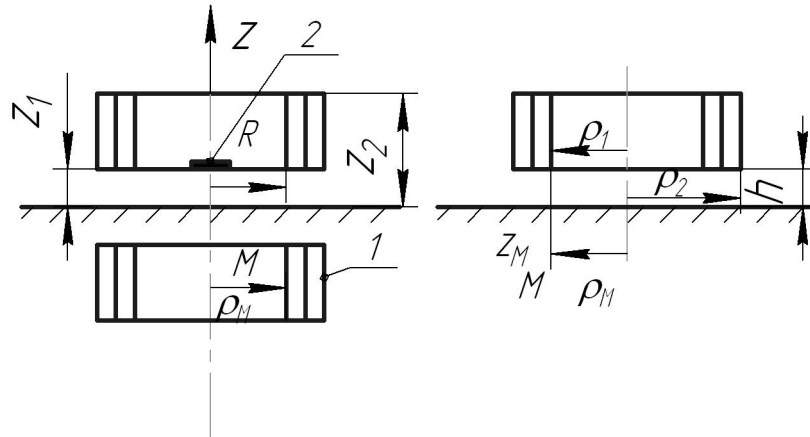


Рис. 2. К расчету магнитного поля многослойной катушки: 1 – катушка; 2 – датчик Холла

В ферромагнитном поле рассчитывается, как поле одной катушки (рис. 2б), в которой протекает ток

$$I'' = \frac{2}{\mu + 1} I, \quad (2)$$

Аксиальные и радиальные составляющие вектора напряженности магнитного поля катушки $H_z(\rho_m, z_m) = I \cdot f(\rho_m, z_m, R, z)$, $H_\rho = I \cdot \varphi(\rho_m, z_m, R, z)$ рассчитываются как сумма полей слоев с током плотностью

$$\delta_k = \frac{Iw}{m(z_1 - z_2)}, \quad (3)$$

k - номер слоя;
 I - ток в обмотке катушки;
 m - количество слоев; w - количество.

Количество слоев определяется по формуле [3]

$$m \geq \frac{10(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 + \rho_1} \quad (4)$$

Величина вектора напряженности магнитного поля рассчитывается по формулам

$$\overline{H}_k(m) = \sum_{k=1}^m \delta_k (\overline{1}_z C_k + \overline{1}_\rho D_k) \quad (5)$$

Здесь

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{R_k - \rho_m \cos \alpha}{b_k} \left(\frac{z_2 - z_m}{\sqrt{(z_m - z_2)^2 + b_k}} - \frac{z_1 - z_m}{\sqrt{(z_m - z_1)^2 + b_k}} \right) d\alpha;$$

$$D_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi R_k \left(\frac{1}{\sqrt{(z_m - z_2)^2 + b_k}} - \frac{1}{\sqrt{(z_m - z_1)^2 + b_k}} \right) \cos \alpha d\alpha;$$

$$b_k = \sqrt{R_k^2 + \rho_m^2 - 2R_k \rho_m \cos \alpha};$$

R_k - радиус слоя тока;
 ρ_m, z_m - координаты точки наблюдения;
 z_1, z_2 - z-координаты концов катушки;
 \overline{H}_k - вектор напряженности поля, создаваемый катушкой.

Поскольку поля элементарных объектов симметричны, расчет поля производится в геометрических центрах одного сектора цилиндрической области под катушкой (рис. 3). Определяется модуль вектора напряженности магнитного поля

$$H = \sqrt{H_\rho^2 + H_z^2} \quad (6)$$

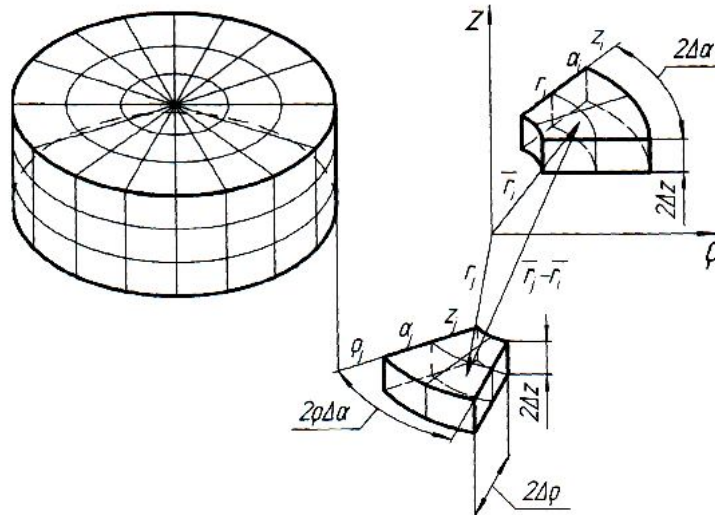
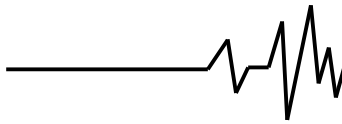


Рис. 3 Сектор намагничиваемой области (элементарные объемы ЭО).

Рассчитанное значение модуля напряженности магнитного поля дает возможность определить значение намагниченности соответствующего этой напряженности по следующей формуле [4].

$$M = \chi_H \frac{H_{cs} H}{H_{cs}^2 + H^2} + \frac{M_s}{\pi} \cdot \frac{H^2}{H_{cs}^2 + k H^2} \cdot \left(\operatorname{arctg} \frac{H_{cs} + H}{H_0} - \operatorname{arctg} \frac{H_{cs} - H}{H_0} \right), \quad (7)$$

где $H_0 = \frac{H_{cs}}{\operatorname{tg}\left(\frac{M_{rs}}{M_s} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}$; $k = \frac{M_s}{\pi} \cdot \frac{\operatorname{arctg}\left(2 \frac{H_{cs}}{H_0}\right)}{M_c - \chi_H H_{cs} / 2}$;

$$M = \frac{M_s}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{H_{cs} - H_p}{H_0} - \operatorname{arctg} \frac{H_{cs}}{H_0} \right) + \frac{2M_s}{\pi} \left[1 - \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{H_{cs} - H_p}{H_0} - \operatorname{arctg} \frac{H_{cs}}{H_0} \right) \right] \cdot \operatorname{arctg} \frac{H_{cs} - H_p}{H_0}. \quad (8)$$

Здесь H_p - размагничивающее поле, в первом приближении можно считать $H_p = 0$, в дальнейшем эта величина уточняется.

Таким образом, для каждого ЭО определяется вектор намагниченности (рис. 3).

$$\vec{H} = -\operatorname{grad} \varphi_i = -\sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi} \left(\vec{1}_\rho \frac{\partial}{\partial \rho_i} \sum_{k=1}^6 \overline{M}_{jk} \overline{n}_{jk} D_{jk} + \vec{1}_\alpha \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sum_{k=1}^6 \overline{M}_{jk} \overline{n}_{jk} D_{jk} + \vec{1}_z \frac{\partial}{\partial z_i} \sum_{k=1}^6 \overline{M}_{jk} \overline{n}_{jk} D_{jk} \right), \quad (9)$$

где $D_{jk} = \int_{\Delta S_{jk}} \frac{1}{|r_j - r_i|} dS_{jk}$;

$$|r_j - r_i| = \sqrt{(z_j - z_i)^2 + (\rho_j^2 + \rho_i^2 - 2\rho_j \rho_i \cos(\alpha_j - \alpha_i))};$$

ΔS_{jk} - площадь k-й поверхности j-го ЭО;

N - количество ЭО.

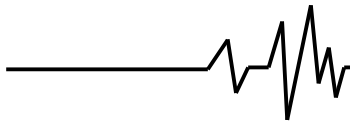
χ_H - начальная восприимчивость;
 M_x - намагниченность насыщения;
 M_s - остаточная намагниченность по предельной петле гистерезиса; H_a - коэрцитивная сила;
 M_{rs} - величина намагниченности, соответствующая точке на основной кривой намагничивания при напряженности поля H_{cs} ;
 H - напряженность магнитного поля.

Формула (7) дает возможность рассчитать остаточную намагниченность в каждом ЭО. По кривой возврата находится остаточная намагниченность с помощью формулы [4].

Напряженность, создаваемая намагниченной областью, рассчитывается в соответствии со следующими аналитическими зависимостями.

После расчета вектора напряженности магнитного поля определяется величина градиента вертикальной составляющей. На оси расположения полуэлементов феррозонда.

Каждый ЭО имеет определенные значения коэффициента размагничивания W , величина которого дает возможность найти H_p , путем решения системы уравнений.



$$H_p = N \cdot M \quad (10)$$

$$M = f(H_p)$$

Здесь $M = f(H_p)$ является аналитической зависимостью (8).

Определение коэффициентов размагничивания ЭО.

Коэффициенты размагничивания определяются путем решения следующего интегрального уравнения.

$$\bar{H}(M) = -\frac{1}{4\pi} \text{grad}_m \int_V \bar{M}(P) \text{grad}_p \left(\frac{1}{R_{pm}} \right) dV + \bar{H}_m(M) \quad (11)$$

где m, p - точки наблюдателя и источника;

$\bar{H}_m(M)$ - вектор напряжённости магнитного поля, создаваемого катушкой с током; рассчитывается по формуле (5);

$\bar{M}(P)$ - вектор намагничённости.

Уравнение (11) заполняется зависимостью

$$M = f(H_p),$$

в качестве которой можно использовать (7).

Интегральное уравнение редуцируется к системе алгебраических уравнений при разбиении намагничиваемого объема на ЭО [5].

$$\bar{H}_i = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 \int_{S_{kj}} \frac{\bar{M}_j(H) \cdot \bar{1}_{nj}}{R_{pm}^2} dS_{kj} + \bar{H}_{ki}, \quad (12)$$

здесь S_{kj} - площадь k -й грани j -го ЭО;

i, j - точки наблюдения и источника.

Численное решение (12) дает значение вектора \bar{M}_i и вектора напряженности размагничивающего поля \bar{H}_{ji} , которое равно

$$\bar{H}_{ji} = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 \int_{S_{kj}} \frac{\bar{M}_j(H) \cdot \bar{1}_{nj}}{R_{ij}^2} dS_{kj} \quad (13)$$

Расчет поля путем решения системы уравнений дает возможность сравнить результат с результатом расчета методом зеркальных изображений с использованием формулы (5).

Двухчастотное намагничивание поверхностного упрочняемого слоя.

Перемагничивание материала контролируемой детали производится двумя параллельными синусоидальными полями:

$$H_\Omega = H_{m\Omega} \sin \Omega t; H_\omega = H_{m\omega} \sin \omega t \quad (14)$$

Для амплитуд и частот полей выполняется соотношения:

$$H_\Omega \gg H_\omega, \omega \gg \Omega, H_\Omega \Omega \gg H_\omega \omega \quad (15)$$

Двухчастотное намагничивание с выполнением условий (15) вызывает появление на основной низкочастотной петле гистерезиса высокочастотных частных циклов, что ведет к образованию сложного сигнала индукции, которая измеряется датчиком Холла. Глубина проникновения низкочастотного поля в полупространство

$$a_\Omega = \sqrt{2/\Omega \gamma \mu \mu_0},$$

где γ - плотность металла; μ - относительная магнитная проницаемость, много больше глубины проникновения высокочастотного поля

$$a_\omega = \sqrt{2/\omega \gamma \mu \mu_0},$$

Полагается, что амплитуда низкочастотного поля не изменяется по глубине ферромагнетика, тогда напряженность суммарного поля будет равна

$$H_\Sigma(t) = H_{m\Omega} \sin \Omega t + H_{m\omega} e^{-kz} \cos(\omega t - kz) \quad (16)$$

где $k_d = \sqrt{\frac{\omega \gamma \mu_d \mu_0}{2}}$;

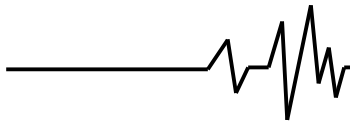
μ_d - относительная обратная магнитная проницаемость;

z - координата, перпендикулярная поверхности металла.

Рассмотрим функцию суммарной напряженности в промежутках времени $t_k + t$, где t составляет один период высокочастотного поля. Тогда (16) переписывается так

$$H_\Sigma(t) \approx H_{m\Omega} \sin \Omega t_k + H_{m\Omega} \Omega t \cos \Omega t_k + H_{m\omega} e^{-kz} \cos(\omega t - kz) \quad (17)$$

В промежутке времени $t = 1-2-3$ перемагничивание происходит по частной петле гистерезиса с проницаемостью μ_d . В интервале $t=3-4$ магнитный материал перемагничивается по основной петле гистерезиса с относительностью магнитной проницаемостью μ (рис. 4). Таким образом, зависимость намагничённости от времени и координаты z имеет вид



$$M_k(t, z) = \begin{cases} (\mu_d - 1) [H_\Sigma(t) \approx H_{m\Omega} \sin \Omega t_k + H_{m\Omega} \Omega t \cos \Omega t_k + H_{m\omega} e^{-k_d z} \cos(\omega t - k_d z)] \\ \text{при } t_1 \leq t \leq t_2 \\ (\mu_r - 1) [H_\Sigma(t) \approx H_{m\Omega} \sin \Omega t_k + H_{m\Omega} \Omega t \cos \Omega t_k + H_{m\omega} e_r^{-k_2 z} \cos(\omega t - k_r z)] \\ \text{при } t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (18)$$

здесь $k = \sqrt{\frac{\omega \gamma \mu \mu_0}{2}}$

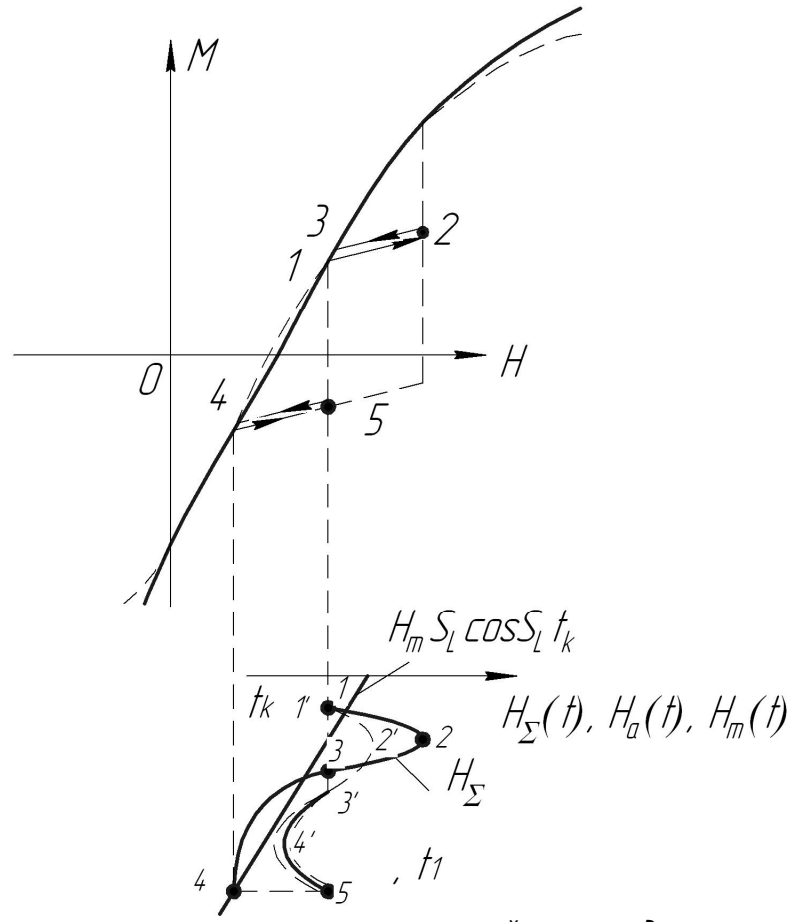


Рис. 4. Участок петли гистерезиса, по которой происходит перемагничивание двумя полями (пунктиром показана кривая, проходящая на большой глубине ферромагнетика)

Формула (18) дает возможность рассчитать намагниченность в каждом ЭО. Поскольку значение намагниченности в формуле можно рассчитать по формуле петли гистерезиса [4].

$$M^\pm = \frac{M_s}{\pi} \left(2 \arctg \frac{\pi}{2} \left(\frac{H \mp H_{cs}}{H_s} \right) \pm \left(\arctg \frac{\pi}{2} \cdot \frac{H_{cs} + H}{H_0} - \arctg \frac{\pi}{2} \cdot \frac{H - H_{cs}}{H_0} \right) \right) \quad (19)$$

Моменты времени находятся из условия экстремального значения функции (17) в моменты времени 1 и 2, в результате получается

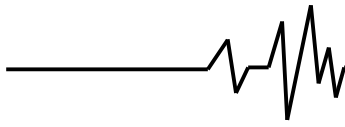
$$t_{1k}(z) = \frac{1}{\omega} \left(\arcsin \frac{\Omega H_{m\Omega} \cdot \cos \Omega t}{\omega H_{m\omega} e^{-kz}} + kz \right), \quad (20)$$

$$t_{2k}(z) = \frac{1}{\omega} [\pi - t_{1k}(z)]. \quad (21)$$

Время t_3 находится из решения уравнения

$$H_{\Sigma k}(z, t) - H_{\Sigma k}(z, t_{1k}) = 0; \quad (22)$$

Затем определяется



$$t_{4k} = t_{1k}(z) + \frac{2\pi}{\omega}; (23)$$

В одном слое ЭО (рис. 3) амплитуда высокочастотной составляющей магнитного поля полагается постоянной. В n-ом слое функции $M_k(t, n)$ раскладываются в ряд Фурье на интервале $t_1 \leq t \leq t_4$ за k-ый

высокочастотный период. Поскольку в прикладном значении вторая гармоника имеет наибольшее применение, в качестве информативного параметра определяются амплитуды вторых гармоник функции $M_k(t, n)$.

$$M_k(t, n) = a_{2k} \cos 2\omega t + b_{2k} \sin 2\omega t,$$

Где

$$\begin{aligned} a_{2k} = & \frac{1}{4\pi} \left\{ H_{m\Omega} \chi_d \Omega \cos \Omega t_k \left[t_3 \sin 2\omega t_3 - t_1 \sin 2\omega t_1 + \frac{1}{2\omega} \cos 2\omega t_3 - \frac{1}{2\omega} (\cos 2\omega t_3 - \cos 2\omega t_1) \right] + \right. \\ & + H_{m\Omega} \chi_d e^{-kz} \left[\frac{1}{3} \sin(3\omega t_3 - kz) - \frac{1}{3} \sin(3\omega t_1 - kz) + \sin(\omega t_3 + kz) - \sin(\omega t_1 + kz) \right] + \\ & + H_{m\Omega} \chi_d \Omega \cos \Omega t_k \left[t_4 \sin 2\omega t_4 - t_3 \sin 2\omega t_3 + \frac{1}{2\omega} \cos 2\omega t_4 - \frac{1}{2\omega} \cos 2\omega t_3 \right] + \\ & \left. + H_{m\omega} \chi_r e^{-kz} \left[\frac{1}{3} \sin(3\omega t_4 - kz) - \frac{1}{3} \sin(3\omega t_3 - kz) + \sin(\omega t_4 + kz) - \sin(\omega t_3 + kz) \right] \right\} \\ b_{2k} = & \frac{1}{4\pi} \left\{ -H_{m\Omega} \chi_d \Omega \cos \Omega t_k \left[t_3 \cos 2\omega t_3 - t_1 \cos 2\omega t_1 + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t_3 - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t_1 \right] - \right. \\ & - H_{m\Omega} \chi_d e^{-kz} \left[\frac{1}{3} \cos(3\omega t_3 - kz) - \frac{1}{3} \cos(3\omega t_1 - kz) - \cos(\omega t_3 + kz) - \cos(\omega t_1 + kz) \right] - \\ & - H_{m\Omega} \chi_d \Omega \cos \Omega t_k \left[t_4 \cos 2\omega t_4 - t_3 \cos 2\omega t_3 + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t_4 - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t_3 \right] - \\ & \left. - H_{m\omega} \chi_r e^{-kz} \left[\frac{1}{3} \cos(3\omega t_4 - kz) - \frac{1}{3} \cos(3\omega t_3 - kz) + \cos(\omega t_4 + kz) - \cos(\omega t_3 + kz) \right] \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

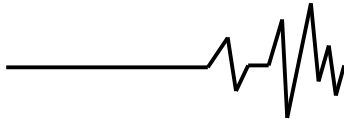
здесь $\chi_d = \mu_d - 1$; $\chi_r = \mu_r - 1$.

Объем под измерительным преобразователем разбивается на ЭО, а по оси z на слои, поэтому z изменяется дискретно на $z_1, z_2 \dots z_n$, следовательно и функция e^{-kz} изменяется дискретно. Считается, что по толщине каждого слоя суммарное магнитное поле для k-го высокочастотного периода не меняет своего значения, но изменяется дискретно от одной полосы к последующей. Значения a_k, b_k рассчитываются при различных значениях параметров намагничивающих полей $H_{m\Omega}, H_{m\omega}, \omega, \Omega$ их соотношений и электромагнитных характеристик пространства. Обратные и дифференциальные проницаемости задаются в аналитической форме. При различных режимах намагничивающих полей, полученных с помощью (19). Период возбуждающего низкочастотного поля — разбивается на k периодов высокочастотного поля. Расчет напряженности магнитного поля ведется для

всех k-ых значений периодов $\frac{2\pi}{\omega}$ высокочастотного поля в точке расположения датчика Холла.

Литература

1. Бабичев А.Б., Бабичев И.А. Основы вибрационной обработки. — Ростов-на-Дону: ДГТУ, 1999. — 620 с.
2. Матюк В.Ф. Особенности влияния амплитуды и числа импульсов магнитного поля на величину градиента нормальной составляющей напряженности поля остаточной намагниченности при локальном намагничивании толстых изделий // Дефектоскопия. — 1996, №3 — с.18-24.
3. Никитенко А.Г., Гринченков В.П., Бахвалов Ю.А. Расчет магнитных полей и интегральных характеристик электромагнитов с низкотемпературным магнитопроводом // Электромеханика. — 1977. — №11. — 1067-1072.



4. Мильгуй М.А. Формулы для описания нелинейных гистерезисных свойств ферромагнетиков // Дефектоскопия. – 1987. – №8. – с.3-9.

5. Тарасенко О.В. Исученко Н.А. Устройство локального намагничивания

массивных ферромагнитных изделий // Технічна електродинаміка «Проблеми сучасної електехніки». – К.: Інститут електродинаміки НАН України. – 2004. – ч.3 – с.12-16.