

**Панібрацький В. О.**

*Науково-дослідний  
інститут "Гелій"*

**Солоненко В. І.**

*Вінницький державний  
педагогічний  
університет*

**Гель П. В.**

*Вінницький  
національний  
аграрний університет*

**Чикваїдзе Г.**

**Андріс Н.**

*Інститут ФТТ  
Латвійського  
університету*

**УДК631.315.592.**

## **МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КОЛИВАНЬ ТЕМПЕРАТУРИ І КОНЦЕНТРАЦІЇ НА ПРОЦЕС ЕЛЕКТРОННО-ПРОМЕНЕВОГО РАФІНУВАННЯ КРЕМНІЮ**

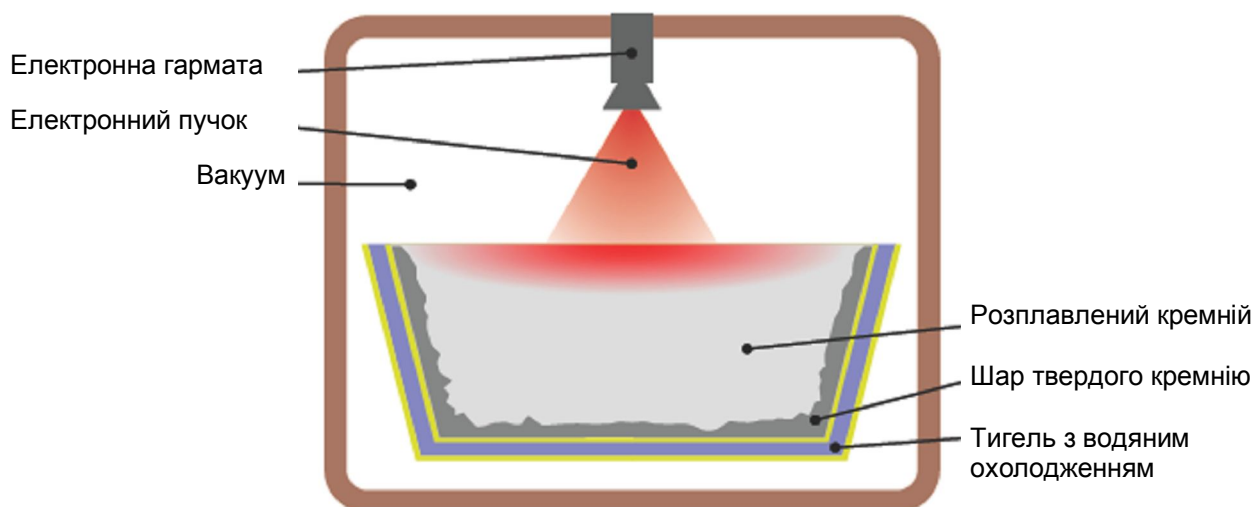
*Смоделировано и проведено исследование процесса рафинирования кремния электронно-лучевым пучком.*

*Modeled and studied the process of refining silicon cathode ray beam.*

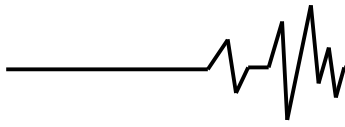
### **Короткий опис системи, що моделюється.**

В роботі описується електронно-променева система переплавлення (рис. 1.) в тиглі якої полікристалічний кремній розплавлюється за допомогою електронного пучка строго вертикально направленою на поверхню кремнію.

Температура на розплавленій поверхні досягає 2000-2500°C. Така температура, яка значно перевищує точку плавлення кремнію (1414°C), в поєднанні з низьким тиском в системі приводить до випаровування певних домішок. Рівень випаровування буде залежати від тиску випаровування цих домішок.



**Рис. 1. Узагальнена схема електронно-променевої системи для переплаву та рафінування кремнію**



Система може бути модифікована у послідовну (в якій розплавлений кремній очищується від тигля до тигля) та поєднана з іншими методами очищення для забезпечення видалення домішок, які не мають достатньо високого тиску випаровування для ефективного видалення за допомогою електронного пучка (наприклад залізо, алюміній).

Такі характеристики системи (велике перегрівання, великий температурний градієнт) викликають появу поверхневого рухомого розплавленого кремнію. Такий потік впливає на процес очищення – він може змінювати носія домішок, а також визначати товщину осаду твердого кремнію на стінках тигля.

Для знаходження характеристик розплавленого потоку можна використати математичне моделювання. Такий підхід дозволяє отримати результати без необхідності проводити дорогі та складні експерименти на реальному устаткуванні. Також практичні розрахунки показують неможливість експериментально виміряти поля швидкості розплавленого потоку через агресивне середовище.

**Властивості розплавленого кремнію в широкому діапазоні температур.**

Після аналізу літературних джерел [1] присвячених властивостям кремнієвих матеріалів було вирішено використовувати величини наведені в табл. 1.

Таблиця 1

**Властивості розплавленого кремнію, використані в цій роботі**

Властивість	Позначення та величина
точка плавлення	$T_0 = 1687 \text{ K}$
густина при $T_0$	$\rho_0 = 2580 \text{ кг/м}^3$
коефіцієнт теплового розширення	$\beta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$
питома теплоємність	$c_p = 1000 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$
в'язкість при $T_0$	$\mu = 8,6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}$
питома теплопровідність	$\lambda_0 = 67 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$
прихована теплота плавлення (фазового переходу)	$q_0 = 1,8 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$
коефіцієнт Марангоні	$\gamma = -2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н/(м} \cdot \text{K)}$
питома електропровідність	$\sigma = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Сі/м}$
коефіцієнт випромінювання	$\varepsilon = 0,27$

Властивості кремнієвих матеріалів залежать від температури та домішок. В той же час серед проаналізованих публікацій не було знайдено комплексного дослідження зміни властивостей в такому широкому діапазоні, як показано в даній роботі. Тому для визначення властивостей було зроблено декілька припущень. Ці припущення спростили розробку математичної моделі (наприклад використання констант замість термозалежних величин).

Деякі аналітичні дослідження в цій роботі враховують температурну залежність питомої теплопровідності твердого кремнію, як показано у формулі (3.1) та на рис. 3.1.

$$\lambda_{Si}(T) = 22 \left( 4,495 - 7,22 \frac{T}{T_0} + 3,728 \frac{T^2}{T_0^2} \right), \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{K}} \quad (1)$$

$\lambda, \text{Вт/м} \cdot \text{K}$

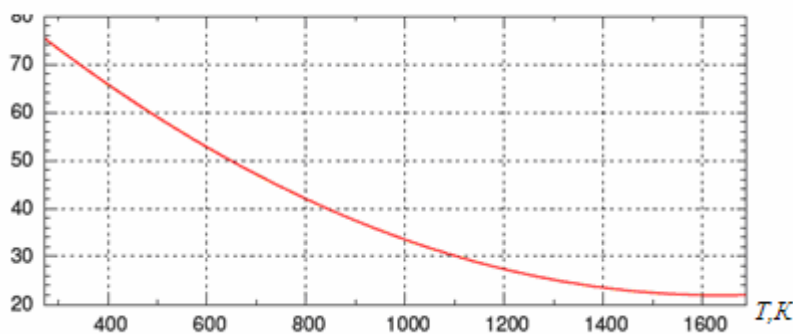
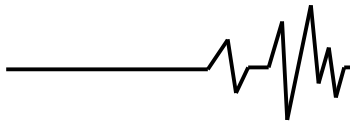


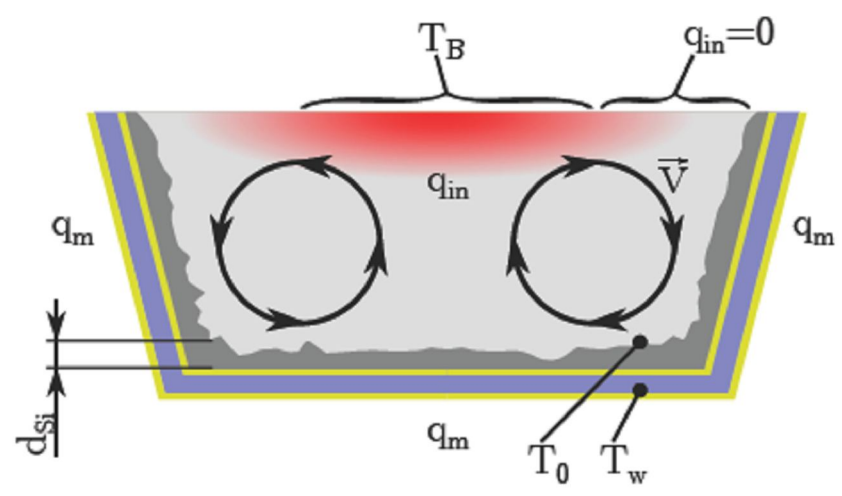
Рис. 2. Графік залежності питомої теплопровідності твердого кремнію від температури в діапазоні 273 - 1687K



**Фізична модель системи.**

Відповідно до характеристик процесу, можна розробити фізичну модель системи та

встановити граничні умови, які необхідні для розрахунків розплавленого потоку (рис.3).



**Рис. 3. Фізична модель досліджуваної системи**

Кремній розплавляється всередині мідного тигля з водяним охолодженням. Розплавлена вільна поверхня опромінюється електронним пучком із загальною потужністю 150кВт, створюючи вхідну густину теплового потоку  $q_{in}$ . Для спрощення ця поверхня поділена на дві окремі області. Одна – це внутрішня область, яка досягає високої температури  $T_B = 2500^\circ\text{C}$ . Інша – зовнішня область, в якій прийнято, що втрати тепла через випаровування та теплове випромінювання майже компенсують абсорбовану енергію електронів, таким чином використовуються граничні умови з нульовим градієнтом.

Стінки тигля охолоджуються для утворення шару твердого кремнію на його стінках. Завдяки цьому шару в розплав не потрапляють домішки від матеріалу тиглю, а також не розплавляються стінки тиглю. Температура стінок тиглю підтримуються стабільною  $T_w=300^\circ\text{C}$ .

В даній роботі передбачається використання додаткового графітового шару в конструкції тиглю, а також відмова від водяного охолодження і використання лише охолодження за рахунок випромінювання. Такий метод охолодження передбачає товщину твердого шару кремнію  $d_{Si}$ .

Очікується, що нагрітий розплав кремнію буде охолоджуватись при контакті з шаром твердого кремнію (з контактною температурою  $T_o = 1687\text{K}$ ). Через теплове розширення його густина збільшиться та поверхневий рухомий потік підніметься як показано на рис. 3.

Додатковий розплавлений потік буде створений силами Марангоні.

**Математичний опис ламінарного розплавленого потоку.**

Оскільки коефіцієнт температурного розширення достатньо малий ( $\Delta\rho/\rho_o \ll 1$ ), для опису розплавленого потоку можна використати наближення Буссінеска, тобто можна прийняти, що розплав має сталу густину, за винятком розподілу густини сили Архімеда, для якого використовується термозалежна густина  $\rho$ . Таким чином закон збереження маси перетворюється у рівняння нестискуваності.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2)$$

Рівняння Нав'є-Стокса, яке описує рух потоку відповідно до другого закону Ньютона, запишеться таким чином

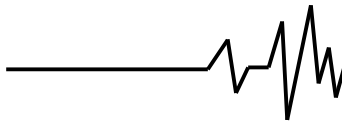
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla p) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_o} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \rho_k \vec{g}, \quad (3)$$

де  $v$  - швидкість,  $p$  - тиск,  $\nu$  - ламінарна кінематична в'язкість,  $g$  - прискорення вільного падіння,  $\rho_k$  - відношення, що визначається як

$$\rho_k = \frac{\rho}{\rho_o} = 1 - \beta(T - T_o). \quad (4)$$

Воно визначає лінійну залежність сили Архімеда від температури. Нехай відсутні зміни у інерційних властивостях рідини та її потік має сталу густину  $\rho_o$ .

Що стосується швидкості на межах, прийнято, що на поверхні тиглю – граничні умови відсутності ковзання, а на вільній поверхні – граничні умови із ковзанням.



**Необхідність моделювання турбулентності.**

Оцінити швидкість можна шляхом порівняння густини сили Архімеда з конвективними термами. Цей вираз еквівалентний другому закону Ньютона у формі  $a=F/m$ ,

$$(\vec{v}\nabla)\vec{v} = \beta(T - T_0)\vec{g}. \quad (5)$$

$$v = \sqrt{l\beta g(T - T_0)} \approx 0,3 \text{ м/с} \Rightarrow$$

Рівняння може бути переписано з використанням характеристичних величин.

$$v \frac{v}{l} = \beta(T - T_0)g \quad (6)$$

Характеристична довжина  $l = 0,1\text{м}$ , а різниця температур  $(T - T_0) = 1000\text{К}$ . В такому випадку число Рейнольда розраховується таким чином.

$$R_e = \frac{\rho_0 \sqrt{l^3 g \beta \Delta T}}{\eta} \approx 1 \cdot 10^5. \quad (7)$$

Отже розплавлений потік буде турбулентним, тобто необхідно використовувати турбулентну модель, а рівняння Нав'є-Стокса перетвориться у форму, яка включає змінну ламінарну в'язкість  $v_{eff}$ .

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \rho + \nabla(v_{eff}(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)) + \rho k \vec{g} \quad (8)$$

В цій роботі використовується модель турбулентності  $k-\omega$  SST. Вона описує турбулентні властивості рідини з урахуванням турбулентної в'язкості  $\nu_t$ , яка розраховується як відношення  $k/\omega$ , де  $k$  – турбулентна кінетична енергія, а  $\omega$  – рівень турбулентного розсіяння.

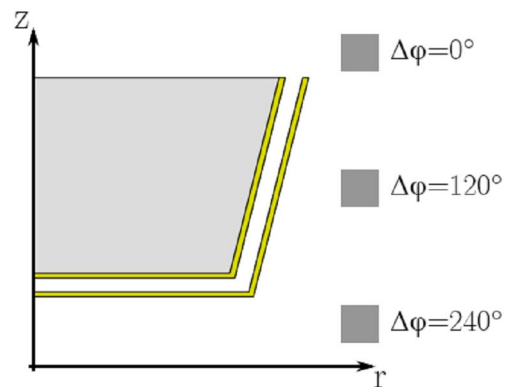
**Вплив електромагнітного поля на розплавлений потік.**

В даній роботі також рекомендується використовувати низькочастотне електромагнітне поле змінного струму для впливу на розплавлений потік. Система, що розглядається, показана на рис. 4.

Через аксіальну симетрію плавильної системи, рівняння для комплексної амплітуди азимутальної компоненти  $\vec{A}$  для векторного потенціалу магнітного поля прийме вигляд.

$$rot \vec{A} = \vec{B}, \quad \Delta A_a = \mu_0 \omega A_a - j_a. \quad (9)$$

Інші векторні потенціали приймаються рівними нулю. Вплив розплавленого потоку та струми зміщення відкидаються. Електропровідності розплаву та тиглю приймаються сталими, що дозволяє об'єднати ЕМ та ГД рівняння. Сила струму в індукторах була визначена лише за допомогою вибраних джерел струму, тобто була використана модель багатожильних котушок. Електричний струм в усіх індукторах був установлений в 1А, але з різними зсувами фази між ними для генерації магнітних потоків, що рухаються вгору.



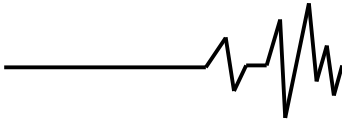
**Рис. 4. Індукційні котушки в аксіально-симетричній системі. Через позитивний фазовий зсув змінного струму в нижніх кільцях індуктора створюється магнітне поле, яке рухається вгору**

Для вирішення рівняння потенціалу магнітного вектора було використано програмне забезпечення кінцевих елементів FEMM. Після отримання рішення для ЕМ полів, спеціальний код написаний мовою Octave розраховував усереднене за часом поле густини ЕМ сили відповідно до формули.

$$\vec{f}_{EM} = \frac{1}{2} \vec{j} R_e \times \vec{B}_{Re} + \frac{1}{2} \vec{j} I_m \times \vec{B}_{Im} \quad (10)$$

Густина ЕМ сили, створеної струмом в 1А, була використана тільки як базовий розподіл сили. Оскільки рівняння ЕМ поля лінійне, реальна густина ЕМ сила пропорційна квадрату струму індуктора амплітудою  $I_{ind}$ . Таким чином модифікація програми Open FOAM враховує як розподіл  $\vec{f}_{EM}$  так величину  $I_{ind}$  та розраховує кінцеву густину ЕМ поля  $\vec{f}_{EM}$  у програмі за формулою

$$\vec{f}_{EM} = I_{ind}^2 \vec{f}_{em}. \quad (11)$$



Рівняння Нав'є-Стокса повинно бути знову скореговане для врахування впливу густини наявної магнітної сили в розплаві, як показано у формулі

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla\rho + +\nabla(v_{eff}(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T)) + \rho k \vec{g} + \frac{\vec{f}_{EM}}{\rho_0} \quad (12)$$

### Сили Марангоні.

Рух розплавленого потоку може бути викликаний не тільки термозалежною силою Архімеда в рідині або наявністю ЕМ сил, але й силами Марангоні на його поверхні.

Ефект Марангоні або термокапілярна конвекція викликаний різницею градієнта поверхневого натягу. Оскільки кремній має більший поверхневий натяг на менших температурах, розплав на поверхні повинен перемішуватись від більш нагрітих до холодніших областей відповідно до рівняння

$$\vec{\tau}_{Ma} = \gamma \nabla T_v, \quad (13)$$

де  $\vec{\tau}_{Ma}$  - дотична напружка,  $\gamma$  - коефіцієнт Марангоні,  $T_v$  - поле температури на поверхні.

### Процеси передачі тепла у розплаві та температурні граничні умови.

Через припущення, що питома теплоємність є константою, рівняння теплообміну може бути скорочено до такого рівняння для розподілу температури

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)T = \nabla \cdot (\lambda_{eff} \nabla T), \quad (14)$$

де  $\lambda_{eff}$  - це ефективна теплопровідність, тобто сума ламінарної та турбулентної теплопровідності.

Жодне джерело тепла не використовується, оскільки вважається, що вплив потоку тепла від електронного пучка на поверхні розплаву значно більший ніж вплив будь-якого джерела в розплаві (наприклад, джерело тепла, що генерується ЕМ полем).

Як було сказано вище, межа розплавлення тигель може бути описана сталою температурою  $T_0=1414^\circ\text{C}$ . Вільна поверхня розплаву може характеризуватись сталою температурою  $T_B=2500^\circ\text{C}$  в центральній точці та умовою нульового градієнту у зовнішніх областях.

Деякі розрахунки використовують більш точні граничні умови для сталої вхідної густини теплового потоку  $q_{in}$ . При використанні таких умов втрати тепла через тепловипромінювання  $q_{rad}$  будуть дорівнювати

$$q_{rad} = \sigma_{SB} \varepsilon T^4. \quad (15)$$

### Теплообмін через стінки тиглю.

В розглянутій системі інтенсивність теплового потоку  $q_m$  у розплаві буде визначатися товщиною осаду твердого кремнію  $d_{Si}$  на внутрішній поверхні. Шляхом розробки спрощених одновимірних моделей теплообміну можна розрахувати відповідну  $d_{Si}$  з густини теплового потоку  $q_m$  та розглянути різні типи конструкції тиглю.

У випадку мідного тиглю (рис. 5 а)  $d_{Si}$  може бути розрахована таким чином. Ефективна теплопровідність шару кремнію повинна розраховуватись інтегруванням  $\lambda_{Si}(T)$ .

$$d_{Si} = \frac{\lambda_{Si,eff}}{q_m} = \frac{1}{q_m} \int_{T_0}^{T_0} \lambda_{Si}(T) dT = \frac{3,592 \cdot 10^4 \text{ Bm} / \text{M}}{q_m} \quad (16)$$

Для гарантування товщини шару в 2мм, густина теплового потоку повинна бути близько  $16\text{МВт}/\text{м}^2$ . Оскільки характеристична площа поверхні тиглю складає  $0,1\text{м}^2$ , загальний тепловий потік дорівнює приблизно  $1,6\text{МВт}$ .

При використанні додаткового графітового шару (рис.5 б) температура поверхні  $T_C$  графітового шару повинна розраховуватись так само як і ефективна теплопровідність шару твердого кремнію та певного  $d_{Si}$ .

$$T_C = \frac{q_m \cdot d_C}{\lambda_C} + T_0, \quad (17)$$

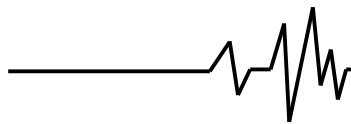
$$d_{Si} = \frac{1}{q_m} \int_{T_C}^{T_0} \lambda_{Si}(T) dT. \quad (18)$$

В цьому випадку невелика товщина шару твердого кремнію може бути отримана при меншій густині теплового потоку. При використанні шару графіту товщиною 3см з теплопровідністю  $50\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$ , шар кремнію у 2мм можна отримати при  $1,6\text{МВт}/\text{м}^2$ , що дає загальний тепловий потік  $160\text{кВт}$  - на порядок менше ніж раніше.

Можна не використовувати водяне охолодження тиглю, повністю покладаючись на теплове випромінювання (рис. 5 в). В цьому випадку температура на зовнішніх стінках буде не сталою  $T_0$ , а змінною  $T_{rad}$ , яка визначається за законом Стефана - Больцмана.

$$q_m = \sigma_{SB} \varepsilon T_{rad}^4. \quad (19)$$

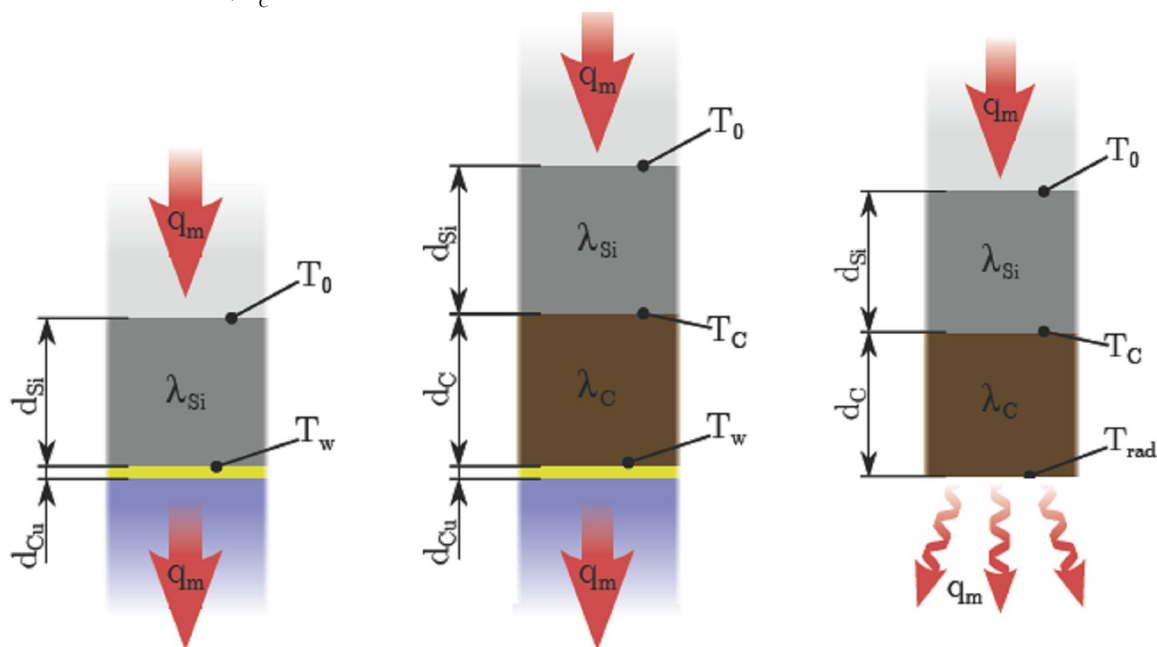
Іншими словами, було прийнято, що весь тепловий потік з розплаву буде розсіюватись із зовнішньої поверхні тиглю. Нехай, зовнішня температура буде достатньо низькою для того, щоб знехтувати випромінювання теплового потоку назад на тигель. В такому випадку  $d_{Si}$  буде розраховуватись за формулами



$$T_C = \frac{q_m \cdot d_C}{\lambda_C} + 4 \sqrt{\frac{q_m}{\sigma_{SB} \cdot \varepsilon}}, \quad (20)$$

$$d_{Si} = \frac{1}{q_m} \int_{T_C}^{T_0} \lambda_{Si}(T) dT. \quad (21)$$

Якщо не використовувати водяне охолодження, тонкий шар твердого кремнію товщиною 2мм можна отримати при густині теплового потоку 0,1МВт/м<sup>2</sup>, що дає загальний тепловий потік 10кВт.



**Рис. 5. Одновимірні моделі для оцінки товщини шару твердого кремнію**  
 а) мідний тигель                                      б) графітовий тигель з водяним охолодженням                                      в) графітовий тигель з радіаційним охолодженням

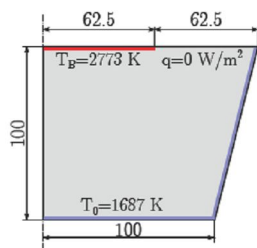
**Розрахунок розплавленого потоку та оцінка отриманої глибини розплаву.**

Для гідродинамічних розрахунків використовувався пакет прикладних програм з відкритим програмним кодом Open FOAM, а саме стандартний комплекс buoyant Boussinesq Simple Foam, який реалізує підхід Буссінеска та моделі турбулентності, ряд компонентів яких показані вище.

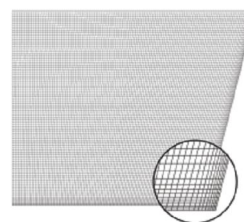
Форма розплаву та граничні умови, використані для перших розрахунків можна побачити на рис. 6. Реальна система

знаходиться у формі зрізаної піраміди, проте вона може бути змодельована в аксіально-симетричному наближенні. Це дозволяє використовувати менше ресурсів для ГД розрахунків та полегшує аналіз результатів.

Сітка, що використовувалася для розрахунків показана на рис. 7. Вона складається з 9900 комірок, розміри яких зменшені при наближенні до твердих стінок з метою включення ламінарного граничного шару – обов'язкової задачі для відповідної моделі турбулентного ефекту.

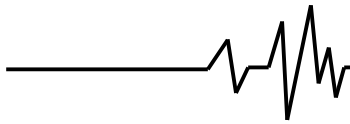


**Рис. 6. Виміри розплаву з використанням для розрахунків аксіально-симетричних розрахунків**



**Рис. 7. Сітка використовувана розплавленого потоку**





Крім розрахунків з повною глибиною розплаву, було визначено дві інші форми розплаву, які мають половину та четвертину повної висоти тиглю (рис.8). Такі форми необхідні для випадків, коли вміст тиглю частково кристалізується. Відповідно до математичної моделі, розплавлений потік повинен забезпечувати певну величину

теплого потоку для забезпечення невеликої товщини осаду твердого кремнію. Величина густини теплового потоку може бути проаналізована при моделюванні різної товщини осаду для вибору найкращої. Це дуже спрощений підхід до знаходження переходу розплав-кристал (так зване завдання Стефана).

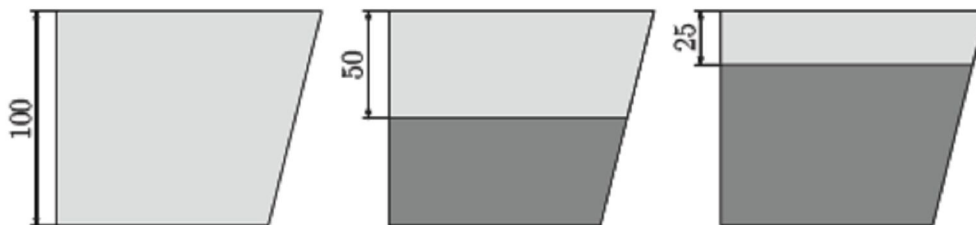


Рис. 8. Моделювання різної глибини розплаву

**Результати.**

Отримані поля температури та швидкості показані на рис. 9. Характеристики розплаву такі як очікувалось – розплав опускається вниз по охолоджених стінках тиглю, проте піднімається вгору в центрі. Максимальний

рівень швидкості розплавленого потоку (0,06м/с) приблизно така сама як і було оцінено ~ 0,3м/с. Тобто використання турбулентної моделі виправдано. Також підтвердженням є те, що турбулентна в'язкість у 120 разів більша ніж ламінарна в'язкість (рис.10).

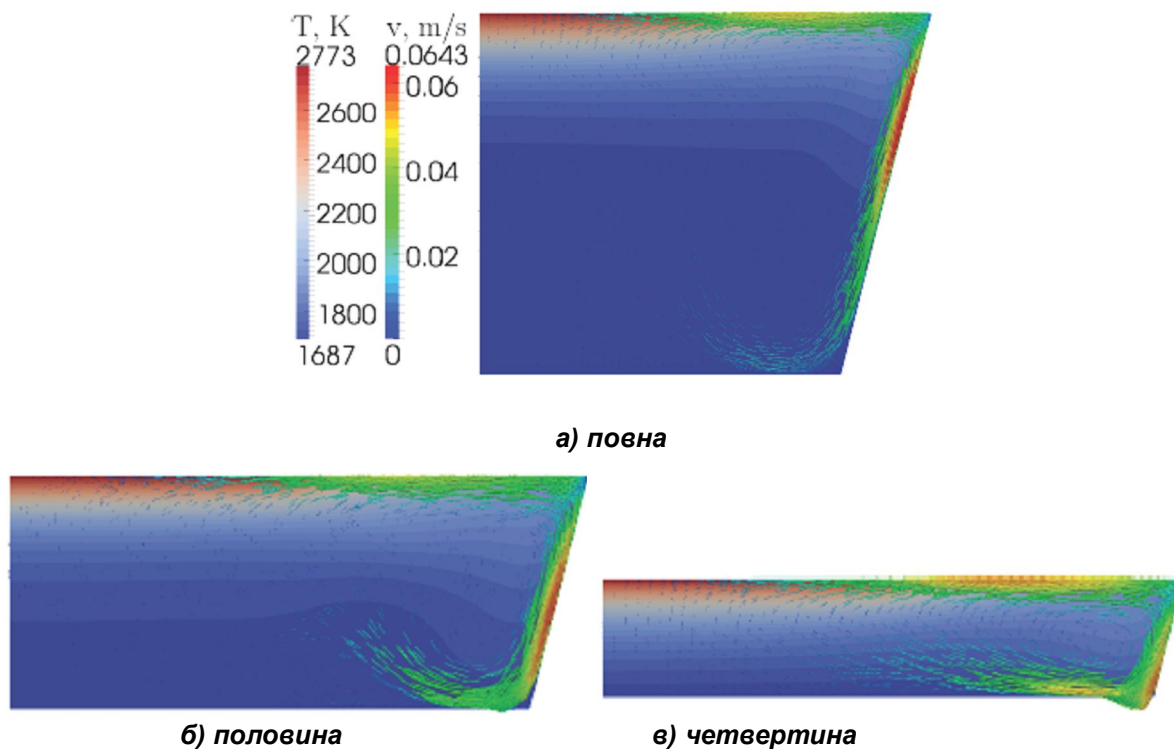


Рис. 9. Розраховані поля температури та швидкості при різних моделях глибини розплаву

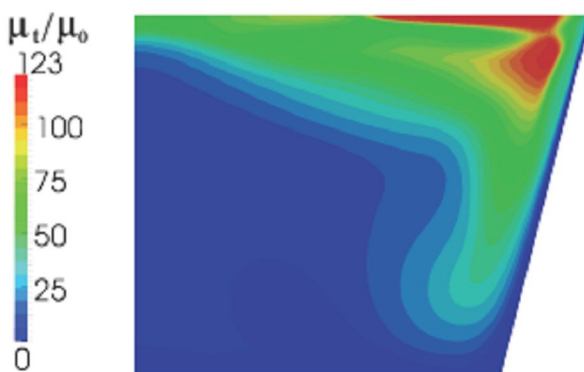
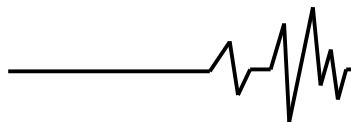


Рис 10. Відношення турбулентної та ламінарної в'язкості

Незважаючи на те, що потік є турбулентним, він є досить малорухомим. Сили Архімеда не достатньо великі для забезпечення великої конвекції розплаву. Це також можна побачити при аналізованні розподілу густини теплового потоку на межі розплаву (рис.11.).

Величина густини теплового потоку вище на боках ніж на дні. Також видно, що густина теплового потоку зростає при зменшенні глибини потоку. Така ситуація може бути проаналізована з використанням раніше розробленої одновимірної моделі теплопровідності.

$q_m$ ,  
МВт/м<sup>2</sup>

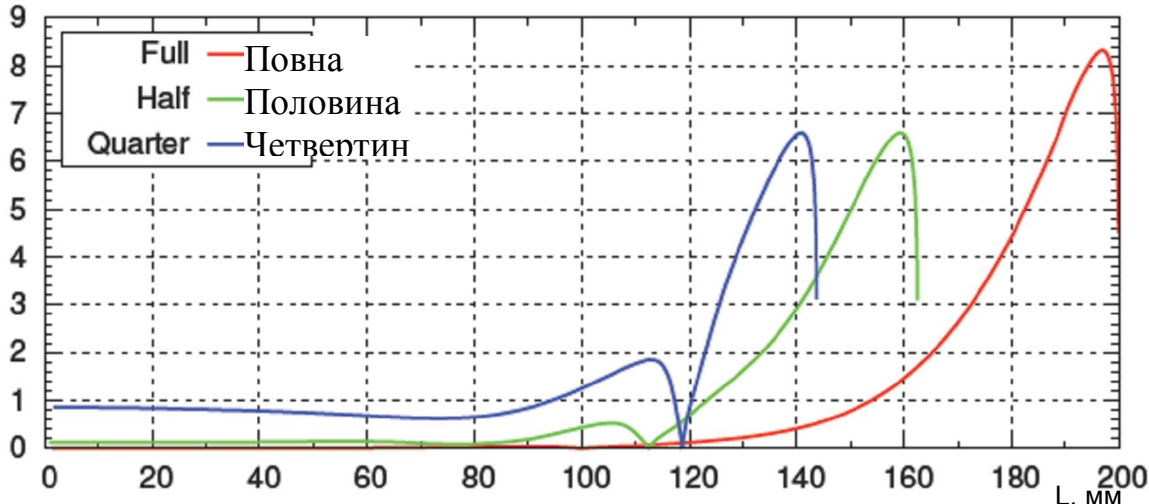


Рис. 11. Розподіл густини теплового потоку на стінках тиглю

Якщо припустити, що кремній розташовується в мідному тиглі зі стінками, які мають сталу температуру у 573К, тоді приблизна товщина осаду твердого кремнію показана в табл. 2. Результат реалістичний тільки у випадку четвертинної глибини розплаву, тобто розрахована товщина твердого

кремнію в 60мм приблизно така ж як змодельована товщина у 75мм.

Загальний тепловий потік у всіх випадках був близько 130-170кВт. Це величина відповідає характеристичній потужності електронної пушки використаної у горні.

Таблиця 2

Розрахована товщина шару твердого кремнію на дні тиглю

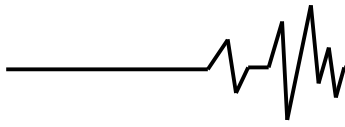
Товщина розплаву	Повна	Половина	Четвертина
S <sub>i</sub> товщина твердого кремнію, мм	1000-7000	170-190	50-60

**Тестування розрахунків.**

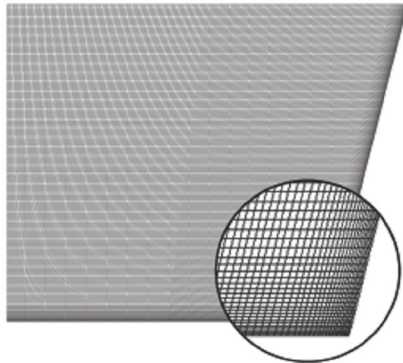
Для підведення підсумків з отриманих результатів, необхідно пересвідчитись, що на

результат не впливає вибір параметрів цифрових розрахунків. Для цього були проведені розрахунки з кінцевою сіткою





(рис. 12.), а також використані різні схеми дискретизації для конвекції замість обмеженої лінійності. Знайдена різниця між швидкістю розплавленого потоку та густиною теплового потоку незначна (не більше 3%).



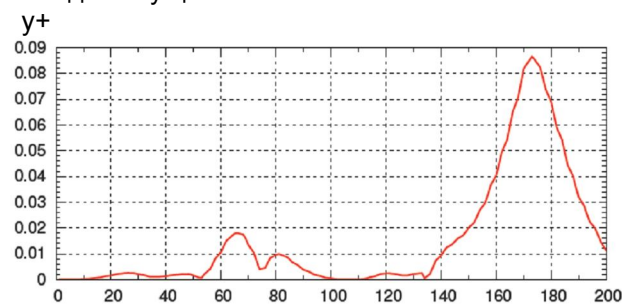
**Рис. 12. Кінцева сітка використана для перевірки результатів**

Для перевірки коректності турбулентної моделі була розрахована величина  $y^+$  для випадку повної глибини розплаву та грубої сітки. Це безрозмірна величина, яка характеризує наскільки точно ламінарний граничний шар моделюється використаною сіткою.

$$y^+ = \frac{\sqrt{\tau_w} \cdot y}{\nu}, \quad (22)$$

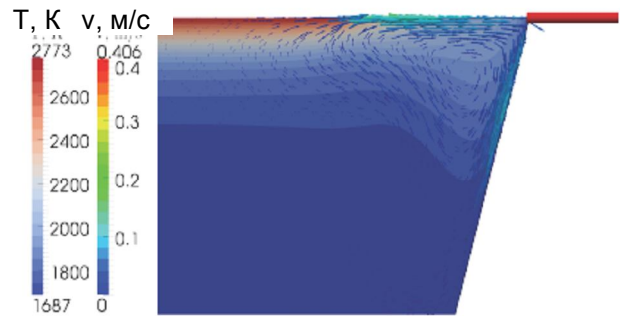
де  $\tau_w$  - дотична напруга, яка діє між стіною та центром найближчих комірок сітки;  $y$  – відстань між точками.

Залежно від джерела рекомендується використовувати величини від  $y^+ < 1$ , до  $y^+ < 5$ . Як видно з рис. 13 розрахунки мають  $y^+ < 0,1$ , тобто ця сітка є коректною для розрахунків наведених у цій частині.



**Рис. 13. Величина  $y^+$  на межі розплаву**

Раніше подані розрахунки не беруть до уваги сили Марангоні, оскільки Open FEOM не має відповідних функцій для граничних умов. Тому такі граничні умови були розроблені локально. Результати розрахунків отримані з урахуванням цих граничних меж показані на рис. 14.



**Рис. 14. Розраховані поля температури та швидкості з урахуванням сил Марангоні на поверхні розплаву**

На куті, де гарячий розплав зустрічається з охолодженим тиглем, розрахована дуже велика швидкість розплаву (більше 0,4 м/с). Такий результат не відповідає законам фізики і показує, що самостійно написані граничні умови повинні бути покращені.

Проте це дозволяє оцінити ефект Марангоні на систему. Він незначно впливає на загальний потік розплаву та тепловий потік, отже, подальші розрахунки не будуть включати вплив ефекту Марангоні.

### Висновки

Отримані результати з використанням бібліотеки Open FOAM. Показано, що запропонована математична модель підходить для моделювання ситуації – потік розплаву дійсно турбулентний. Сітка використана при розрахунках коректна. Результат не залежить від параметрів цифрових розрахунків. Ефект Марангоні не впливає на загальні характеристики системи і може бути знехтуваний.

Показано, що потік розплаву через силу Архімеда не дуже сильний. Використовуючи мідний тигель з водним охолодженням не можливо розплавити весь кремній. Краще отримувати розплав глибиною 25 мм, тобто чверть від висоти тиглю.

Розрахунок загального теплового потоку показав, що глибина розплаву у 25мм, може бути отримана з електронною гарматою потужністю у 150 кВт.

### Література

1. Reduction of Silicon Crust on the Crucible Walls in Silicon Melt Purifying Processes with Electron Beam Technology by means of Low-frequency Traveling Magnetic Fields, A. Krauze, A. Muiznieks, K. Bergfelds, K. Janisels, G. Chikvaidze— Magnetohydrodynamics, 47(4):369–383, 2011.