

Сокіл Б. І.

Чаган Ю. А.

Хитряк О. І.

*Академія сухопутних
військ ім. гетьмана
Петра Сагайдачного*

УДК 629.1

АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД І ПЕРІОДИЧНІ АТЕВ-ФУНКЦІЇ У ДОСЛІДЖЕННІ НЕЛІНІЙНИХ ПОЗДОВЖНЬО-КУТОВИХ КОЛИВАНЬ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Исследовано впливання нелінійних характеристик підвески на продольно-углові коливання гусеничних транспортних средств. Получено соотношения описывающие зависимость амплитуды и частоты колебаний от параметров подвески.

Research of effect of nonlinear characteristics of the suspension on longitudinal-angular oscillations of caterpillar vehicles. It is received ratio amplitudes describing a relation and an oscillation frequency from suspension parameters.

Предметом досліджень даної праці є комплексне вивчення впливу нелінійних характеристик підвески (демпферів і амортизаторів) на поздовжньо-кутові коливання гусеничних транспортних засобів. Як показано у роботах [1-3], належну динаміку пересування останніх може забезпечити підвіска із нелінійними характеристиками амортизаторів та демпферів. В той же час, аналітичне дослідження впливу нелінійних функцій, які описують залежності силових чинників від переміщень та кінематичних параметрів руху на поздовжньо-кутові коливання не знайшло належного розвитку через складність інтегрування відповідної системи. У цій статті для дещо спрощеної динамічної моделі, яка описує поздовжньо-кутові коливання ГТЗ за обґрунтованих характеристик пружної підвески, робиться спроба дати практичні рекомендації щодо вибору та компоновання підвески, яка забезпечує нормативні вимоги щодо частоти поздовжньо-кутових коливань.

Рівняння руху. Для вивчення поздовжньо-кутових коливань досліджуваного об'єкта будемо моделювати у вигляді твердого тіла, яке приєднано до низки пружних елементів та демпферних пристроїв. Метою даної роботи є вивчення поздовжньо-кутових коливань ГТЗ. Тому для фізичної моделі, представленій на Рис. 1, вважатимемо, що

пружні характеристики підвески забезпечують коливання тіла навколо центру мас.

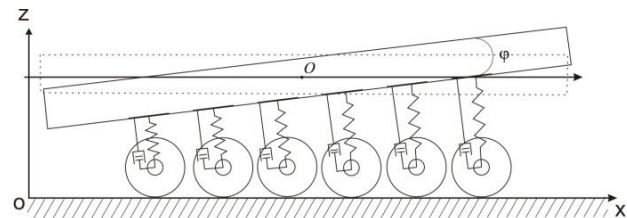


Рис. 1. Розрахункова модель дослідження поздовжньо-кутових коливань

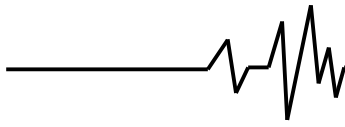
Диференціальне рівняння цих коливань у першому наближенні можна записати у вигляді

$$I_o \ddot{\varphi} = \sum_{i=1}^{2n} c_i(l_i \varphi) \varphi l_i^2 + \sum_{i=1}^{2n} \gamma_i(l_i \varphi, l_i \dot{\varphi}) l_i, \quad (1)$$

де: I_o - момент інерції об'єкта відносно центру мас O , φ - його кут повороту навколо центру мас, $c_i(l_i \varphi)$ - жорсткість i -того пружного елемента (змінна величина), l_i - його віддаль до центру мас у рівноважному положенні об'єкта, $\gamma_i(l_i \varphi, l_i \dot{\varphi})$ - функція, яка описує характеристики амортизаторів.

Примітки:

1. Кількість амортизаторів справа від центру мас рівна кількості амортизаторів зліва від центру мас;



2. Як і у [2], функції $c_i(l_i\varphi)$ які описують пружні властивості амортизаторів мають вигляд $c_i(l_i\varphi) = \alpha_i c(\varphi l_i)^v$, $0 \leq \alpha_i \leq 1$,

$$v+1 = \frac{2m+1}{2n+1}, \quad m, n = 0, 1, 2, \dots;$$

3. Функції, які описують характеристики амортизаторів представляються у вигляді $\gamma(l_i) = |\gamma_i \cdot (l_i \varphi_i)^m (l_i \dot{\varphi})^n| l_i \dot{\varphi}$, γ_i - константа.

Наведене вище дозволяє математичну модель поздовжньо-кутових коливань представити у вигляді

$$\ddot{\varphi} + \frac{c}{I_0} \varphi^{v+1} \sum_{i=1}^{2n} \alpha_i l_i^{v+2} = -\frac{1}{I_0} \sum_{i=1}^{2n} \gamma_i |\dot{\varphi}|^n \varphi^m |l_i^{m+n+1} \dot{\varphi}. \quad (2)$$

У роботі досліджуються тільки поздовжньо-кутові коливання ГТЗ, тому, як впливає із наведених приміток, у положенні статичної рівноваги повинна виконуватись наступна умова

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i l_i^{v+2} = \sum_{i=1}^{2n} \alpha_i l_i^{v+2}. \quad (3)$$

Таким чином, параметри α_i не можуть приймати довільного значення, а зв'язані алгебраїчним співвідношенням (3).

Методика розв'язування. Отже, щоб аналітично дослідити вплив геометричних та динамічних характеристик підвіски на динаміку ГТЗ, треба побудувати розв'язок відповідного диференціального рівняння (2). З цією метою використаємо для вказаного рівняння основні положення теорії збурень [4,5]. Підставою для її використання є той факт, що для досліджуваних моделей ГТЗ $I_0 \gg \max \sum_{i=1}^{2n} \gamma_i |\dot{\varphi}|^n \varphi^m$. Відповідно до основних положень цієї теорії побудуємо розв'язок породжуючого рівняння руху досліджуваного об'єкту, тобто

$$\ddot{\varphi} + \frac{c}{I_0} \varphi^{v+1} \sum_{i=1}^{2n} \alpha_i l_i^{v+2} = 0. \quad (4)$$

Він виражається, як показано в [6-8], за допомогою періодичних Атеб-функцій у вигляді

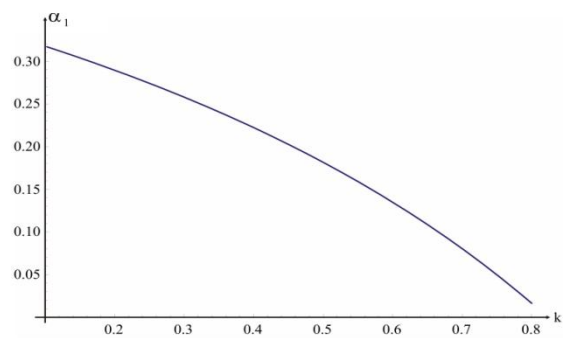
$$\varphi = \varphi_0 ca(v+1, 1, \Omega(\varphi_0)t + \psi_0), \quad (5)$$

де: φ_0, ψ_0 - сталі інтегрування, а $\Omega(\varphi_0)$ - відома функція:

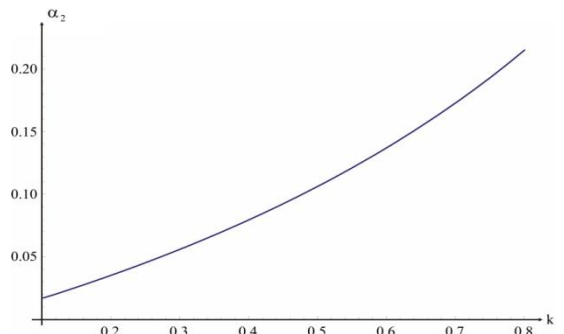
$$\Omega(\varphi_0) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{v+2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{v+2}\right)} \sqrt{\frac{c(v+2)}{2I_0} \sum_{i=1}^{2n} \alpha_i l_i^{v+2} \varphi_0^v}.$$

На рис.2 а,б,в та рис. 3 (для базової величини статичного ходу підвіски) для випадку $n=3$ представлено залежності параметрів α_i від k та власної частоти коливань від φ_0 (амплітуди поздовжньо-кутових коливань) за умов: $\alpha_1 = \alpha_4$, $\alpha_2 = \alpha_5$, $\alpha_3 = \alpha_6$ та $\alpha_2 = k\alpha_3$.

а)



б)



в)

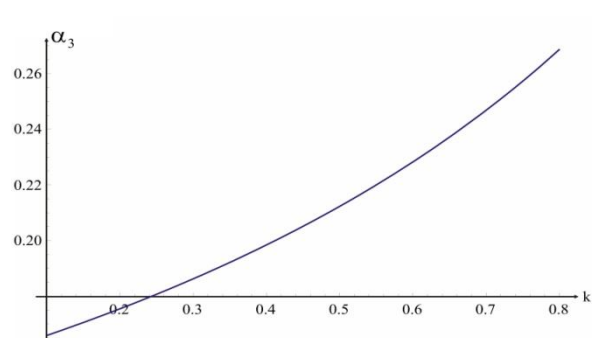


Рис. 2. Залежності параметрів жорсткості від коефіцієнту k

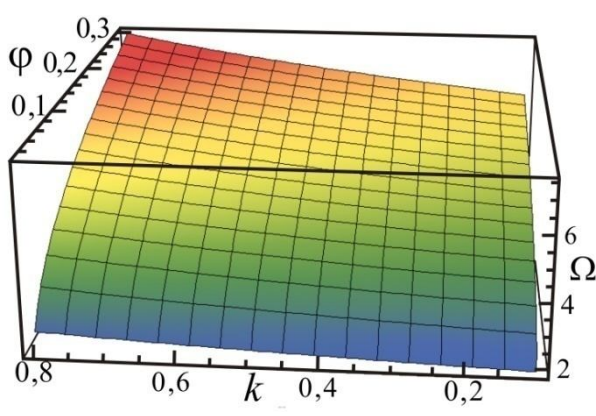


Рис. 3. Залежності частоти власних коливань ГТЗ від амплітуди та параметру k

Наведені залежності підтверджують результати експериментальних досліджень [9], які стверджують, що належну комфортабельність ГТЗ забезпечує підвіска із більшою жорсткістю крайніх пружних елементів при $0.5 \leq k \leq 0.8$.

Вплив характеристик демпферів на амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) поздовжньо-кутових коливань.

Для оцінки впливу характеристик демпферів на закони згасання коливань побудуємо розв'язок збуреного диференціального рівняння (2). Відомо [10], що наявність сил опору у першому наближенні асимптотичних розв'язків нелінійних рівнянь, які описують коливні процеси систем з одним ступенем вільності призводить до зміни в часі амплітуди коливань. Закон її зміни визначається системою диференціальних рівнянь, де

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{(\Omega(\varphi_0))^n (\varphi_0)^{m+n+1}}{2\pi} \left(\frac{2}{v+2}\right)^{n+1} \sum_{i=1}^n \gamma_i \times \int_0^{2\pi} ca^m(1, v+1, \psi) sa^{n+2}(1, v+1, \psi) d\psi, \quad (6)$$

$$\frac{d\psi_0}{dt} = \frac{(\Omega(\varphi_0))^n (\varphi_0)^{m+n}}{2\pi} \left(\frac{2}{v+2}\right)^{n+1} \sum_{i=1}^n \gamma_i \times \int_0^{2\pi} ca^{m+1}(1, v+1, \psi) sa^{n+1}(1, v+1, \psi) d\psi.$$

Використовуючи властивості Атеб-функцій, після нескладних операцій інтегрування відповідних виразів, із (6) отримуємо

$$\frac{d\varphi_0}{dt} = \sum_{i=1}^n \gamma_i \left(\frac{2}{v+2}\right)^{n+1} \frac{(\Omega(\varphi_0))^n \Gamma\left(\frac{m+1}{v+2}\right) \Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{2\pi \cdot \Gamma\left(\frac{m+1}{v+2} + \frac{n+3}{2}\right)}, \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_0 = 0$$

Нижче на графіках представлено залежності зміни в часі амплітуди поздовжньо-кутових коливань та частоти власних коливань при таких значеннях параметрів:

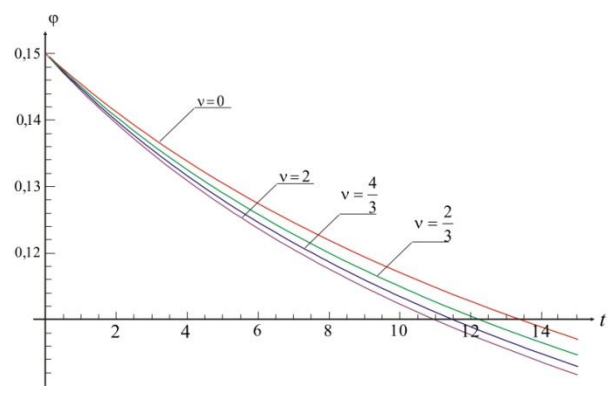


Рис. 4. Залежність зміни амплітуди поздовжньо-кутових коливань від часу

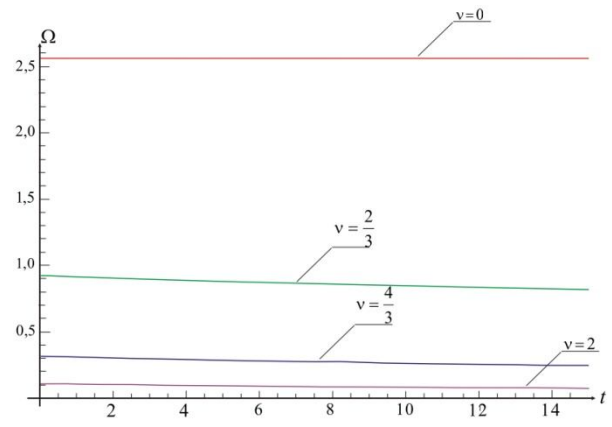
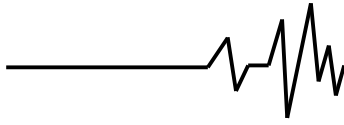


Рис. 5. Залежність зміни частоти власних коливань від часу

Висновки

Отримані розрахункові формули та представлені графічні залежності показують:

1. Належну комфортабельність пересування ГТЗ може забезпечити підвіска із нелінійним законом зв'язку між деформацією та переміщенням, причому коефіцієнт пропорційності у вказаному співвідношенні для крайніх амортизаторів повинен бути більшим ніж для решти.



2. Нелінійні сили опору приводять до швидкого затухання поздовжньо-кутових коливань, при чому швидкість затухання не залежить суттєво від нелінійно-пружних характеристик підвіски.

3. Нелінійно-пружні характеристики підвіски суттєво впливають на частоту власних коливань і для більших значень степеня нелінійності (параметра ν) вони є менші.

4. Вплив демпферних пристроїв та амортизаторів на середніх підвісках проявляється меншою мірою як на закони зміни амплітуди поздовжньо-кутових коливань, так і на частоти.

5. Отримані результати слугуватимуть базою для більш складних досліджень динаміки ГТЗ, а саме дослідженню руху останніх по пересіченій місцевості.

Література

1. Дущенко В.В. Исследование возможностей повышения плавности хода модернизированной транспортной гусеничной машины на основе использования серийных узлов подвески / В.В.Дущенко, С.Н.Воронцов, И.В.Мусницкая. Механіка та машинобудування. – 1998. – №1. – С. 83–88.

2. Величко Л.Д. Динаміка гусеничних транспортних засобів по пересіченій місцевості.

/ Л.Д.Величко, Ю.А.Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. - Львів: УДЛТУ.- 2011.- Вип. 21.4. – С. 346-352.

3. Величко Л.Д. Математичне моделювання підвіски гусеничних транспортних засобів. / Л.Д.Величко, Б.І.Сокіл, Ю.А.Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. - Львів: УДЛТУ.- 2011.- Вип. 21.5. – С. 316-323.

4. Найфе А.Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с.

5. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. – М.: Мир, 1972.– 272с.

6. Rosenberg R.M. Normal models of nonlinear dual – Mode Systems // J. of Appl. Mech. June 1960.- P. 263-268.

7. Сенік П. М. Про Ateb-функції // Доп. АН УРСР.- 1968.- №1.- С. 23-26.

8. Сенік П.М., Возний А.М. Про табулювання періодичних Ateb-функцій // Доп. АН УРСР.- 1969.- №12.- С. 1089-1092.

9. Волосников С.А. Анализ конструкций торсионных подвесок отечественных и зарубежных танков / С.А. Волосников// Вестник НТИ «ХПИ». – 2003.- №28.- С. 19-23.

10. Боголюбов Н.И., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М., 1974 — 408 с.