



Франчук В. П.

Государственное
высшее учебное
заведение
«Национальный
горный
университет»

УДК 621.926.22.001:622.732

УЧЕТ БОЛЬШОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Розглянуто рух шарів технологічного навантаження як системи з розподіленими параметрами під дією спрямованих коливань. На прикладі кульового завантаження вертикального вібраційного млина показано розпушення шарів в процесі відривного руху куль.

Movement of the big layer of technological loading as systems with the distributed parameters under the influence of the directed fluctuations is considered. On an example of spherical loading of a vertical vibrating mill the increase in a thickness of layers of spheres in the course of their movement is shown.

Вибрационные технологические машины отличаются большим разнообразием конструкций, обусловленных их технологическим назначением, особенностями взаимодействия исполнительных органов с технологической нагрузкой, видом и физико-механическими свойствами самой технологической нагрузки.

Особенностью подхода к учету технологической нагрузки в основном и определяется принадлежность машины к классу тяжелых. Критерием оценки класса машины в данном случае должна служить величина ошибки, получаемой при использовании различных приемов как при учете самой технологической нагрузки, так и при использовании методов исследования динамики машин с учетом этой нагрузки.

Полная схема вибрационной технологической машины тяжелого типа состоит из элементов, содержащих дискретные параметры, и элементов с бесконечным числом степеней свободы (системы с распределенными параметрами), которые являются эквивалентом технологической нагрузки. Исходя из особенностей работы вибрационных технологических машин тяжелого типа и в зависимости от требуемых

конечных результатов расчета общая задача динамики может быть разбита на три самостоятельные. Это: – исследование технологической нагрузки как системы с распределенными параметрами и приведение ее параметров к дискретным; – исследование динамики машины с учетом приведенных параметров технологической нагрузки; – исследование динамики технологической нагрузки как системы с распределенными параметрами с использованием в качестве граничных условий параметров движения исполнительного органа, найденных из решения предыдущей задачи. При этом необходимо решать две самостоятельные задачи: разработка теории и методов расчета динамики технологической нагрузки как системы с распределенными параметрами; разработка теории и методов расчета машин как нелинейных систем с дискретными параметрами.

В данной работе на примере вертикальной вибрационной мельницы рассматривается движение шаровой загрузки как системы с распределенными параметрами.

Конструктивная схема лабораторного аналога вертикальной вибрационной мельницы [1] представлена на рис. 1.

схема для определения параметров технологической нагрузки в вертикальной вибрационной мельнице представлена на рис. 2.

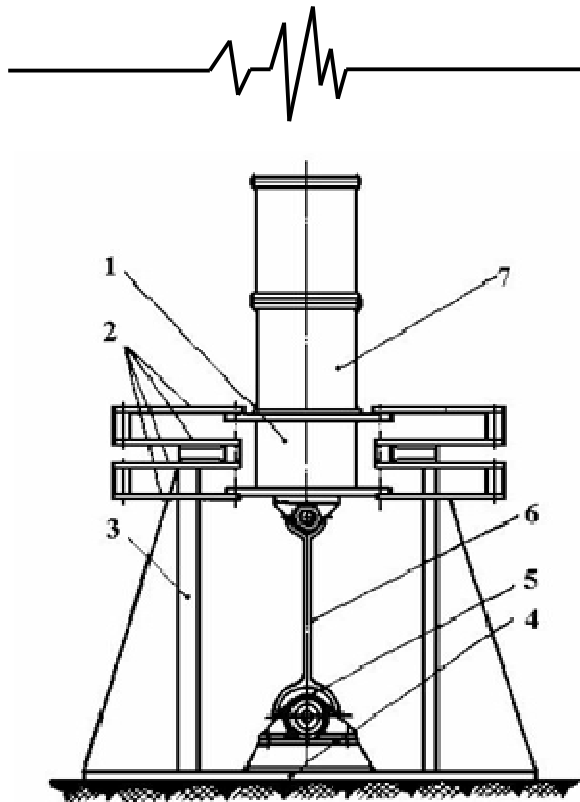


Рис. 1. Конструктивная схема лабораторной установки ВИС-2

Вибростенд состоит из платформы 1 с помощью системы рессор 2, установленной на стойках 3 и основании 4. Вертикальные колебания по гармоническому закону платформа 1 получает от эксцентрикового вибровозбудителя 5 через жесткий шатун 6. Скомпенсированная система рессор 2 обеспечивает строго направленные колебания платформы в вертикальной плоскости. Регулируемый эксцентриковый привод позволяет плавно изменять амплитуду колебаний платформы от нуля до 15 мм, а применение двигателя постоянного тока для привода вибростенда обеспечивает изменение частоты возбуждения в диапазоне 30 - 160 рад/с. На платформу стенда крепятся исполнительные органы 7 различных типов и назначения. В частности, для определения параметров движения шаровой загрузки в помольной камере были выполнены продольные прорезы, через которые шары были соединены с датчиками перемещений, регистрирующими перемещения нечетных слоев шаров.

Составление и приведение уравнений движения технологической нагрузки

Как уже указывалось, наиболее полно поведение технологической нагрузки можно описать, если представить ее в виде системы с распределенными параметрами. Расчетная

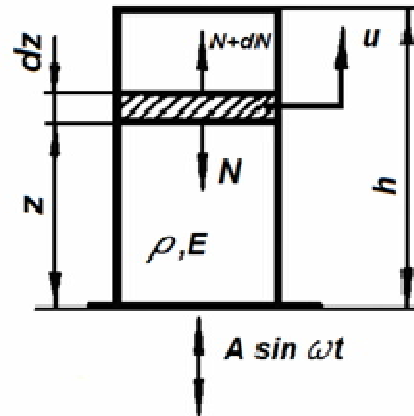


Рис. 2. Расчетная схема для определения параметров движения технологической нагрузки под действием вертикальных колебаний

Как следует из рис. 2, на элементарный участок упругого стержня (технологической нагрузки) толщиной dz действует сила инерции

$$\gamma F dz \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{ и сила } N.$$

При безотрывном движении технологической нагрузки (при отсутствии потери контакта между шарами) сила N по аналогии с [2] и с учетом контактного взаимодействия шаров при плотной укладке в помольной камере может быть представлена следующей зависимостью

$$N = \lambda E F \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{3/2} + \lambda \xi E F \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{3/2} \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + \gamma F (h - z) g. \quad (1)$$

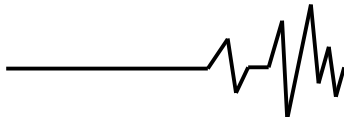
В приведенных выражениях u отсчитывается от положения, когда деформация частиц технологической нагрузки отсутствует.

Здесь введены обозначения:

F - площадь поперечного сечения технологической нагрузки, z - положение слоя нагрузки, u - перемещение элементарного слоя нагрузки, E - модуль упругости материала, λ, ξ - экспериментально определяемые коэффициенты, γ - приведенная плотность материала технологической нагрузки.

Поскольку между частицами имеют место пустоты, приведенная плотность технологической нагрузки будет несколько меньше плотности γ_1 самого материала и равна

$$\gamma = \beta \gamma_1,$$



где β - коэффициент заполнения объема технологической нагрузки; для тетраэдрической укладки шаров $\beta = 0,74$.

Приращение усилия N на участке dz будет

$$dN = \left(\frac{3}{2} \lambda EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{3}{2} \lambda EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} - \gamma Fg \right) dz.$$

Приравнявая силы инерции сумме всех внешних действующих сил будем иметь

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{3}{2} \lambda E \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \left(1 + \xi \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) + \gamma g = 0. \quad (1)$$

Естественно, решение уравнения в представленном виде вызывает большие трудности в первую очередь из-за своей нелинейности. И это только на этапе движения технологической нагрузки без потери контакта между шарами, т.е. в так называемой "квазилинейной области". В полной постановке наряду с этапом совместного движения технологической нагрузки с рабочим органом существует этап движения с потерей контакта шаров между собой и с днищем помольной камеры. Такое двухэтапное движение, естественно, дополнительно вносит нелинейность в постановку задачи [59]. Наличие большого количества нелинейностей делает решение задачи громоздкой с трудно обозримыми результатами, поэтому в данного типа задачах целесообразно применить поэтапную линеаризацию.

Наиболее приемлемыми (и простыми) для этих целей следует признать метод прямой линеаризации и метод минимизации момента квадратичного уклонения. Эти методы дают хорошую сходимость для гладких, равномерно изменяющихся функций [3], к которым следует отнести гармонические и гиперболические, т.е. те функции, которые в основном и являются решениями задач, описывающих установившееся движение колебательных систем.

При использовании метода минимизации момента квадратичного уклонения необходимо потребовать минимума интеграла квадрата произведения отклонения линеаризованной величины функции от ее фактической величины, на координату. Т.е. при линеаризации, например, упругой составляющей силы контактного взаимодействия шаров, вместо функции

$$\lambda \frac{EF}{h^{3/2}} x^{3/2}$$

принимается функция $c^* x$ и для определения c^* необходимо потребовать минимум интеграла

$$J = \int_0^a \left(\lambda \frac{EF}{h^{3/2}} x^{3/2} - c^* x \right)^2 x^2 dx,$$

т.е. принять

$$\frac{\partial J}{\partial c^*} = 0,$$

тогда выражение для линеаризованной жесткости будет иметь вид

$$c^* = \frac{20}{11} \lambda \frac{EF}{h^{3/2}} \sqrt{a}, \quad (2)$$

где a - предельная величина изменения деформации x слоя материала.

Принимая чисто упругую составляющую усилия N в линеаризованном виде как

$$E^* F \frac{\partial u}{\partial z}$$

и сделав преобразования зависимости (2), выражение для линеаризованного модуля упругости получим в виде

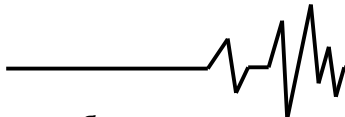
$$E^* = \frac{20}{11} \lambda E \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Здесь ε_0 - предельная величина относительной деформации технологической нагрузки, которую считаем не зависящей от времени и координаты положения слоя. Для реально применяющихся в мельницах и грохотах высотах слоя технологической нагрузки и частотах вынужденных колебаний изменение ε_0 в зависимости от z является величиной достаточно малой, которую следует учитывать только в улучшенном первом приближении решения задачи. В принципе, можно считать величину ε_0 линеаризованной в зависимости от амплитудного значения относительной деформации в функции положения слоя z . Величину ε_0 можно определить этим же методом после нахождения функциональной зависимости $\varepsilon_0(z)$.

С учетом (3) дифференциальное уравнение (1) будет иметь более простой вид:

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E^* \left(1 + \xi \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma g = 0. \quad (4)$$

Для этапа отрывного движения шаровой нагрузки, контакт между слоями и частично шаров в самом слое теряется и они находятся только под действием силы тяжести, определяемой ускорением g . Кроме того, для неидеальных систем имеет место некоторая хаотичность движения шаров в слое, вызывающего их столкновение в процессе полета, и, естественно, рассеивание части запасенной энергии. Этот процесс можно



уподобить сопротивлению типа вязкого трения, поскольку естественно предположить, что с увеличением скорости движения шаров число столкновений и интенсивность каждого столкновения увеличивается пропорционально. С увеличением же разрыхленности слоя, т.е. с уменьшением относительной деформации (в отрицательной области) количество столкновений для рядового материала, не разделяющегося на элементарные слои, уменьшается. Что же касается однородного материала типа шаровой нагрузки, состоящей из одинаковых шаров, то мутаций шаров из одного элементарного слоя в другой в пределах одного периода колебаний (и даже достаточно длительного времени) не наблюдается, поэтому рассеяние энергии для такого типа нагрузки можно считать не зависящим от степени ее разрыхленности.

Кроме того на этапе отрывного движения технологической нагрузки имеют место сопротивления типа сухого трения, равно как и на этапе совместного движения технологической нагрузки и рабочего органа имеют место вязкие сопротивления.

Первые вызваны тем, что при отрыве шаров и их движении относительно помольной камеры имеет место трение о стенки и значительное вращательное движение шаров, которое также приводит к рассеянию энергии за счет сухого трения.

На этапе совместного движения идеализированной технологической нагрузки и технологической нагрузки, состоящей кроме шаров также и из измельчаемого материала, происходит разрушение последнего, причем количество частиц, образующихся в результате разрушения и, следовательно, величина потребляемой энергии, как показывают экспериментальные исследования [4], прямо зависит от величины кинетической энергии, т.е. пропорциональны скорости деформации слоя технологической нагрузки.

Таким образом, на основе (4) и изложенного ранее, уравнения, описывавшие движение технологической нагрузки, можно представить в виде:

для этапа совместного движения технологической нагрузки и рабочего органа:

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E^* \left(1 + \xi_1 \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\psi_1^* E^*}{\omega} \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t^2} + \gamma g = 0, \quad (5)$$

для этапа отрывного движения технологической нагрузки:

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \xi_2 \gamma \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \mu_2^* \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} + \gamma g = 0, \quad (6)$$

где ξ_1 и ξ_2 - приведенные коэффициенты сухого трения,

ψ_1^* и μ_2^* - приведенные коэффициенты вязких сопротивлений.

Решение уравнений описывающих движение технологической нагрузки с учетом неупругих сопротивлений достаточно громоздкое и вследствие ограниченности объема статьи не приводится.

Для большей наглядности и получения обзорных результатов при рассмотрении двухэтапного движения [5] примем, что неупругие сопротивления в системе отсутствуют, тогда, после преобразований уравнения (5) и (6) примут вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + g = 0 \quad (7)$$

- для этапа совместного движения исполнительного органа и технологической нагрузки;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + g = 0 \quad (8)$$

- для этапа раздельного движения исполнительного органа и технологической нагрузки.

Здесь $p = \sqrt{E^*/\gamma}$ - скорость

распространения волны деформации.

Принимаем, что исполнительный орган колеблется по закону $y = A \sin \psi$ со строго заданной амплитудой A и частотой ω (случай принудительного возбуждения колебаний с использованием привода неограниченной мощности).

С учетом сделанных ранее допущений решение уравнения (7) принимаем в виде

$$u = u_0(z) + (B \sin \chi_1 z + D \cos \chi_1 z) \sin \psi,$$

где величины $u_0(z)$, B и D из граничных условий

$$u|_{z=0} = y = A \sin \psi, \quad \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=h} = 0$$

определяются как

$$B = A \operatorname{tg} \chi_1 h, \quad D = A, \quad u_0 = -\frac{gz}{2p^2} (2h - z). \quad (9)$$

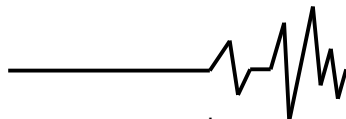
Здесь $\chi_1 = \frac{\omega}{p}$ - отношение частоты

вынужденных колебаний машины к скорости распространения волны деформации.

С учетом (9) уравнение движения насыпного груза на первом этапе можно представить как

$$u_1 = -\frac{gz}{2p^2} (2h - z) + A (\operatorname{tg} \chi_1 h \sin \chi_1 z + \cos \chi_1 z) \sin \psi. \quad (10)$$

Начало второго этапа движения определится из условия равенства нулю



градиента деформации нагрузки, т.е. из уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, после подстановки в которое u_1 , из выражения (10) фазный угол отрыва монослоя материала ψ_0 определится как

$$\psi_0 = \arcsin \frac{g \cos \chi_1 h}{\cos \chi_1 (h-z) A \omega^2},$$

или, обозначив

$$\varphi(z) = \frac{\cos \chi_1 (h-z)}{\cos \chi_1 h},$$

будем иметь

$$\psi_0 = \arcsin \frac{g}{A \omega^2 \varphi(z)},$$

Интегрирование выражения (8) при следующих начальных условиях

$$u_2|_{\psi=\psi_0} = u_1|_{\psi=\psi_0}; \quad \dot{u}_2|_{\psi=\psi_0} = \dot{u}_1|_{\psi=\psi_0}$$

дает зависимость для u_2 в виде

$$u_2 = A \varphi(z) \left(-\frac{(\psi - \psi_0)^2}{2\Gamma \varphi(z)} - \cos \psi_0 (\psi - \psi_0) + \sin \psi_0 + \frac{\chi_1^2 z(2h-z)}{2\Gamma \varphi(z)} \right), \Gamma$$

де $\Gamma = \frac{A \omega^2}{g}$ – коэффициент режима

движений технологической нагрузки.

Фазный угол встречи технологической нагрузки с поверхностью рабочего органа и частиц материала между собой определится из условия

$$u_2|_{\psi=\psi_0} = A \sin \psi_0.$$

Эта зависимость приводит к следующему трансцендентному уравнению для определения ψ_0

$$(\psi_0 - \psi_0)^2 - 2\Gamma \varphi(z) \cos \psi_0 (\psi_0 - \psi_0) + 2\Gamma (\sin \psi_0 - \varphi(z) \sin \psi_0) - \chi_1^2 \frac{z(2h-z)}{2} = 0.$$

Для иллюстрации изложенного на рис. 3 представлены графики амплитудных значений перемещения и деформации слоя материала, построенные для периода совместного и раздельного движения технологической нагрузки при различных высотах слоя материала. График построен с учетом зависимости относительной деформации ϵ_0 от положения элементарного слоя материала, т.е. величина E в выражении (7) принималась зависящей от z .

Как следует из этого рисунка, при сравнительно небольших высотах материала h (меньше четверти длины волны деформации в слое) с увеличением его высоты амплитуда относительного перемещения в

каждом элементарном слое увеличивается, обладая определенной симметрией максимальных деформаций сжатия и разрыхления. Однако это увеличение имеет свой предел по высоте, который и является максимальным для данного режима движения исполнительного органа технологической машины.

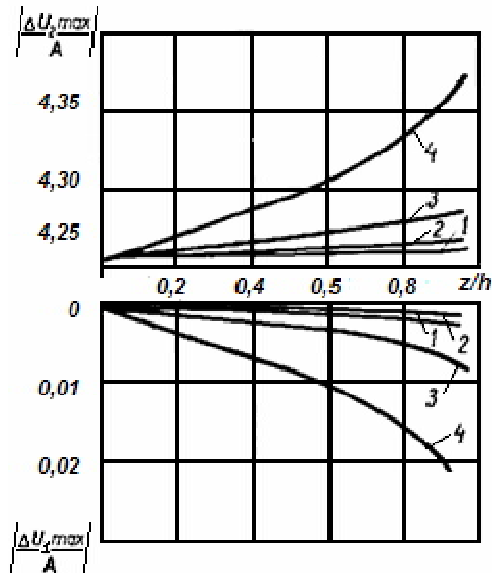
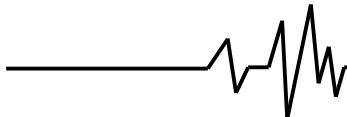


Рис. 3. Графики амплитудных значений перемещения в зависимости от положения слоя материала

1 - при $h = 0,25$ м; 2 - при $h = 0,5$ м; 3 - при $h = 1,0$ м; 4 - при $h = 1,5$ м

Для проверки предложенного подхода к описанию движения большого слоя материала были проведены экспериментальные исследования на вибротельнице МВВЛ-3. Вибрированию подвергался слой стальных шаров высотой $h = 250$ мм, диаметр шаров составлял 40 мм. После некоторого, достаточно длительного времени работы установки с амплитудой вертикальных колебаний $A = 7$ мм и частотой $\omega = 100$ с⁻¹ на вертикальной стенке исполнительного органа четко обозначились линии, нанесенные шарами, по которым можно судить о максимальной величине относительного движения исполнительного органа и материала в каждой точке слоя. Поскольку относительные движения исполнительного органа и шаров на этапе совместного движения несоизмеримо меньше, чем на этапе раздельного движения, будем рассматривать только последний.

Максимальное значение относительного движения исполнительного органа и материала



на этапе раздельного движения будет в момент времени, когда

$$u_2|_{\psi=\psi_m} - y|_{\psi=\psi_m} = 0, \quad (11)$$

т.е. фазный угол, соответствующий максимальному значению относительного движения материала и исполнительного органа определится из выражения для u_2 с учетом (11) как

$$\Gamma \cos \psi_m + \psi_m = \psi_o + \Gamma \varphi(z) \cos \psi_o,$$

Тогда максимальная величина относительного движения

$$u_2|_{\psi=\psi_m} - y|_{\psi=\psi_m} = A \left(\frac{\psi_m - \psi_o}{2\Gamma} + \varphi(z)(\psi_m - \psi_o) \cos \psi_o + (\sin \psi_m - \varphi(z) \sin \psi_o) - \rho^2 \frac{z(2h-z)}{2\Gamma} \right).$$

На рис. 4 представлен график максимальных значений относительного движения материала. Как видно из этого рисунка, относительное перемещение материала с увеличением высоты положения слоя увеличивается. Качественно такая же картина имеет место и при проведении экспериментальных исследований (пунктирная кривая на рис.4).

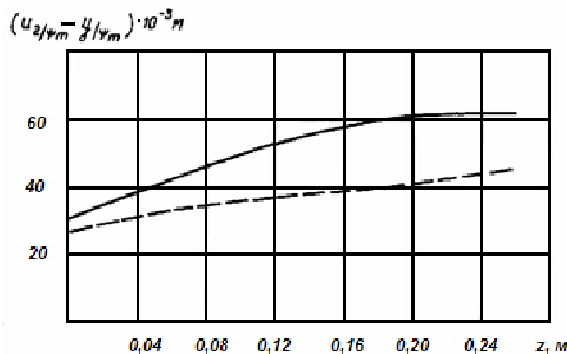


Рис. 4. Графики максимальных перемещений слоев шаров относительно стенки помольной камеры мельницы МВВД-3

— — — — — экспериментальные данные
 — — — — — расчетные данные

Несовпадение результатов расчетов и эксперимента можно объяснить неточностью определения эквивалентного модуля упругости материала (который при проведении данных расчетов принимался постоянным), неучетом неупругих сопротивлений внутри материала и

трения шаров о стенки исполнительного органа.

Выводы

Данное исследование является основой для решения одной из указанных ранее задач исследования вибрационных технологических машин. Исследования показывают, что для нормальной работы вибрационной технологической машины необходимо обеспечить высоту слоя материала на ее исполнительном органе (обеспечить частоту колебаний исполнительного органа), чтобы по высоте слоя укладывалось не более четверти длины волны его деформации. Из класса машин, подчинявшихся этому требованию выпадают только машины для вибробункеризации и вибровыпуска насыпных грузов, в которых высота слоя материала может превышать четверть длины волны деформации. Тогда при исследовании динамики большинства вибрационных машин технологического назначения вполне допустимо представлять технологическую нагрузку в виде системы с дискретными параметрами, взаимодействующей с исполнительным органом.

Литература

1. Потураев В.Н. Вибрационная техника и технологии в энергоемких производствах /В.Н. Потураев, В.П. Франчук, В.П. Надутый. – Днепропетровск: НГА Украины, 2002. – 190 с.
2. Остапенко В.А. Механические виброударные системы /В.А. Остапенко. – К.: Наукова думка, 1966, – 241 с.
3. Франчук В.П. Динамический расчет грохотов и конвейеров с секционированными упругими связями /В.П. Франчук. – К.: Техника, Обогащение полезных ископаемых, респ. межвед. науч.-техн. сб., вып.2 1967. – с. 91-100.
4. Франчук В.П. Экспериментальные исследования динамических параметров вибрационной мельницы вертикального типа. / В.П. Франчук, П.П. Королев. К.: Наукова думка, Динамика и прочность горных машин, 1973. – с. 233-246.
5. Бабицкий В.И. Динамика виброударных систем. /В.И. Бабицкий – М.: Наука, 1978. – 352 с.