



Паламарчук І. П.

Янович В. П.

Драчишин В. І.

Вінницький  
національний  
аграрний  
університет

УДК 621.9.048

## ВИЗНАЧЕННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДРІБНОДИСПЕРСНОГО СИПКОГО СЕРЕДОВИЩА ЗА ВІБРОВІДЦЕНТРОВОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО ВПЛИВУ

*В работе представлены результаты исследования механизма деформирования дисперсной системы, предложена методика определения реологических коэффициентов и расчета значения деформации при условиях комбинированного колеблющегося и вращающегося движения рабочих органов относительно двух взаимно перпендикулярных осей.*

*This paper presents the results of research into the mechanism of deformation of disperse systems, the technique of determination of rheological coefficients and calculating the value of deformation under the combined oscillating and rotary motion working on two mutually perpendicular axes.*

### Вступ

При моделюванні енергонасичених механічних процесів, зокрема, що поєднують операції подрібнення, перемішування та рівномірного розподілення матеріалу по об'єму робочої ємкості необхідно враховувати структурно-механічні властивості продукту, здатність його до деформування при різних режимах взаємодії з виконавчими органами технологічної машини [1]. В залежності від конструкції останніх слід враховувати характерне деформування, а саме одно – та двобічність або об'ємність дії при постійному чи змінному навантаженні як показали дослідження викликає труднощі оцінка впливу структурно-механічних властивостей продукту і умов деформування на тривалість ущільнення продукту, що значно ускладнюється за комбінованого механічного технологічного впливу на сировину, який має місце у даних дослідженнях.

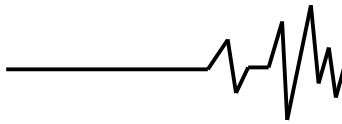
Велика кількість обладнання переробних і харчових виробництв, що базується на вібровідцентровій дії, широко застосовується в багатьох технологіях, де виникає потреба у змішуванні та подрібненні дрібнодисперсних систем. В таких процесах якість і навіть

можливість механічної обробки сировини в першу чергу залежать від конструкції, режимів роботи апарата та структурно-механічних (реологічних) властивостей досліджуваного середовища. Вплив останніх на технологічне середовище у вібраційному полі не достатньо широко досліджено, що є істотною **проблемою** при проектуванні та виробництві високоефективних вібровідцентрових змішувачів та подрібнювачів.

Тому **актуальним** є пошук та моделювання інтенсивних, зокрема, вібровідцентрових методів обробки, дослідження впливу вібрації на зміну структурно-механічних властивостей досліджуваного дрібнодисперсного полікомпонентного середовища.

**Метою** роботи є оцінка реології дрібнодисперсної системи за комбінованого вібровідцентрової дії, зокрема визначення критеріїв зміни структурно-механічних властивостей сипкого середовища.

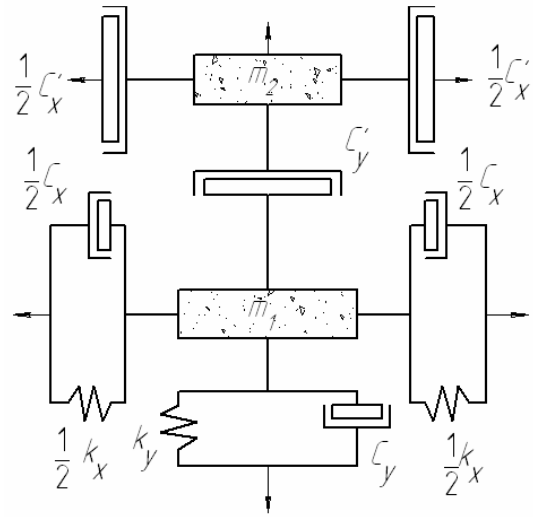
В роботі були поставлені наступні **задачі**:  
- побудувати реологічну модель оброблювального середовища та визначити необхідні коефіцієнти коливного та неколивного масиву;



- визначити функціональну залежність напруги технологічного середовища від кінематичних характеристик виконавчих органів;
- провести теоретичний аналіз часткової та загальної деформації дисперсного середовища коливного та неколивного масиву під впливом вібровідцентрового поля.

**Викладення основного матеріалу**

На рис.1. зображена двомасна реологічна модель дисперсної системи, що являє собою комбінацію реологічних моделей Кельвіна-Фойгта та Ньютона, які характеризують відповідно реологічні властивості коливної та неколивної маси середовища.



**Рис. 1. Реологічна модель сипкого середовища**

Пружно - в'язкі опори коливного масиву знайдемо як реологічні коефіцієнти моделі Кельвіна-Фойгта, деформування якої відбувається за законом (1).

$$\tau = k \varepsilon + c \dot{\varepsilon} \quad (1)$$

де  $\tau$  - напруга, яка призводить до деформування системи, Па;  $k$  - безрозмірний коефіцієнт пружності середовища;  $c$  - коефіцієнт в'язкості середовища, Па·с;

$\varepsilon$  - відносна деформація масиву;  
 $\dot{\varepsilon}$  - швидкість деформації дисперсного середовища.

Розв'язок рівняння (1) при початкових умовах, коли  $t = 0 \Rightarrow \varepsilon(t) = 0$  має вигляд

$$\Delta \varepsilon = \frac{\tau}{k} (1 - e^{-\frac{k}{c}t}) \quad (2)$$

Для знаходження реологічних коефіцієнтів  $k$  і  $c$  використаємо співвідношення між деформацією та напругою в коливному середовищі відповідно осей  $x$  та  $y$  [2,3].

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\tau_x - \mu \cdot \tau_y] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\tau_y - \mu \cdot \tau_x] \end{cases} \quad (3)$$

де  $E$ ,  $\mu$  - характеристичні коефіцієнти для більшості дрібно дисперсних сипких матеріалів:  $\mu = 0,15$  - коефіцієнт Пуансона та  $E$  - модуль пружності, що становить матеріалу  $0.06 \cdot 10^6$  МПа;  $\tau_x, \tau_y$  - напруга дисперсного середовища відповідно в напрямку  $Ox, Oy$ .

$$\begin{cases} \tau_x = \frac{F_{ex} + F_{нзр}}{S_x} \\ \tau_y = \frac{F_{ey} + F_{нзр}}{S_y} \end{cases} \quad (4)$$

де  $F_{ex}, F_{ey}$  - відцентрова сила, яка діє на одиницю маси оброблюваного середовища відносно осей  $x$  та  $y$ ;  $F_{нзр}$  - сила невірноважених мас, яка створює внутрішню



напругу середовища під час коливання дисперсної системи  $F_{нзр} = 300$  Н:

$$\begin{cases} F_{ax} = m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x \\ F_{ay} = m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y \end{cases} \quad (5)$$

де  $R_x, R_y$  - радіуси обертання оброблювального середовища відносно осі ОХ та ОУ відповідно складають 0,15 та 0,05 м;  $m_{зав}$  - маса технологічного завантаження,  $m_{зав} = 24$  кг;  $\omega_1, \omega_2$  - кутова швидкість обертання контейнера відносно осі ОХ та ОУ.

Якщо виконавчий орган машини має форму циліндра з округленими кутами (рис. 2.), то площі перерізів сипкої маси, на яку діють зовнішні сили та спричиняють напруження в

товщі оброблювального середовища, будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} S_x = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot L \\ S_y = \pi \cdot (R^2 - r^2) \end{cases} \quad (6)$$

де  $R, L$  - геометричні розміри виконавчого органу, відповідно радіус контейнера та його довжина,  $R = 0.15$  м,  $L = 0.4$  м;  $r$  - радіус порожнини, що створюється внаслідок дії відцентрової сили на дисперсне середовище та розподілу його по внутрішній периферії контейнера,  $r = 0.05$  м.

Вважаємо, що  $r \rightarrow 0$  оскільки об'єм контейнера майже дорівнює об'єму, що займає середовище.

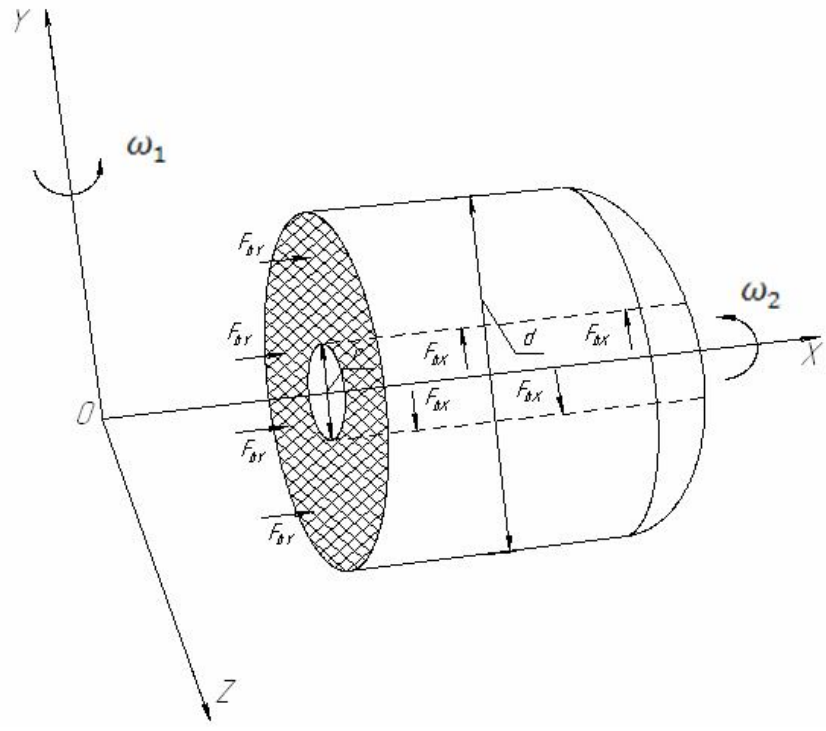
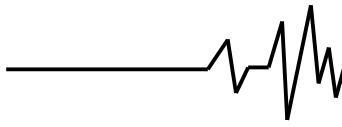


Рис. 2. Схема розподілу дії відцентрових сил на дисперсне середовище при двообертовому русі контейнера

Підставивши значення (4-6) в систему (3) отримаємо функціональну залежність відносної деформації коливного масиву дисперсного середовища від кінематичних характеристик виконавчого органу машини в напрямку осі ОХ та ОУ (рис. 3.).

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[ \frac{m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x + F_{нзр}}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L} - \mu \cdot \frac{m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y + F_{нзр}}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \right] \\ \Delta \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot \left[ \frac{m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y + F_{нзр}}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} - \mu \cdot \frac{m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x + F_{нзр}}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L} \right] \end{cases} \quad (7)$$



При використанні значень величини  $\tau$  з відношення  $\frac{\tau}{k}$  знаходять величину  $k$  та підставляємо в рівняння (2), розраховуючи величину  $C$ .

Вважаємо, що величина часу деформації  $t = 30$  с мала, тоді значення  $e^{\frac{kt}{C}} \rightarrow 0$ , тобто приймемо її за нуль.

Коефіцієнти  $k_x, k_y$  знайдемо з рівняння (2):

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_x = \frac{\tau_x}{k_x} \rightarrow k_x = \frac{\tau_x}{\Delta \varepsilon_x} = \frac{5.3 \cdot 10^4}{0.564} = 0.9 \cdot 10^5 \\ \Delta \varepsilon_y = \frac{\tau_y}{k_y} \rightarrow k_y = \frac{\tau_y}{\Delta \varepsilon_y} = \frac{1.2 \cdot 10^5}{2.27} = 0.5 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (8)$$

Знаходимо реологічні коефіцієнти  $C_x, C_y$  підставивши значення відносної деформації та пружності сипкого середовища в рівняння (2):

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_x = \frac{\tau_x}{k_x} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k_x t}{C_x}}\right) \rightarrow 0.564 = \frac{5.3 \cdot 10^4}{0.9 \cdot 10^5} \cdot \left(1 - e^{-\frac{0.9 \cdot 10^5 \cdot 30}{C_x}}\right) \\ \Delta \varepsilon_y = \frac{\tau_y}{k_y} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k_y t}{C_y}}\right) \rightarrow 2.27 = \frac{1.2 \cdot 10^5}{0.5 \cdot 10^5} \cdot \left(1 - e^{-\frac{0.5 \cdot 10^5 \cdot 30}{C_y}}\right) \end{cases} \quad (9)$$

Отримати розв'язок рівняння (10) можна скориставшись методикою [4,5] в результаті чого отримуємо:

$$\begin{cases} \ln(1 \cdot 10^{10}) = \frac{0.9 \cdot 10^5 \cdot 30}{C_x} \rightarrow C_x = 1.2 \cdot 10^5 \\ \ln(1 \cdot 10^{10}) = \frac{0.5 \cdot 10^5 \cdot 30}{C_y} \rightarrow C_y = 7.1 \cdot 10^4 \end{cases} \quad (10)$$

Неколивний масив сипкого середовища представлений за допомогою моделі Ньютона та характеризує в'язкі властивостями дисперсної системи (12).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\tau}{C'} \quad (11)$$

де  $\tau$  - напруга, яка призводить до деформування системи, Па;  $C'$  - коефіцієнт в'язкого опору середовища, Па·с;  $\dot{\varepsilon}$  - швидкість деформації дисперсного середовища.

Розв'язавши рівняння (11) при початкових умовах  $t = 0 \rightarrow \varepsilon(t) = 0$  отримаємо

функціональну залежність деформації сипкого середовища відносно осей ОХ та ОУ.

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_x = \frac{\tau_x \cdot t}{C'_x} \\ \Delta \varepsilon_y = \frac{\tau_y \cdot t}{C'_y} \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{де } \tau_x = \frac{m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L}, \quad \tau_y = \frac{m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

Значення часткової деформації неколивного масиву визначимо з рівняння (3):

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[ \frac{m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L} - \mu \cdot \frac{m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \right] \\ \Delta \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot \left[ \frac{m_{зав} \cdot \omega_1^2 \cdot R_y}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} - \mu \cdot \frac{m_{зав} \cdot \omega_2^2 \cdot R_x}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L} \right] \end{cases} \quad (13)$$

Коефіцієнти в'язкого опору знаходимо з рівняння (12)

$$\begin{cases} C'_x = \frac{\tau_x \cdot t}{\Delta \varepsilon_x} = \frac{5.3 \cdot 10^4 \cdot 30}{0.345} \\ C'_y = \frac{\tau_y \cdot t}{\Delta \varepsilon_y} = \frac{1.2 \cdot 10^5 \cdot 30}{2.05} \end{cases} \quad (14)$$

Звідки  $C'_x = 4.615 \cdot 10^6$  Па·с,

$C'_y = 1.73 \cdot 10^6$  Па·с На основі знайдених реологічних коефіцієнтів загальна деформація всього об'єму дисперсного середовища буде мати вигляд (15).

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_{x,к.м.} + \Delta \varepsilon_{x,нек.м.} \rightarrow \frac{\tau_x}{k_x} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k_x t}{C_x}}\right) + \frac{\tau \cdot t}{C'_x} \\ \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_{y,к.м.} + \Delta \varepsilon_{y,нек.м.} \rightarrow \frac{\tau_y}{k_y} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k_y t}{C_y}}\right) + \frac{\tau \cdot t}{C'_y} \end{cases} \quad (15)$$

Перевіряємо достовірність отриманих значень реологічних коефіцієнтів коливного та неколивного масиву, підставивши їх у рівняння (13) та будуючи за допомогою програми "MathCade" графік  $\varepsilon(t)$  деформації дисперсного середовища відносно осей ОХ та ОУ (рис.2.)

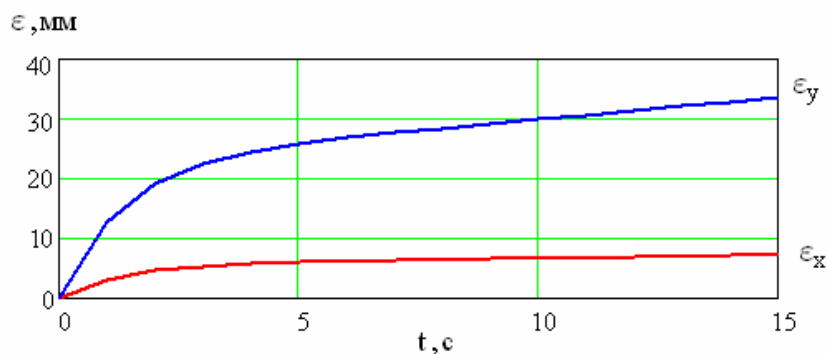
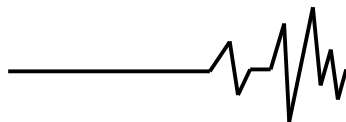


Рис. 2. Деформація дисперсного середовища відносно осей  $OX$  та  $OY$

### Висновки

1. Побудована реологічна модель мілкодисперсного середовища, яка представлена у вигляді статичної (неколивної) та динамічної (коливної) маси;

2. Визначено функціональну залежність напруги в коливному та неколивному масиві технологічного середовища в залежності від кінематичних характеристик виконавчого органу;

3. На основі проведеного теоретичного аналізу величини деформації технологічного середовища в залежності від внутрішньої напруги за умови комбінованого вібровідцентрового впливу виконавчого органу машини виявлено, що інтервал оптимального режиму роботи обладнання лежить в межах 90 – 100 рад/с при якому деформування мілкодисперсного середовища становить 2,5 см.

### Література

1. Реология пищевых масс / К. П. Гуськов, Ю. А. Мачихин, С. А. Мачихин, Л. Н. Лунин. – М. : Пищевая промышленность, 1970. – 208 с.

2. Урьев Н. Б. Образование и разрушение дисперсных структур в условиях совместного действия вибрации и поверхностно-активной среды : автореф. докт. дис. / Н. Б. Урьев. – Москва, 1974. – 40 с.

3. Урьев Н. Б. Физико-химическая механика и интенсификация образования пищевых масс / Н. Б. Урьев, М. А. Талейник. – М. : Пищевая промышленность, 1976. – 239 с.

4. Мачихин Ю. А. Инженерная реология пищевых материалов / Ю. А. Мачихин, С. А. Мачихин. – М. : Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 216 с.

5. Гуць В. С. Визначення структурно-механічних характеристик в'язкопружних дисперсних систем / В. С. Гуць, Ю. А. Полевода, О. А. Коваль // Упаковка. – 2011. – №1. – С. 46–47.