



Ловейкін В. С.

Човнюк Ю. В.

Національний
університет
біоресурсів і
природокористування
України

Діктерук М. Г.

Почка К. І.

Київський
національний
університет
будівництва і
архітектури

УДК 62: 534 (031)+[621.86.06+621.87].001.24

ДОСЛІДЖЕННЯ АВТОКОЛИВНИХ РЕЖИМІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ

Сформулированы общие принципы формирования и анализа возможных автоколебаний в известных динамических моделях грузоподъемных кранов. Получены основные закономерности и выявлены физические механизмы генерации автоколебаний в рамках модели В.И. Брауде–М.С. Тер-Мхитарова, которая применяется для аналитических расчётов нагрузок грузоподъемных кранов.

The general principals of formation and analysis of possible self-oscillations in the known dynamical models of the hoisting cranes have been stated. The principal regularities have been obtained and the physical mechanisms of the self-oscillations' generating within the scope of the V.I. Braude and M.S. Ter-Mkhitarov model, which is applied for analytical calculations of the hoist cranes loads, have been disclosed.

Постановка проблеми. Відомо [1], що за кінцевою метою динамічні моделі вантажопідйомних кранів, зокрема, мостових кранів, поділяються на управлінські та навантажуючі.

Перші призначені для визначення переміщень жорстких елементів вантажопідйомних машин та вантажу, другі – для визначення навантажень у елементах машин. В управлінських моделях не враховуються деформації пружних ланцюгів механізмів і металоконструкцій. В залежності від конструкції машини та деталізації вирішуваної задачі вантаж вважається з'єднаним з машиною жорстко або на лінійному, плоскому чи просторовому виску. У навантажуючих моделях враховуються деформації пружних ланцюгів та маятниковий висок вантажу. В сучасних моделях зазвичай враховується фактор затухання коливань, не лінійність характеристик приводів тощо. Проте відсутній аналіз можливих автоколивань у таких складних технічних системах.

Огляд публікацій за темою дослідження. Системні методи розрахунку вантажопідйомних машин наведені у [1]. Динаміка вантажопідйомних кранів досліджувалась у [3]. Методи аналізу найпростіших авто коливних систем розглянуті у [2].

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні динамічної моделі вантажопідйомних (мостових) кранів, яка

дозволяє методами [2] встановити основні закономірності та умови виникнення у подібних системах автоколивань.

Виклад основного матеріалу.

1. **Математична модель для розрахунку навантажень у вантажопідйомних (мостових) кранах за наявності автоколивань.**

Автори [1, 3] процес навантаження навіть у найпростішій двомасовій розрахунковій схемі розглядають як досить складний за своїм характером. Це пояснюється тим, що при кожному пуску і гальмуванні системи у ній виникають вимушені пружні коливання мас з початковими умовами. (Останні, до речі, носять доволі випадковий характер). Якщо у розглядуваній задачі для врахування процесу розсіювання енергії коливань застосовується теорія в'язкого тертя, тоді деформація пружного ланцюга (канату) $q = q_1 - q_2$ (де q_1 – переміщення ведучої маси m_1 (вантажного візка), а q_2 – переміщення веденої маси m_2 (вантаж на канаті)), зв'язана з навантаженням S_{II} у ланцюгу формулою $S_{II} = q \cdot c$ (c – коефіцієнт жорсткості) визначається (на стадії пуску крану) у результаті розв'язку диференціального рівняння (аналогічного наведеному в [1], проте з іншою правою частиною):

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{1}{m_1 \cdot m_2} \cdot A(t), \quad (1)$$



де n – параметр, який характеризує затухання коливань, $n = \frac{\mu \cdot (m_1 + m_2)}{2 \cdot m_1 \cdot m_2}$; ω_0 – кругова частота вільних коливань відповідної консервативної системи, $\omega_0 = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$;

$A(t)$ – зовнішнє збурення, $A(t) = m_2 \cdot (F - W) \cdot \text{sign}(\dot{q})$ (F – середньопускове зусилля двигуна чи гальм [3], W – сила опору рухові вантажного візка вповодж рейок балки мостового крану, $W = k \cdot (m_1 + m_2) \cdot g$, k – коефіцієнт тертя ковзання, $g = 9,81 \frac{M}{c^2}$ – прискорення вільного падіння); μ – коефіцієнт непружного опору, $\frac{кг}{с}$.

У розгорнутому вигляді рівняння (1) набуває виду:

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{(F - W)}{m_1} \cdot \text{sign}(\dot{q}), \quad (2)$$

$$F - W > 0.$$

Таким чином, диференціальне рівняння малих маятникових коливань вантажу на канаті у системі “вантажний візок – канат – вантаж” (мостового) крану (2) описує рух у середовищі з в'язким тертям, на котру діє постійна сила, завжди спрямована у сторону руху [4].

2. Фізичні механізми та динамічний аналіз автоколиваний у процесах пуску/гальмування вантажопідйомних кранів.

Перш за все визначимо фізичні механізми, які призводять до виникнення автоколиваний кранових систем.

Згідно з визначенням [2] авто коливаннями називають автономні (кранові) системи, у яких можуть відбуватися періодичні коливання, причому втрати механічної енергії неперервно поповнюються притоком енергії від джерела, що не має власних коливних властивостей; надходження енергії від джерела керується самим рухом (кранової) системи, а період і розмах коливань не залежать (у широких межах) від початкових умов. Зазвичай такі коливання називають усталеними (стаціонарними) автоколиваннями, а процес поступового наближення до усталених автоколиваний, який виникає після довільного початкового збурення системи, – перехідним процесом.

Характерні задачі для автоколиваний систем полягають у визначенні частот та

розмахів усталених автоколиваний, дослідженні стійкості усталених режимів, вивченні перехідних процесів (знаходження темпу наближення руху до усталеного режиму).

Розрізняють м'яке і жорстке самозбудження автоколиваний. Якщо стан рівноваги нестійкий і відповідна йому особлива точка оточена граничним циклом (стійким), тоді самозбудження є м'яким: зростаючі коливання виникають після як завгодно малого початкового збурення стану рівноваги системи. Якщо ж стан рівноваги стійкий і відповідна до нього точка оточена нестійким граничним циклом, який у свою чергу оточений стійким граничним циклом, тоді для збудження автоколиваний, що відповідають стійкому граничному циклу, необхідне досить велике початкове збурення стану рівноваги, здатне “закинути” систему за нестійкий граничний цикл. Якщо на автоколивну систему діє зовнішнє збудження з частотою ω , близькою до частоти автоколиваний Ω_0 , тоді у системі може встановитись коливний процес з однією частотою ω (це явище називається захопленням автоколиваний системи).

Для автоколиваний системи з одним ступенем вільності руху характерним є наявність на фазовій площині одного чи кількох стійких граничних циклів. Відповідно у автоколиваний системах можуть існувати кілька стаціонарних процесів з різними амплітудами. Встановлення конкретного процесу залежить від того, у якій області притягання знаходяться початкові умови.

Автоколиваний можуть бути за формою близькими до гармонічних, але можуть і суттєво відрізнятися від них. Автоколиваний, які суттєво відрізняються від гармонічних, називаються розривними (релаксаційними).

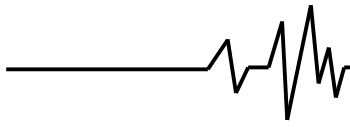
Враховуючи все викладене вище (у пункті 2) проведемо дослідження рівняння (2) з точки зору можливості виникнення у розглядуваній крановій системі режиму автоколиваний (у процесах пуску/гальмування вантажного візка). При цьому використаємо підходи, розвинуті у роботі [4].

Для зручності подамо рівняння (2) у наступному виді:

$$\ddot{q} + 2 \cdot h \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \tilde{F} \cdot \text{sign}(\dot{q}), \quad (3)$$

$$\text{де } \tilde{F} = \frac{(F - W)}{m_1}, \quad h = n > 0, \quad \tilde{F} > 0, \quad \omega_0^2 > h^2.$$

(При цьому h , \tilde{F} та ω_0^2 – постійні величини, які не залежать від часу t).



При $\dot{q} < 0$ і початкових умовах $t = 0$, $q = q_1$, $\dot{q} = 0$ рівняння (3) має розв'язок:

$$q = \exp(-h \cdot t) \times$$

$$\times \left[\begin{array}{l} \left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) + \\ + \frac{T}{\pi} \cdot h \cdot \left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) \end{array} \right] - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad (4)$$

де $T = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - h^2}}$.

При $t = T$

$$q = q_2 = -\exp(-h \cdot T) \cdot \left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad (5)$$

$$\dot{q} = 0.$$

При $\dot{q} > 0$ і початкових умовах $t = 0$, $q = q_2$, $\dot{q} = 0$ розв'язок рівняння (3):

$$q = \exp(-h \cdot t) \times$$

$$\times \left[\begin{array}{l} \left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) + \\ + \frac{T}{\pi} \cdot h \cdot \left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) \end{array} \right] + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (6)$$

При $t = T$

$$q = q_3 = -\exp(-h \cdot T) \cdot \left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad (7)$$

або у відповідності з виразом (5)

$$q_3 = \exp(-2 \cdot h \cdot T) \cdot q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \cdot (1 + \exp(-h \cdot T))^2. \quad (8)$$

Для періодичного руху кранової системи повинно бути $q_3 = q_1 = q_0$, і, відповідно,

$$q_0 = \frac{1 + \exp(-h \cdot T)}{1 - \exp(-h \cdot T)} \cdot \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (9)$$

Дослідимо далі вираз (9) за різних співвідношень $h \cdot T$:

а) $h \cdot T \ll 1$; б) $h \cdot T \gg 1$.

У випадку б) $q_0 \rightarrow \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}$, а для випадку а)

матимемо:

$$q_0 \rightarrow \frac{2}{h \cdot T} \cdot \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (10)$$

Для дослідження стійкості періодичного руху слід скористатися діаграмою Кенігса-Лемерея [2].

На площині змінних q_1 , q_3 (рис. 1) побудовані пряма $q_3 = q_1$ і пряма, яка визначається виразом (8). Точка перетину цих прямих визначає значення q_0 .

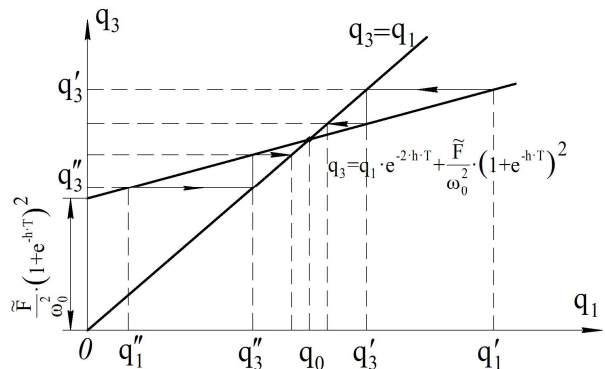


Рис. 1. Діаграма Кенігса-Лемерея для досліджуваної кранової системи

Із розгляду діаграми випливає, що за початкових відхилень $q_1' > q_0$ коливання затухають, а при $q_1'' < q_0$ нарощуються. І у тому й у іншому випадках система приходиться до періодичних коливань з періодом $2T$ і амплітудою, що визначається виразом (9).

Картина фазової площини (q , \dot{q}) подана на рис. 2. Інші графіки для q , \dot{q} та \ddot{q} , котрі залежать від t , та фазові портрети на площинах (q , \dot{q}), (q , \ddot{q}) та (\dot{q} , \ddot{q}) подані нижче на рис. 3-6.

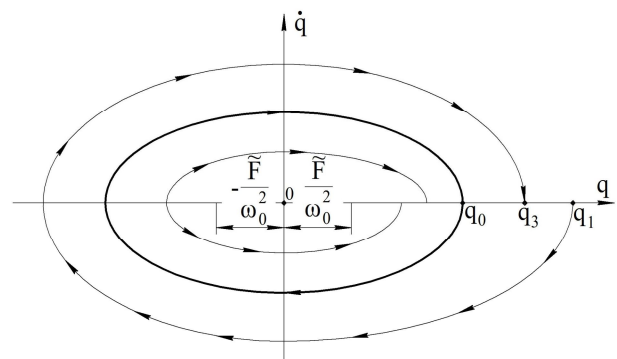
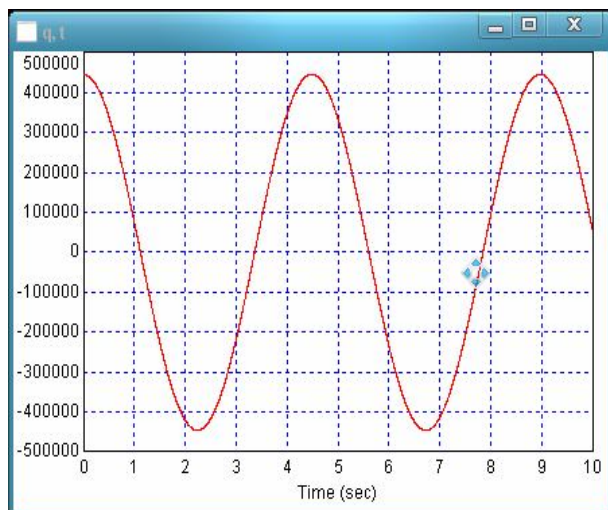
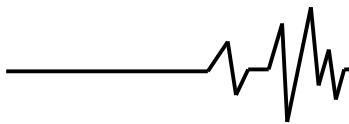
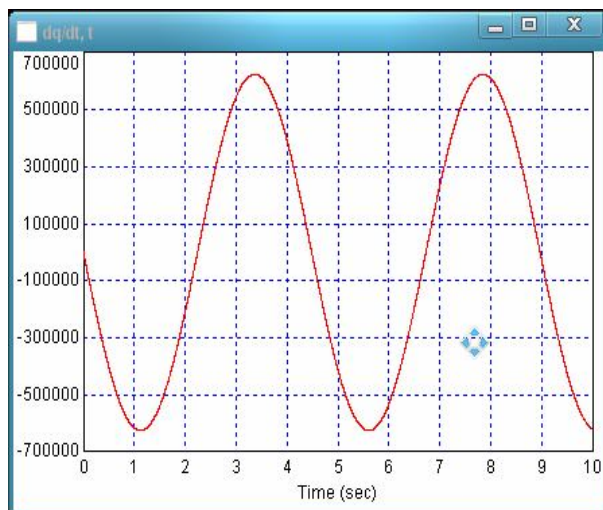


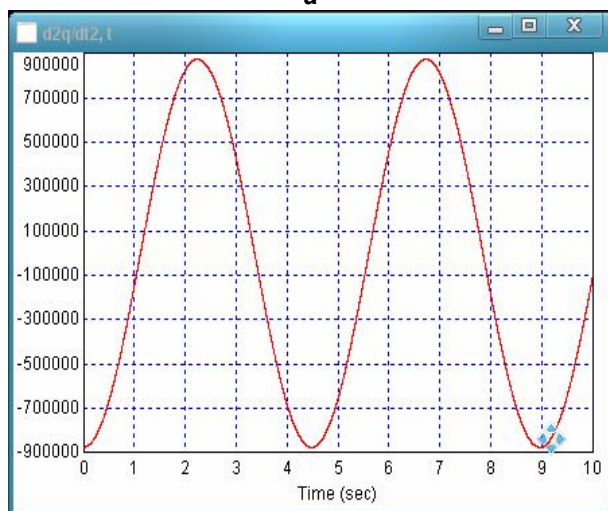
Рис. 2. Картина фазової площини (q , \dot{q}) (у загальному випадку)



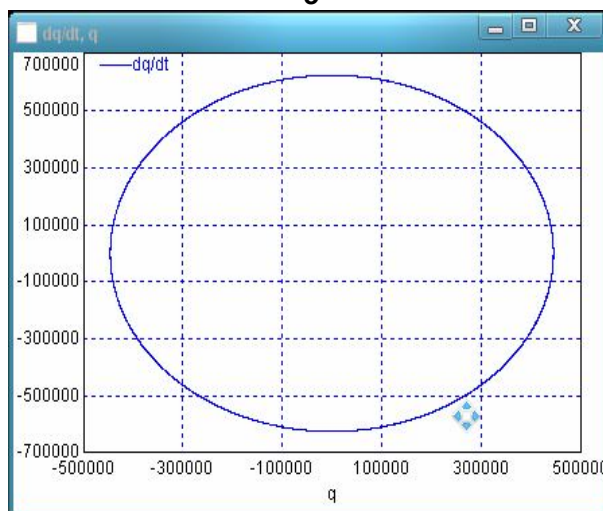
а



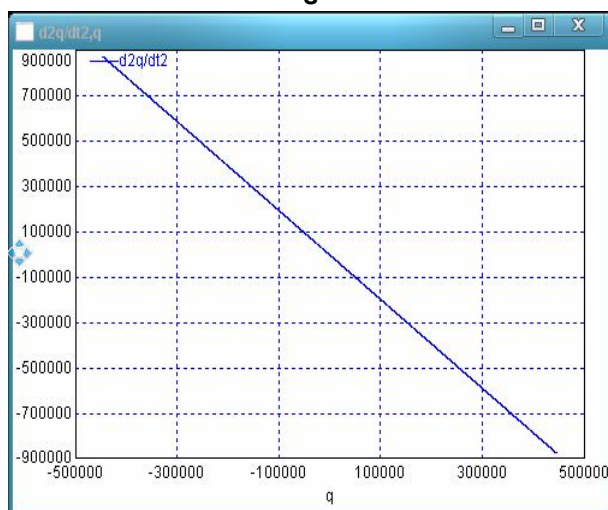
б



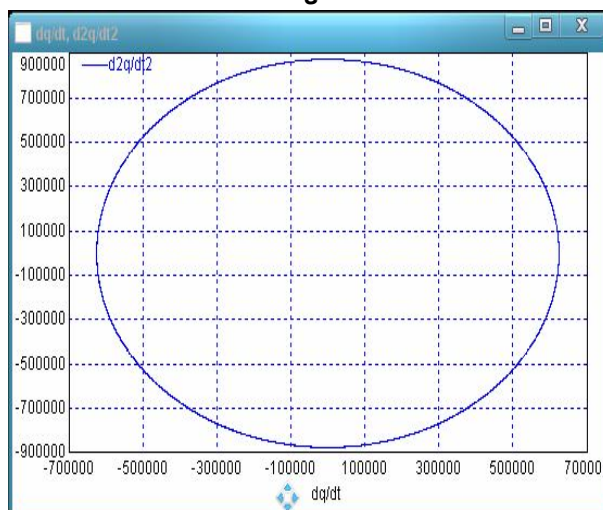
в



г



д



е

Рис. 3. Графічні залежності $q(t)$ – а, $\dot{q}(t)$ – б, $\ddot{q}(t)$ – в та фазові портрети (q, \dot{q}) – г, (q, \ddot{q}) – д, (\dot{q}, \ddot{q}) – е при $m_1 = 10^4$ кг, $m_2 = 10^4$ кг, довжині виска $l = 10$ м, $k = 0,05$, $q_0 = 445861,14688096$ м, $\mu = 0,01$ кг/с, $2T = 4,48570146546752$ с

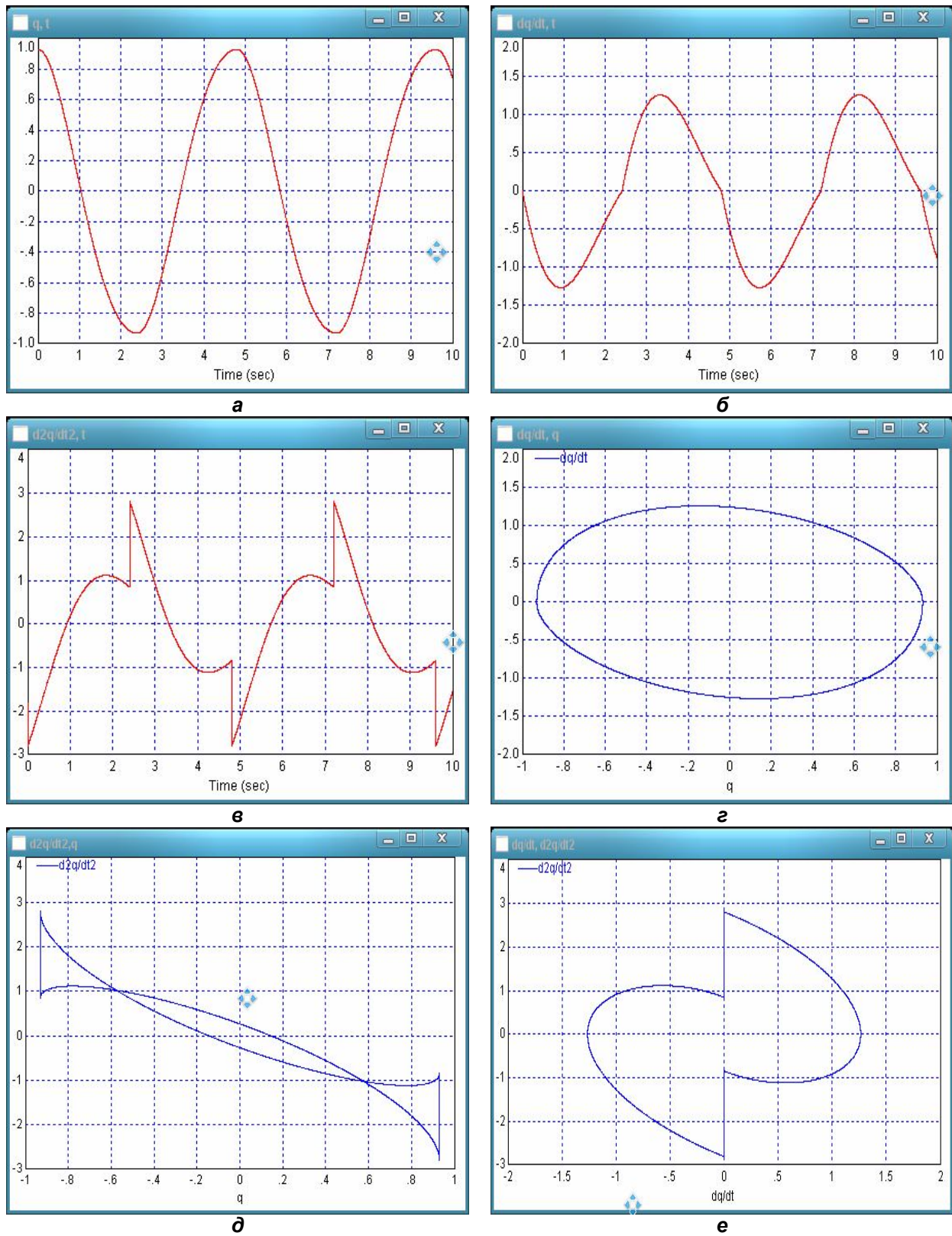


Рис. 4. Графічні залежності $q(t)$ – а, $\dot{q}(t)$ – б, $\ddot{q}(t)$ – в та фазові портрети (q, \dot{q}) – г, (q, \ddot{q}) – д, (\dot{q}, \ddot{q}) – е при $m_1 = 10^4$ кг, $m_2 = 10^4$ кг, довжині виска $l = 10$ м, $k = 0,05$, $q_0 = 0,930695$ м, $\mu = 5000$ кг/с, $2T = 4,80206$ с

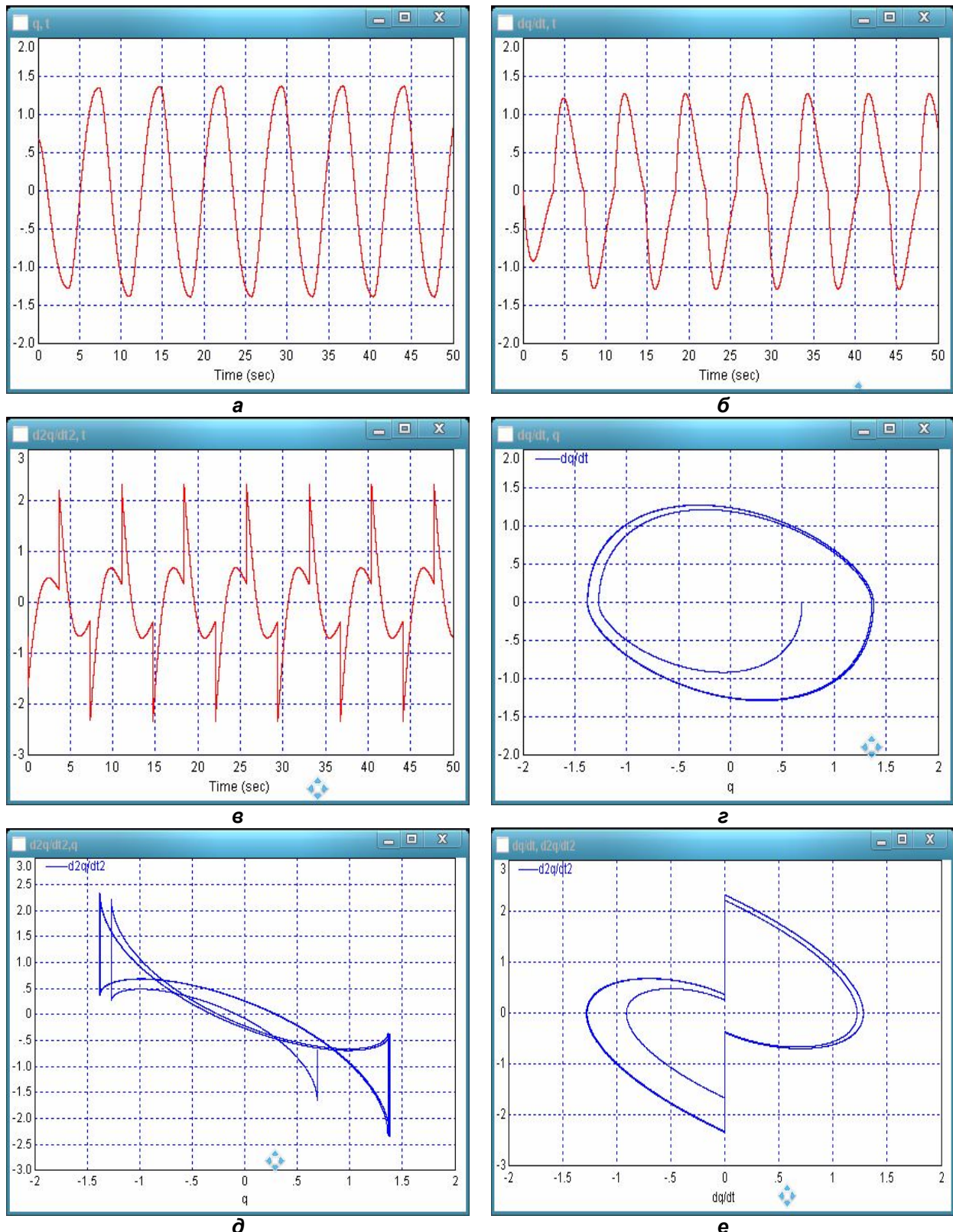
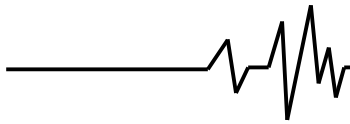


Рис. 5. Графічні залежності $q(t)$ – а, $\dot{q}(t)$ – б, $\ddot{q}(t)$ – в та фазові портрети (q, \dot{q}) – г, (q, \ddot{q}) – д, (\dot{q}, \ddot{q}) – е при $m_1 = 10^4$ кг, $m_2 = 10^4$ кг, довжині виска $l = 20$ м, $k = 0,05$, $q_0 = 1,1378856$ м, $\mu = 5000$ кг/с, $2T = 7,34888$ с

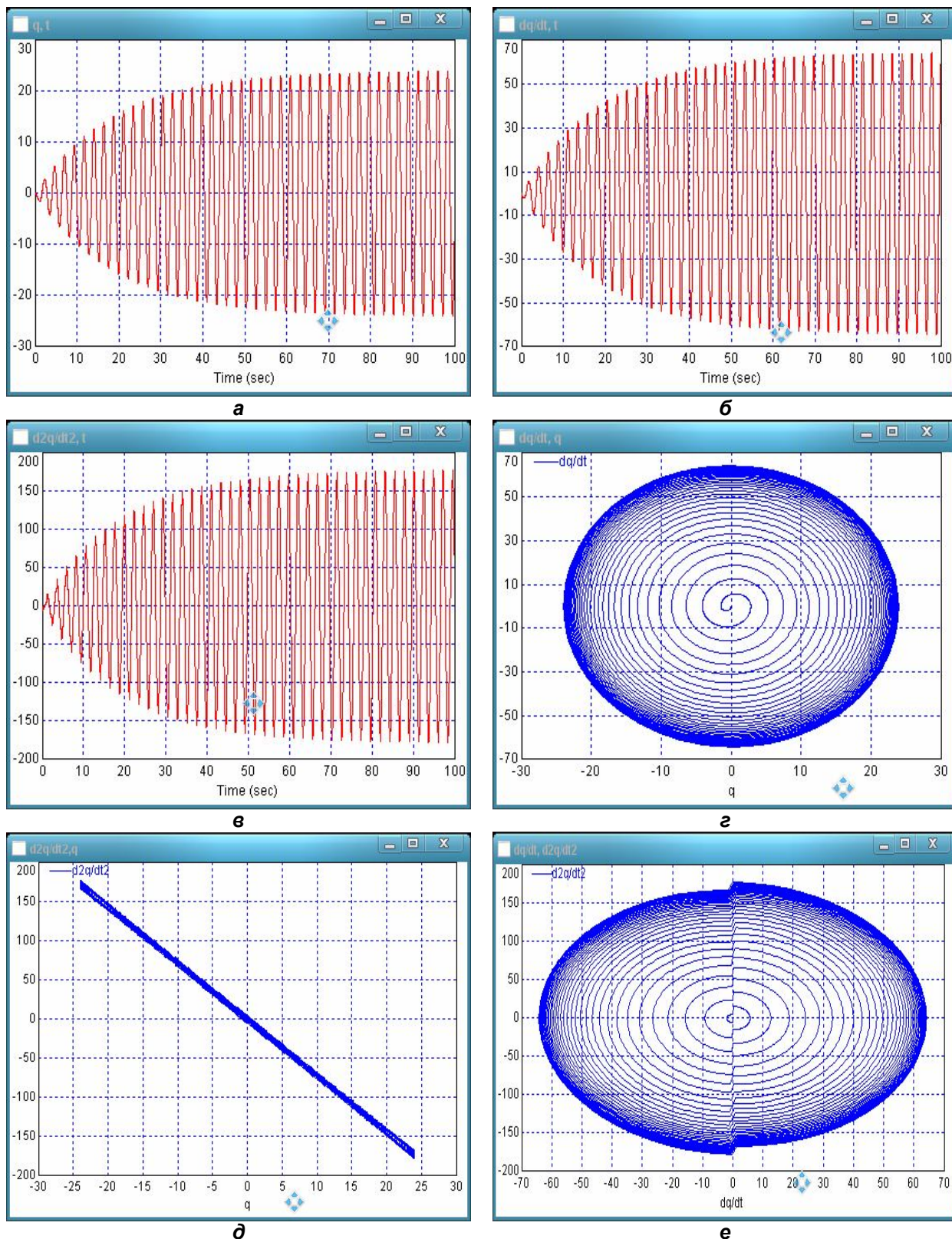
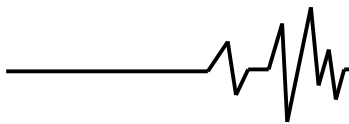
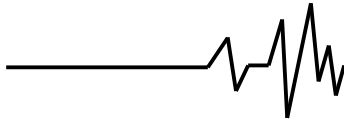


Рис. 6. Графічні залежності $q(t)$ – а, $\dot{q}(t)$ – б, $\ddot{q}(t)$ – в та фазові портрети (q, \dot{q}) – г, (\dot{q}, \ddot{q}) – д, (\dot{q}, \ddot{q}) – е при $m_1 = 10^4$ кг, $m_2 = 10^5$ кг, довжині виска $l = 15$ м, $k = 0,05$, $q_0 = 23,2875$ м, $\mu = 1000$ кг/с, $2T = 2,34258$ с

**Висновки**

1. Наведені основні принципи формування та обґрунтований динамічний аналіз автоколивень у моделях вантажопідійомних кранів у процесах їх пуску/гальмування дозволили встановити закономірності та умови м'якого збудження вказаних коливень у системі.

2. Використання діаграми Кенігса-Лемерея для вказаних кранових систем дозволило встановити основні параметри (період та амплітуду) автоколивень, які відповідають граничному циклу.

3. Результати, отримані у даній роботі, можуть бути у подальшому використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку автоколивних режимів кранових систем у процесах їх пуску/гальмування як на стадіях

проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Література

1. Брауде В.И. Системные методы расчёта грузоподъёмных машин. / В.И. Брауде, М.С. Тер-Мхитаров. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985. – 181 с.

2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с.

3. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов. / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.

4. Бутенин Н.В. Элементы теории нелинейных колебаний. / Н.В. Бутенин. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 195 с.