



Ройзман В. П.

Драч І. В.

Хмельницький
національний
університет

УДК 62.755

**ВПЛИВ ХВИЛЕУТВОРЕННЯ НА
ВІЛЬНІЙ ПОВЕРХНІ РІДИНИ В
КАМЕРІ АВТОБАЛАНСУЮЧОГО
ПРИСТРОЮ НА
ЗРІВНОВАЖЕНІСТЬ РОТОРА**

В статье рассматривается работа жидкостного автобалансирующего устройства для роторов с переменным дисбалансом. Жидкость в камере АБУ имеет свободную поверхность. При нестационарных процессах возможно волнообразование, вызывающее динамическую неустойчивость в работе машины и повышение вибраций при определенных режимах эксплуатации. Для снижения динамических нагрузок в данной работе изучаются условия волнообразования. В статье решается задача для случая, когда ротор установлен в упругих опорах, при чем рассматриваются общие движения системы ротор - жидкость и исследуется их устойчивость. Для предотвращения волнообразованию предложена новая конструкция автобалансирующего устройства в виде параболической камеры с перегородками.

The paper represents operation of liquid auto-balancer for rotors with variable imbalance. Liquid in ABU chamber has free surface. During non-stationary processes it's possible to have waving, which causes dynamic instability in machine operation and increasing vibration in some operational modes. To reduce dynamic loads in this paper it is researched conditions of waving. The paper solves the problem in case rotor is set on flexible supports and it's researched the common motion of the system rotor – liquid and their stability. To prevent waving it's been offered new design of auto-balancing unit having parabolic form with partitions.

При пасивному балансуванні ротора машини в камері рідинного автобалансирующего пристрою, частково заповненого рідиною (тобто з вільною поверхнею рідини, що обертається), можливе хвилеутворення, що викликає динамічну нестійкість в роботі машини і підвищені вібрації її при певних режимах експлуатації. Для зниження динамічних навантажень слід вивчити умови хвилеутворення. З цією метою необхідно проаналізувати частотне рівняння системи диференціальних рівнянь, які описують рух ротора встановленого на пружних опорах, що обертається з циліндричною камерою, частково заповненою рідиною, жорстко закріпленою на ньому.

Приймемо розрахункову схему, показану на рис. 1, і допустимо, що розглядається плоска задача і рідина, яка заповнює камеру, нестислива. Рідина, при нехтуванні гравітаційними силами, має форму кільця.

Будемо розглядати малі поступальні рухи циліндра в площині обертання ($z=z(t)$ і $y=y(t)$ – узагальнені координати осі циліндра). При цьому рух рідини стосовно циліндра теж вважається малим. У відносному русі сили в'язкості не враховуються.

За рухому систему координат, зв'язану з обертаним циліндром, прийнята полярна система координат з полярною віссю n (рис. 1); r, θ – координати частинки рідини в цій системі. Крім того, на рис. 1 уведено такі позначення: $u=$



$u(r, \theta, t)$; $v = u(r, \theta, t)$ – відповідно радіальна та тангенціальна складові відносно швидкості рідини в точці (r, θ) , M – маса ротора з АБП.

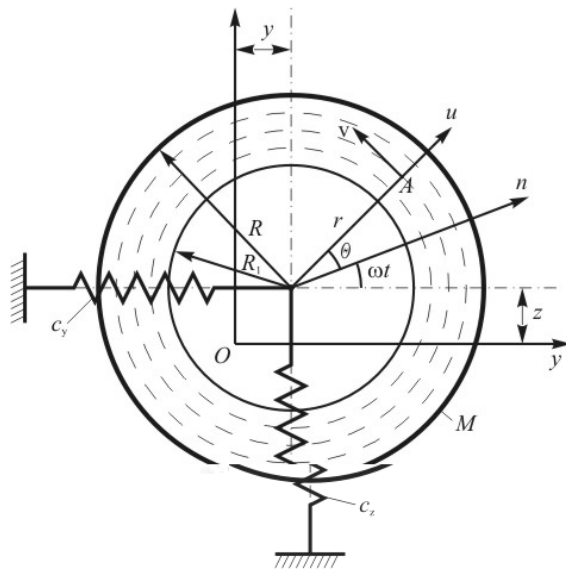


Рис. 1. Розрахункова схема циліндричної порожньої камери АБП, заповненої рідиною, жорстко закріпленої на валу ротора, встановленого на пружних опорах

Вільні коливання системи ротор-рідина описуються лінеаризованими (через малість розглядуваних рухів системи) диференціальними рівняннями в обраній полярній системі координат

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\omega v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \ddot{y} \cos(\omega t + \theta) - \ddot{z} \sin(\omega t + \theta) + r\omega^2; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\omega u = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \ddot{y} \sin(\omega t + \theta) - \ddot{z} \cos(\omega t + \theta),$$

до якої слід приєднати рівняння нерозривності

$$\frac{\partial}{\partial r}(ur) + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0, \quad (2)$$

і вирази для сил, що діють на систему,

$$M \ddot{z} + c_z z = Rh \int_0^{2\pi} p|_{r=R} \sin(\omega t + \theta) d\theta; \quad (3)$$

$$My + c_y y = Rh \int_0^{2\pi} p|_{r=R} \cos(\omega t + \theta) d\theta,$$

при граничних умовах

$$u|_{r=R} = 0; \quad u|_{r=R_1} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p|_{r=R_1+\zeta} = 0,$$

де $p = p(r, \theta, t)$ – тиск рідини в точці (r, θ) , ρ – густина рідини; h – висота циліндричної камери; $\zeta = \zeta(r, \theta)$ – радіальне відхилення точок вільної поверхні рідини.

Інтегрування цієї системи зазнає значних труднощів. Тому, маючи на увазі дослідження стійкості руху системи, перейдемо до аналізу її характеристичного рівняння.

Якщо шукати можливі рухи системи у вигляді головних коливань, при яких всі узагальнені координати змінюються з однією і тією ж частотою (позначимо її k), задавши закон зміни узагальнених координат ротора у вигляді

$$z = A_1 \sin kt; \quad y = A_2 \cos kt, \quad (4)$$

і брати до уваги тільки хвилі 1-го порядку (оскільки при спільних коливаннях системи циліндр – рідина в рідині виникають хвилі тільки першого порядку (довжина хвилі дорівнює довжині вільної поверхні рідини) [1]), то знаходимо форму внутрішньої поверхні рідини з точністю до довільних сталих B_1 і B_2

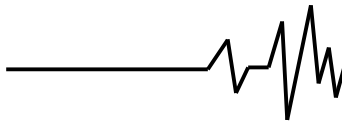
$$\zeta = B_1 \cos[(k + \omega)t + \theta] + B_2 \cos[(k - \omega)t - \theta]. \quad (5)$$

Рівняння (4) описують рух осі циліндра по еліптичній траєкторії. Його можна подати у вигляді суми двох кругових рухів з кутовими швидкостями k і $(-k)$, що відповідає розповсюдженню хвилі в прямому і зворотному напрямках:

$$z = A_1 \sin kt = \frac{A+B}{2} \sin kt = -\frac{A}{2} \sin(-kt) + \frac{B}{2} \sin kt; \quad (6)$$

$$y = A_2 \cos kt = -\frac{A-B}{2} \cos kt = -\frac{A}{2} \cos(-kt) + \frac{B}{2} \cos kt,$$

Тепер розв'язок системи (1) – (3) із врахуванням залежностей (5) і (6) є системою з чотирьох рівнянь



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} Ak^2 + \left[\frac{2(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} + (3\omega+k) \cdot (k+\omega) - \omega^2 \right] B_1 &= 0; \\ \frac{1}{2} Bk^2 + \left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} + (3\omega-k) \cdot (k-\omega) + \omega^2 \right] B_2 &= 0; \\ - \left[k^2 - \frac{c_z + c_y}{2(M+m)} \right] B + \frac{c_z - c_y}{2(M+m)} A + \left[\frac{4m(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} \right] (M+m) B_2 &= 0; \\ \frac{c_z - c_y}{2(M+m)} B - \left[k^2 - \frac{c_z + c_y}{2(M+m)} \right] A - \left[\frac{4m(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} \right] (M+m) B_1 &= 0, \end{aligned} \right\} (7)$$

де m – маса рідини в камері, M – маса ротора з АБП, $A=A_1 - A_2$, $B=B_1 - B_2$.

Система (7) має нетривіальний розв'язок, якщо її визначник дорівнює нулю. З цієї умови одержимо рівняння частот

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} k^2 & \left[\frac{2(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} + (3\omega+k) \cdot (k+\omega) - \omega^2 \right] & 0 & 0 \\ \left[k^2 - \frac{c_z + c_y}{2(M+m)} \right] & \frac{4m(k+\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} (M+m) & - \left[\frac{c_z - c_y}{2(M+m)} \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} k^2 & \left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} + (3\omega-k) \cdot (k-\omega) + \omega^2 \right] \\ \left[\frac{c_z - c_y}{2(M+m)} \right] & 0 & - \left[k^2 - \frac{c_z + c_y}{2(M+m)} \right] & \frac{4m(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} (M+m) \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

При рівності жорсткостей пружних опор $c_z=c_y=c$ ліва частина рівняння (8) подається у вигляді двох співмножників, один з яких можна

використати для дослідження стійкості руху системи

$$\frac{2mk^2(k-\omega)^2}{(M+m) \left[(R/R_1)^2 - 1 \right]} + \left(k^2 - \frac{c}{M+m} \right) \cdot \left[-\frac{2(k-\omega)^2}{(R/R_1)^2 - 1} + (3\omega-k) \cdot (k-\omega) + \omega^2 \right] = 0. \quad (9)$$

Ознакою нестійкості руху системи є наявність у частковому рівнянні (9) коренів з від'ємною уявною частиною. Тому, якщо серед чотирьох коренів рівняння (9) є пара комплексно-спряжених, рух можна вважати нестійким.

Корені рівняння (9) є частотами коливань системи ротор – рідина при $c_z=c_y=c$.

Прийнявши рідину нерухомою щодо ротора ($A_1 = A_2$, $B_1 = B_2 = 0$) одержимо парціальні частоти поширення прямої і зворотної хвиль і частоту коливань системи ротор – рідина

$$k_{pid}^+ = \omega \cdot b = \frac{\omega}{1 - \sqrt{\frac{1 - (R_1/R)^2}{2}}};$$

$$k_{pid}^- = \omega \cdot a = \frac{\omega}{1 + \sqrt{\frac{1 - (R_1/R)^2}{2}}}.$$

Виразимо (10) через парціальні частоти

$$\alpha k^2 (k-\omega)^2 - (k^2 - k_p^2) \cdot (k - k_{pid}^+) \cdot (k - k_{pid}^-) = 0, \quad (10)$$

де $\alpha = \frac{2m}{M+m} \cdot \frac{1}{1 + (R/R_1)^2} < 1$; $k_p^2 = \frac{c}{M+m}$ –

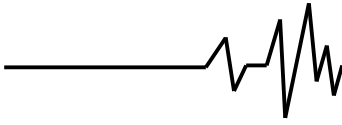
парціальна частота ротора з рідиною в АБП у стані спокою.

Для чисельного дослідження лівої частини рівняння (10) з метою відшукування меж зони нестійкості зручно провести заміну $\frac{k}{\omega} = q$.

В цьому випадку рівняння (10) матиме вигляд

$$\alpha q^2 (q-1)^2 - (q^2 - \frac{k_p^2}{\omega^2}) \cdot (q-a) \cdot (q-b) = 0, \quad (11)$$

Дослідження одержаного рівняння зводиться до чисельного аналізу його дискримінанта D при різних величинах кутової швидкості ротора ω .



У [2] показано, що при будь-яких a , b , k_p^2 , що є конструктивними параметрами системи, завжди існує така швидкість обертання ротора ω , при якій рівняння (9) буде мати комплексні корені, тобто система буде нестійкою.

Для конкретних параметрів системи чисельними методами, прирівнявши дискримінант рівняння (11) до нуля або використавши алгоритм Евкліда, можна визначити границі зони нестійкості.

Таким чином, ротор, що обертається, частково заповнений рідиною і встановлений на пружних опорах, при деяких швидкостях обертання втрачає стійкість. Ці швидкості не є дискретними. При $c_z=c_y$ спостерігається одна зона нестійкості, розташована навколо швидкості обертання $\omega_{кр}$, при якій відбувається збіг парціальної частоти ротора k_p з парціальною швидкістю поширення зворотної хвилі в рідині ($k_{pid}^- = \omega \cdot a$).

З цієї умови ($k_{pid}^- = \omega \cdot a$) одержимо формулу критичної швидкості

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{c}{M+m}} \cdot \left[1 + \sqrt{\frac{1-(R_1/R)^2}{2}} \right]. \quad (12)$$

Вираз (12) визначає центральну точку нестійкої зони. Основним параметром, що характеризує ширину нестійкої зони, є a . Параметр a є конструктивним параметром

системи ротор – рідина, що залежить від ступеня заповнення камери АБП рідиною. При чому чисельно було перевірено, що збільшення маси рідини приводить до розширення зони нестійкості.

У зв'язку з цим є сенс для усунення вібрацій ротора застосовувати камери з перегородками. Раніше [3] було показано, що вільна поверхня рідини в камері АБП має форму параболоїда обертання, що залежить від об'єму рідини, густини, маси дисбалансу і робочої частоти обертання системи. Тому пропонується робити камеру АБП у вигляді параболоїда обертання. Такий спосіб захищений авторським свідоцтвом і ліг в основу конструкції автобалансуючого пристрою з параболічними перегородками для підвищення динамічної стійкості роботи роторної машини.

Література

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
2. Мархашов Л.М. Колебания и устойчивость твердой оболочки с идеальной жидкостью на упругих опорах (к теории карусельного гидроканала) // ПМТФ. – 1962. – № 6. – С. 32-39.
3. Ройзман В.П., Драч І.В., Ткачук В.П. Теорія автоматичного балансування роторів машин рідинними робочими тілами // Вібрації в техніці та технологіях. – 2007. - №2. С.45-50.