Игуменцев Е. А.

Прокопенко Е. А.

Украинская инженерно-педагогическая академия

УДК 261.438:534.647.083.8

СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ НОРМИРОВАНИЯ ВИБРАЦИИ

Розроблено статистичну модель нормування загального рівня вібрації газоперекачувальних агрегатів. Граничні рівні вібрації, за якими ремонт агрегатів не потрібен, встановлені за допомогою критерію Неймана – Пірсона. Зроблені висновки щодо застосування моментів першого та другого порядку розподілу ймовірностей вібрації граничних рівнів.

This paper presents a novel approach to research of gascompressor unit vibrations. The statistical model of vibration conditioning was investigated. Threshold levels of vibration are defined for gascompressor units. The Neumann-Pearson criterion is used for analysis.

Основной проблемой при эксплуатации газотурбинных газоперекачивающих агрегатов (ГПА) является правильная сравнительная оценка интенсивности вибрации, замеряемой на корпусах подшипников [1]. Под бездефектным агрегатом подразумевается ГПА, структура которого обеспечивает безаварийную эксплуатацию, а вибрация является естественным состоянием (всегда есть уровень вибрации, который можно рассматривать как безопасный, нормальный).

Такая постановка проблемы в общем виде обеспечивает выполнение задания государственного комитета по науке и технике: «Ресурсосберегающие электромеханические системы».

В зависимости от диагностической модели техническое состояние ГПА может быть оценено методами статистических решений, которые требуют для описания технического состояния ГПА определения допустимого значения вибрации V_n [2]. Однако, в большинстве случаев определение V_n путем прямого диагностического эксперимента невозможно из-за высокой стоимости работ. Другой путь решения этой задачи заключается в проведении пассивного диагностического эксперимента по результатам виброобследований большого числа (парка) работающих ГПА. Тогда на основании известного распределения уровня вибрации V можно определить ее предельное значение V_n с конечной вероятностью P_V, при которой не превышается заданный минимальный уровень A и не требуется ремонт ГПА. Статистический подход определения V_n дает два пути [3]. Первый основан на текущих показаниях вибрации машин, находящихся в хорошем состоянии, с определением V_n для вероятности, не превышающей заданный нижний уровень A:

$$P_V = P_V(V > V_n) = \int_{V_n}^{\infty} p_V(V)dV \le A\,, \qquad (1)$$

где $p_V(V)$ – плотность вероятности вибрации (виброскорости) парка ГПА.

Таким образом минимизируется уровень ненужного ремонта ГПА (рис. 1). Однако, использование этого метода ограничивается тем, что не учитывается влияние на V_n вероятности хорошего состояния машины P_x в зависимости от проведенных ремонтов [3].

С целью повышения точности путем учета вероятности хорошего состояния ГПА предлагается второй путь основанный на статистическом критерии (лемме) Неймана – Пирсона, согласно которому, зная лишь вероятностную плотность вибрационного сигнала $p_V(V)$, полученного при пассивном эксперименте на ГПА, находящихся в хорошем состоянии минимизируется вероятность выхода из строя ГПА путем определения оптимального значения заранее заданного уровня A для величины V_n.

Оптимальное значение заданного уровня A можно определить путем отбора критерия для простой гипотеза H: «Ремонт не нужен». С ней конкурирует альтернативная простая гипотеза $H1$: «Поломка не произойдет, если вовремя отремонтировать ГПА». Критическая область V_n проверяет простую гипотезу H на уровне значимости A (рис. 2). Согласно лемме Неймана – Пирсона для предельной величины можно записать:

$$\int_{V_n}^{\infty} p_V(V)dV \Big/ \int_{V_n}^{\infty} p_x(V)dV \le A\,. \qquad (2)$$

Здесь $P_x = \int_{V_n}^{\infty} p_x(V)dV$, $p_x(V)$ — вероятность и плотность вероятности хорошего состояния ГПА (поломка не произойдет). Следует заметить, что вероятность хорошего состояния ГПА P_x связана с незамеченной (пропущенной) неисправностью равенством (рис. 2):

$$P_x = (1-\beta) = 1 - \int_{-\infty}^{V_n} p_x(V)dV . \quad (3)$$

Соотношение (2) можно усилить, предположив [3], что общая вероятность тревоги поломки ГПА (совместная вероятность P_x и P_V) должна равняться заданному допускаемому уровню A для критической области V_n, при которой ремонт не требуется:

$$P_x \cdot \int_{V_n}^{\infty} p_V(V)dV = A . \quad (4)$$

Складывая левые и правые части (2) и (4), получим

$$\frac{2-\beta^2}{2}\int_{V_n}^{\infty} p_V(V)dV \le A . \quad (5)$$

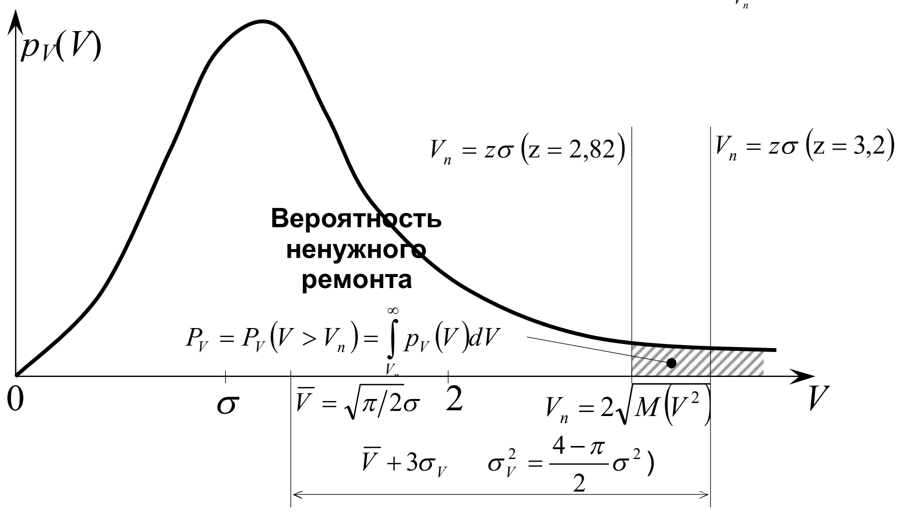

Рис. 1. Определение предельного уровня вибрации V_n на основе закона распределения Рэлея случайной виброскорости парка агрегатов в нормальном состоянии

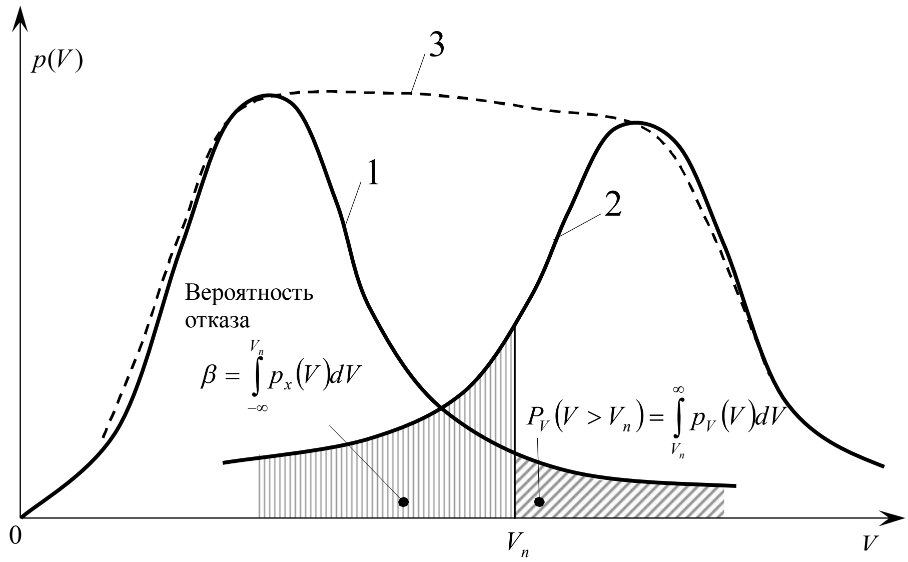

Рис. 2. Выбор гипотезы о ненужном ремонте на основе критерия Неймана – Пирсона: 1 – плотность вероятности нормальной работы $p_V(V)$; 2 – плотность вероятности отказа $p_X(V)$; 3 – совместная плотность вероятности тревоги отказа

Прежде чем определить V_n из неравенства (5) получим V_n как случайную переменную величину для различных V по неравенству Чебышева из выражения (1) в виде:

$$P_V\left(V-\overline{V}\geq t\sigma_V\right)\leq\frac{1}{2t^2}\,;\qquad V_n-\overline{V}=t\sigma_V>0\,,$$

где $P_V\left(V-\overline{V}\geq t\sigma_V\right)$ — вероятность превышения V предельного значения $V_n=\overline{V}+t\sigma_V$; t — число, характеризующее порядок отклонения среднеквадратичных значений σ_V от среднего значения $\overline{V}$. Учитывая, что знак равенства в (5) и (6) минимизирует отказ и оптимизирует V_n, и объединяя (5) и (6), получим

$$t=\frac{V_n-\overline{V}}{\sigma_V}=\sqrt{\frac{2-\beta^2}{4A}}\,. \qquad (7)$$

Здесь среднее и среднеквадратичное значения вибрации (виброскорости) парка агрегатов вычисляются по известным формулам математической статистики

$$\overline{V}=\frac{\sum_{k=1}^{n}V_k}{n}\,;\qquad \sigma_V=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(V_k-\overline{V}\right)^2}{n-1}}\,.$$

Вводя замену $A=KP_V$ получим

$$K=\frac{2-\beta^2}{4P_Vt^2}\,, \qquad (9)$$

где K – коэффициент запаса поломок, когда гипотеза о том, что ремонт не нужен, принимается [3] (K = 1 ÷ 3 – обычные поломки, K = 3 ÷ 10 – поломки с опасными последствиями).

Соотношение (9) позволяет по известному распределению плотности вероятности вибрации парка агрегатов $p_V(V)$ и плотности вероятности отказа $p_x(V)$ с помощью таблицы квантилей подобрать t, β и P_V таким образом, что бы гипотеза H принималась, т.е. коэффициент K соответствовал формуле (9), а затем рассчитать по уравнению (7) предельное значение V_n.

В качестве математической модели ГПА рассмотрим процесс, состоящий из суммы гармоники и вибрационного шума [1] «гармоника + шум» (рис.3)

$$a):\,G_G=V_G^2/2=s_G^2,s_{Ш}^2=\int_0^f Gdf=Gf,s^2=s_G^2+s_{Ш}^2\,.$$

Такая модель достаточно проста, хорошо аппроксимирует большинство реальных вибрационных процессов и позволяет получить необходимые аналитические соотношения между значениями вибрации. Предполагая, что в контролируемой полосе частот f < 1000 Гц [2] спектральная плотность шума постоянна (рис. 3.а) представим выражение для общего уровня (среднеквадратического значения) виброскорости отдельного агрегата [1] в виде:

(6) $$V=\sqrt{\sigma_ш^2+V_Г^2/2}\,, \qquad (10)$$

где $\sigma_ш$ – среднеквадратичное значение (с.к.з.) шума; $\sigma_ш^2=V_Г^2/2$, $V_Г$ – соответственно дисперсия и амплитуда гармонической вибрации.

В работе [4] установлено, что случайная амплитуда гармонической составляющей виброскорости парка ГПА $V_Г$ имеет плотность распределения Рэлея или «ХИ-распределение» с двумя степенями свободы (m = 2). Аналогично, можно показать, что дисперсия шума $\sigma_ш^2$ также имеет распределения «ХИ-квадрат» с двумя степенями свободы. Кроме того, известно, что распределение «ХИ-квадрат» с m = 2 соответствует экспоненциальному распределению. Тогда плотность распределения квадрата общего уровня вибрации (8) $y = V^2$ парка агрегатов является композицией двух экспоненциальных распределений с различными дисперсиями ($\sigma_Г^2$ и $\sigma_ш^2$) и может быть представлена в таком виде:

$$p(y)=\frac{1}{2\left(\sigma_Г^2-\sigma_ш^2\right)}\left[\exp\left(-\frac{y}{2\sigma_Г^2}\right)-\exp\left(-\frac{y}{2\sigma_ш^2}\right)\right].\qquad (11)$$

Вводя соотношения $\alpha=\sigma_Г/\sigma_ш$; $\sigma^2=\sigma_Г^2+\sigma_ш^2=\sigma_ш^2\left(\alpha^2+1\right)$ и переходя от y к плотности вероятности общего уровня вибрации V с дисперсией σ^2, получим следующее «виброраспределение»:

$$p_V(V)=\frac{\alpha^2p_1(V)-p_2(V)}{\alpha^2-1}\,;\;p_1(V)=\frac{V}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right);$$

$$p_2(V)=\frac{V\alpha^2}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2\alpha^2}{2\sigma^2}\right). \qquad (12)$$

Здесь $p_1(V)$ и $p_2(V)$ – являются распределениями Рэлея соответственно с дисперсиями σ^2 и σ^2/α^2.

Рассмотрим предельные случаи. При большом отношении «сигнал – шум» ($\alpha\to\infty$) распределение (12) переходит в распределение Рэлея.

Если гармоника и шум соизмеримы (α = 1), то распределение (12) является «ХИ-распределением» с четырьмя степенями свободы (m = 4).

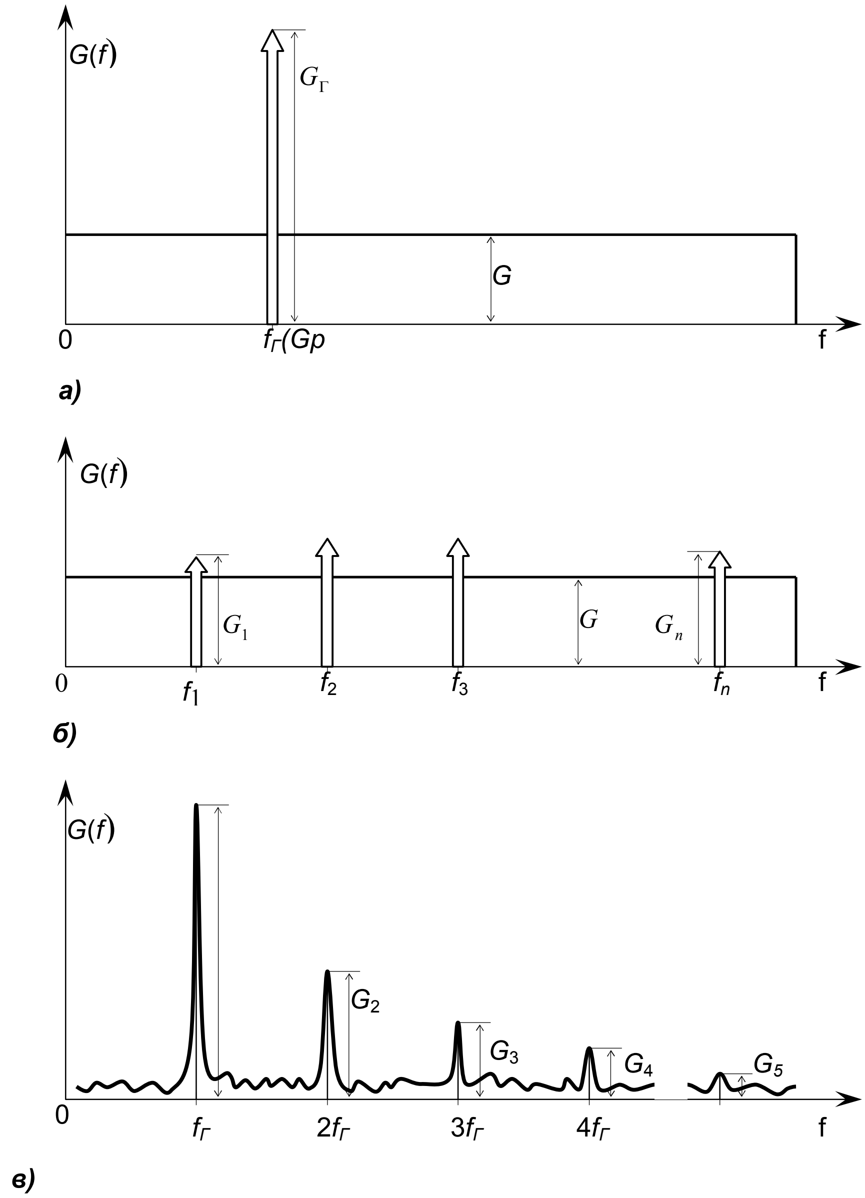

Рис. 3. Спектральная плотность виброскорости моделей вибрации:
а) «гармоника + шум»; б) «гармоники в шуме»;
в) сумма узкополосых процессов

Модель вибрации на рис. 3,б состоит из нескольких гармоник, соизмеримых с шумом:

$$G_1 = V_1^2 / 2 = \sigma_1^2, \quad \sigma_Ш^2 = \int_0^f G df = Gf,$$

$$G_n = V_n^2 / 2 = \sigma_n^2, \quad \sigma^2 = \sum_{k=1}^{n} G_k + \sigma_Ш^2 .$$

Тогда степень свободы в «ХИ-распределении» связана с числом гармоник n равенством $m = 2(n + 1)$. При большом числе гармоник «ХИ-распределение» переходит в распределение Гаусса. Если гармоническая вибрация отсутствует и процесс является Гауссовым белым шумом, то распределение общего уровня вибрации описывается распределением Рэлея.

Воспользуемся «виброраспределением» для вычисления β:

$$P_V = \int_{V_n}^{\infty} p_V(V) dV = \frac{\alpha^2 \beta_1 - \beta_2}{\alpha^2 - 1}; \quad \beta_1 = \int_{V_n}^{\infty} p_1(V) dV$$
$$\beta_2 = \int_{V_n}^{\infty} p_2(V) dV \qquad (13)$$

Интегралы β_1 и β_2 вычисляем с помощью таблицы квантилей распределения Рэлея для безразмерного предельного уровня вибрации $z = V_n/\sigma$; $z_1 = V_n/\sigma$; $z_2 = V_n\alpha/\sigma$. Связь между параметрами t и z в распределении Рэлея получим из первой части равенства (7), используя вероятностные моменты распределения Рэлея $\overline{V} = \sqrt{\pi/2}\sigma$; $\sigma^2 = (2-\pi/2)\sigma^2$, в виде:

$$t = \frac{\sqrt{2}z - \sqrt{\pi}}{\sqrt{4-\pi}}. \qquad (14)$$

Следует заметить, что для больших величин V_n ($z > 2{,}8$), а именно такие величины мы будем испытывать для вычисления K, интеграл $\beta_2 \approx 0$, так как значение z_2 в α раз больше z_1 ($\alpha > 1.6$) и при $\beta_1 = 0{,}02$, $\beta_2 = 0$. Подставив (13) и (14) в (9), получим окончательное выражение для K:

$$K = \frac{\left(2-\beta^2\right)\left(\alpha^2-1\right)\left(4-\pi\right)}{4\alpha^2\beta_1\left(2z^2 - 2\sqrt{2\pi}z + \pi\right)}. \qquad (15)$$

Экспериментальное определение отношения «сигнал-шум» α, входящего в соотношение (15), требует применения аппаратуры спектрального анализа. Однако, если воспользоваться теоретической зависимостью между амплитудой первой роторной гармоники виброскорости и общим уровнем вибрации [4], то для набора статистических данных по среднеквадратичному значению σ виброскорости парка ГПА можно использовать обычный виброметр.

Соотношение между величинами V и $V_Г$ получено для модели вибрации (рис. 3.в), спектр которой представляет сумму узкополосных случайных процессов:

$$G_1 = a^2 V_Г^2/2 = a^2\sigma_Г^2, \quad \sigma_ш^2 = \left(a^2-1\right)\sigma_Г^2 + \sum_{k=2}^{n} G_k,$$

$$\sigma^2 = \sigma_Г^2 + \sigma_ш^2.$$

При этом [4]

$$V = \sqrt{\frac{a^2V_Г^2 + b^2V_Г^4}{2}}, \qquad (16)$$

где a и b – коэффициенты шума, теоретический и экспериментальный способ определения которых приведен в работе [4].

Выражение коэффициента a в зависимости от $\alpha = \sigma_Г/\sigma_ш$ представлено в работе [1] в следующем виде:

$$a = \sqrt{\frac{\left(\alpha^2+1\right)\left(8e/\pi\right)^{\left(\alpha^2+1\right)^{-1/2}}}{\alpha^2+2}}. \qquad (17)$$

Записывая выражение для дисперсии шума $\sigma_ш^2 = \sigma^2 - V_Г^2/2$ и вычисляя $V_Г^2$ из квадратного уравнения, составленного из соотношения (16) при $V = \sigma$, представим зависимость «сигнал – шум» α от σ в виде:

$$\alpha^2 = \frac{2}{2\left(a^2-1\right) + \left(\sqrt{a^4 + 8\sigma^2b^2} - a^2\right)}. \qquad (18)$$

Вероятность отказа ГПА до момента времени его наработки $t_Н$ получена в работе [5]. По виду гистограмм [5] можно заключить, что распределением величины $t_Н$ могут служить гамма распределение или распределение Вейбула–Гнеденко. Поскольку экспериментальные данные для оценки вероятности отказа в функции виброскорости не получены из-за того, что времени наработки до капитального ремонта ГПА соответствуют малые значения вероятности отказа, воспользуемся статистической зависимостью вибрации от вероятности отказа в межремонтный период. Экспериментальные данные аппроксимируем линейной функцией в виде $\beta = k_V V$, где k_V – угловой коэффициент наклона линейной функции, виброскорости для агрегата ГПА-10 равный $k_V = 10^{-2}\,с/мм$.

Применение полученного соотношения (15) покажем на примере расчета предельных значений общего уровня вибрации газоперекачивающего агрегата ГПА-10, эксплуатируемого на компрессорных станциях ДК «Укртрансгаз». В качестве предельных значений выберем два варианта оценок.

Первый вариант:

$$V_n = 2\sqrt{M\left(V^2\right)}, \qquad (19)$$

где $M(V^2)$ – математическое ожидание квадрата виброскорости (начальный момент второго порядка).

Второй вариант:

$$V_n = \overline{V} + 3\sigma_V. \qquad (20)$$

Оценка (19) предложена в работе [4], а (20) – так называемое, правило «трех сигма», – в работе [6]. По первому и второму варианту параметры «виброраспределения» t, z, β_1 соответственно равны 2,4; 2,82; 0,02 и 3; 3,22; 0,0055. Результаты расчетов предельных среднеквадратичных значений виброскорости представлены в таблице. Статистические экспериментальные данные получены при виброиспытании в эксплуатационных условиях парка агрегатов ГПА-10 в количестве 310 штук. Измерение виброскорости проводилось на корпусах подшипников в шести точках двигателя в соответствии с действующей методикой [6]. Использовались обычные виброметры и аппаратура спектрального анализа фирмы «Брюль и Къер». Для сравнения приведены предельные значения существующих норм вибрации [7], замеренной в штатных точках измерений (точка 2 и 5).

Из таблицы следует, что предельные значения V_n по двум вариантам расчетов удовлетворяют гипотезе H («Ремонт не нужен»). При этом по первому варианту $K \le 3$ и в случае ошибки в принятии гипотезы H произойдут обычные поломки. По второму варианту $3 < K \le 10$ и в случае ошибки в принятии гипотезы H произойдут поломки с опасными последствиями. Оценка по первому варианту безопаснее и предпочтительнее оценки по второму варианту. Существующие предельные нормы вибрации (таблица) намного выше предлагаемых расчетных. Такие значения уровней вибрации снижают ресурс агрегатов и могут приводить к остановкам и авариям на различной стадии их эксплуатации, что и наблюдается в действительности на КС [6].

Таблица

Предельные значения виброскорости корпусов подшипников газоперекачивающего агрегата ГПА-10

Параметр	Номер точки измерения				
	2	3*	4*	5	6*
Среднеквадратичное значение виброскорости парка ГПА, мм/с	3,9	4,5	5	4,7	5
Коэффициент гармоник b, с/мм	0,120	0,118	0,114	0,117	0,114
Коэффициент шума a^2	1,05	1,00	1,00	1,00	1,00
Вероятность отказа:					
I вариант	0,11	0,13	0,14	0,18	0,14
II вариант	0,13	0,15	0,16	0,15	0,16
Отношение «сигнал – шум» α^2	2,7	2,9	3,92	3,0	3,92
Коэффициент запаса поломок K:					
I вариант	2,73	2,85	3,2	2,9	3,2
II вариант	6,27	6,55	7,35	6,67	7,35
Предельные значения виброскорости (V_n), мм/с					
I вариант	11,0	12,7	14,0	13,0	14,0
II вариант	12,5	14,5	16,0	15,0	16,0
Предельные нормы виброскорости [7], мм/с	30	—	—	30	—
* Дополнительно точки измерений (по сравнению с заводскими нормами [7]) в соответствии с [6]					

Дальнейшую градацию норм вибрации с оценкой: «Требует принятия мер» можно получить в соответствии с рекомендациями международных стандартов ИСО 2372, UDI 2056 и существующих норм [7], уменьшая предельный уровень V_n в 2,5 раза (8 дБ). Затем следующую градацию норм: «Допустимо» получим, уменьшая V_n на $2 \cdot 8 = 16$ дБ. В некоторых случаях [7] класс состояния разбивается на две части по 4 дБ в каждом, что в сумме соответствует 8 дБ, т.е. ранее рассмотренному классу.

Выводы.

Рассмотрено применение нового подхода к нормированию общего уровня виброскорости по статистическим данным виброобследований большого парка ГПА, что позволяет установить научно-обоснованные нормы вибрации для отдельных точек измерений вибрации на агрегате. Примененный подход реализован с помощью критерия Неймана – Пирсона и обобщает традиционные методы нормирования, базирующиеся на рекомендациях ИСО.

Приведены числовые примеры, основанные на полученной плотности вероятности виброскорости парка ГПА. Числовые примеры показывают, что в качестве оценки предельных уровней вибрации следует использовать правило «трех сигм». Установлено, что предпочтительней применять оценку, равную удвоенному корню квадратному из центрального момента второго порядка случайной виброскорости парка ГПА.

Существующие нормы и предельные уровни вибрации агрегата ГПА-10«Волна» значительно выше расчетных, т.е. для надежной эксплуатации при таких нормах требуются дополнительные затраты. Приведение норм к расчетным значениям позволит продлить ресурс ГПА и их безаварийную эксплуатацию без дополнительных затрат.

Литература

1. Костин В.И. Сравнительная оценка интенсивности вибрации с переменной во времени амплитудой эквивалентным значением виброскорости гармонических колебаний. Пробл. прочности. — 1974. — № 9. — с.103-107.
2. Игуменцев Е.А., Марчук Я.С., Гетьманенко С.В. Нормирование вибрации газоперекачивающих агрегатов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль.– 2002.– №3.– с.7-12.
3. Cempel C. Determination of vibration symptom limit value in diagnostics of machinery. — Maintenance Management International, 5 1985. — 297-304.
4. Игуменцев Е.А., Костин В.И. Нормирование вибрации газотурбинных ГПА // Проблемы прочности. — 1989. — № 2. — с.121-122.
5. Александров А.В. Некоторые вопросы эксплуатационной надежности газотурбинных установок магистральных газопроводов.– М: ВНИИГазпром, 1969.– 73 с.
6. Игуменцев Е.А., Работягов В.И., Шмидт В.В. Методика вибродиагностики технического состояния газоперекачивающих агрегатов ГПА-10 и ГПА-10-01 в условиях эксплуатации на компрессорных станциях газовой промышленности // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. — 1996. — № 1. — с.11-20.
7. Нормы вибрации. Оценка интенсивности вибрации газоперекачивающих агрегатов в условиях эксплуатации на компрессорных станциях Министерства газовой промышленности. — М: ВНИИГазпром, 1985. — 17с.