

Корендій В. М.

Кузьо І. В.

Національний  
університет  
“Львівська  
політехніка”

УДК 621.548

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АЕРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ВІТРОУСТАНОВКИ

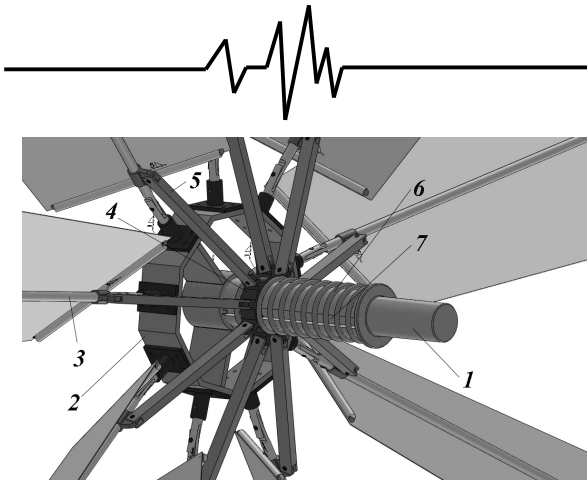
*Рассмотрена упрощённая расчётная схема ветровой турбины с механизмом складывания лопастей в направлении воздушного потока, который используется для регулирования мощности ветроколеса при изменении скорости ветра и нагрузки на приводном валу. Проанализировано влияние динамических нагрузок разной природы на процессы ориентации и регулирования мощности ветровой турбины. Приведены аналитические зависимости для нахождения кинетической и потенциальной энергий аэромеханической системы ветровой турбины и учтено влияние демпфирующих свойств механизма регулирования на её движение. С помощью дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода построена математическая модель динамики ветровой турбины, которая описывает сложное движение лопастей при их вращении вокруг трёх осей.*

*The simplified calculation scheme of the wind turbine with the mechanism of blades drafting in the air flow direction, which is used for adjusting of wind-wheel power during the changing of the wind speed and the loading on the drive billow, is considered. The influence of the dynamic loadings of different nature on the processes of the wind turbine orientation and power regulation is analyzed. Analytical dependences for determination of kinetic and potential energies of the wind turbine aeromechanical system are presented and the influence of the regulation mechanism damper properties on its motion is taken into account. With the help of Lagrange second order differential equations the mathematical model of the wind turbine dynamics, which describes blades compound motion during their rotation round three axes, is built.*

**Вступ.** Суттєвим недоліком енергії вітру є її часова мінливість. Протягом кількох секунд швидкість повітряного потоку може змінитися у 2-3 рази, при цьому спричиняючи коливання енергії, яку відбирає вітроколесо (ВК), у 8-27 разів [1]. Таке явище, звичайно, не є сприятливим для різного роду обладнання, яке в якості приводу використовує вітрову турбіну (ВТ). Тому в системі відбору потужності з потоку повітря зазвичай використовують спеціальні механізми регулювання, серед яких одним із найбільш ефективних є складання лопатей у напрямку вітрового потоку, тобто зміна зовнішнього радіуса ВК і, разом із цим, площі повітряного потоку, яку воно охоплює [1].

Механізм регулювання потужності (рис. 1) складається з привідного вала 1 та встановленого на ньому вітроколеса, яке містить лопаті 3, осі яких з'єднані шарнірно із

маточиною 2, а за допомогою шпичь 5 – із кільцем 4. Останнє встановлене на валу 1, рухається вздовж двох пазів 7 та з'єднане з пружиною 6. Механізм працює за принципом «парасольки», тобто потужність, яку відбирає ВК з потоку повітря, регулюється за рахунок зміни зовнішнього радіуса лопатей 3. Зі збільшенням швидкості вітру зростає лобовий тиск на лопаті 3, і вони змінюють кут свого встановлення шляхом повороту у площині, перпендикулярній до площини обертання ВК, навколо шарніру, що з'єднує їх із маточиною 2. При цьому лопаті приводять у рух шпичі 5, які з'єднані із кільцем 4, що рухається вздовж осі 1 і деформує пружину 6. Таким чином зменшується площа потоку повітря, яку охоплює ВК. При зменшенні швидкості вітру пружина повертає кільце у напрямку маточини 2 і зовнішній радіус лопатей 3 збільшується.



**Рис. 1. Принципова схема механізму складання лопатей вітрової турбіни**

Окрім системи регулювання потужності сучасні вітроустановки обладнані механізмами орієнтації за напрямком вітру, які поділяються на два типи: пасивний (орієнтація за допомогою хвостового стабілізатора, самоорієнтація) і активний (за допомогою електричного чи гідравлічного приводу) [2]. При застосуванні системи складання лопатей зазвичай використовують механізми пасивної орієнтації.

Таким чином, при експлуатації ВТ лопаті мають можливість обертатися навколо трьох осей: вітроколеса (при взаємодії з потоком повітря), башти (при орієнтації за напрямком вітру) та механізмів їх кріплення до маточини ВК (при регулюванні потужності шляхом складання у напрямку вітрового потоку). У таких випадках поведінка лопатей стає дуже складною для моделювання, оскільки поряд із аеродинамічними і гравітаційними силами на них діють змінні інерційні навантаження складного руху, які суттєво впливають на міцність ВТ та ефективність її функціонування.

#### **Аналіз останніх досліджень.**

Використання механізмів складання лопатей розпочалося, порівняно з іншими способами регулювання, досить нещодавно [1, 3]. Більшість сучасних досліджень [4, 5] обмежуються врахуванням при побудові математичної моделі аеромеханічної системи вітрової турбіни, тобто системи відбору енергії повітряних мас та передачі її споживачам у якості механічної енергії обертального руху валу ВК, лише двох ступенів вільності, які враховують обертальні рухи ВК та механізму регулювання потужності, тоді як поворот гондоли при орієнтації за напрямком вітру не враховується. При цьому, для тихохідних вітрових турбін поворот гондоли, зазвичай, відбувається із кутовою швидкістю, співмірною із швидкістю обертання ВК, а інерційні навантаження, які при цьому виникають, суттєво впливають на процес регулювання потужності. Таким чином, окрім двох уже

розглянутих ступенів вільності, необхідно ввести ще один – обертальний рух гондоли. Це дозволить детальніше дослідити можливості підбору інерційних, жорсткісних і демпфуючих параметрів регуляторів потужності з метою зниження тривалості перехідних процесів, покращення якості регулювання потужності й стабільності частоти обертання ВК та обмеження динамічних навантажень на лопаті.

**Формулювання мети досліджень.** На основі спрощеної розрахункової схеми ВТ з механізмом складання лопатей розглянути вплив динамічних навантажень різної природи на процеси орієнтації за напрямком вітру й регулювання потужності ВК, виразити кінетичну і потенціальну енергії аеромеханічної системи ВТ з трьома ступенями вільності та врахувати вплив демпфуючих властивостей механізму регулювання на її рух, за допомогою диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду побудувати математичну модель динаміки ВТ та проаналізувати її невідомі параметри.

**Виклад основного матеріалу.** На основі принципової схеми ВТ з механізмом складання лопатей (рис. 1) у роботі [1] було побудовано її наближену розрахункову схему (рис. 2). Аеромеханічна система вітрової турбіни має три ступені вільності, а саме: поворот гондоли навколо осі башти, обертання вітроколеса навколо осі гондоли та поворот лопаті навколо шарніру її кріплення до маточини ВК. У якості узагальнених координат прийнято кут повороту гондоли  $\varphi_1$ , кут відхилення осі лопаті від верхнього вертикального положення у площині обертання ВК  $\varphi_2$  та кут нахилу осі лопаті до осі гондоли  $\varphi_3$ . Диференціальні рівняння, які описують складний рух системи, побудовані на основі рівнянь Лагранжа другого роду, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \left( \frac{d\varphi_1}{dt} \right)} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= Q_{\varphi_1}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \left( \frac{d\varphi_2}{dt} \right)} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= Q_{\varphi_2}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \left( \frac{d\varphi_3}{dt} \right)} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_3} &= Q_{\varphi_3}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $T$ ,  $P$  – кінетична і потенціальна енергія системи, відповідно;  $Q_{\varphi_1}$ ,  $Q_{\varphi_2}$ ,  $Q_{\varphi_3}$  – узагальнені сили, що відповідають обраним узагальненим координатам  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ .

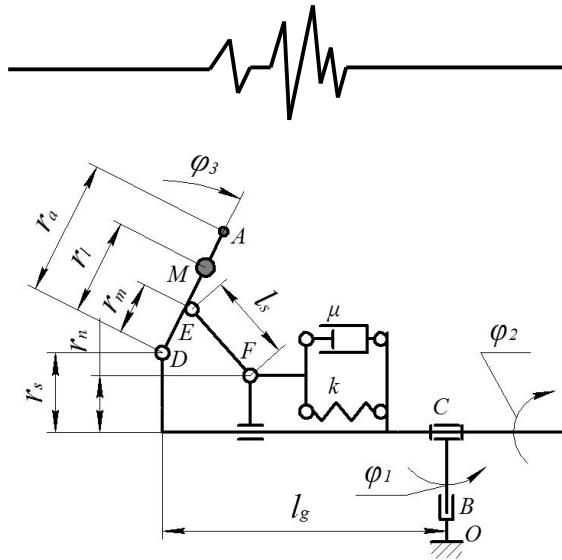


Рис. 2. Розрахункова схема вітрової турбіни з механізмом складання лопатей

Аналітичний вираз для знаходження кінетичної енергії системи, виведений у роботі [1], має вигляд:

$$T = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} J_1 + n_l \cdot m_l \times \\ \times \left[ \begin{matrix} (l_g - r_l \cdot \cos \varphi_3)^2 + \\ + ((r_s + r_l \cdot \sin \varphi_2) \cdot \sin \varphi_3)^2 \end{matrix} \right] \times \\ \times \left( \frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2 + \left[ J_2 + n_l \cdot m_l \times \right. \\ \left. \times (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3)^2 \right] \times \\ \times \left( \frac{d\varphi_2}{dt} \right)^2 + n_l \cdot m_l \cdot r_l^2 \cdot \left( \frac{d\varphi_3}{dt} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

де  $J_1, J_2$  – моменти інерції гондоли відносно осі башти та маточини ВК відносно осі гондоли, відповідно, без урахування моменту інерції лопатей;  $n_l$  – кількість лопатей;  $m_l$  – маса однієї лопаті;  $l_g$  – відстань від осі башти до осі лопаті;  $r_l$  – відстань від шарніру кріплення лопаті до її центру мас;  $r_s$  – відстань від осі гондоли до шарніру кріплення лопаті.

На основі рівняння (2) можна знайти відповідні похідні від кінетичної енергії, які входять у ліву частину рівнянь (1).

Прийнявши, що лопаті розміщені симетрично відносно осі ВК, можемо констатувати, що потенціальна енергія в системі накопичуватиметься лише у пружному елементі механізму регулювання за рахунок складання лопатей. Для її знаходження необхідно виразити переміщення  $x_s$  рухомого шарніра через кут  $\varphi_3$  нахилу лопаті до осі гондоли. Для цього використаємо кінематичну

схему, зображену на рис. 3. Переміщення  $x_s$  являтиме собою суму двох доданків, перший із яких  $x_1$  враховуватиме горизонтальну складову переміщення точки E при обертанні навколо нерухомого циліндричного шарніра D, а другий –  $x_2$  – горизонтальне переміщення рухомого шарніра F, спричинене вертикальним переміщенням точки E. Розрахунок переміщення  $x_s$  будемо проводити у наступному порядку:

$$x_s = x_1 + \Delta x_2; \quad x_1 = r_m \cdot \cos \varphi_3; \quad x_2 = l_s \cdot \cos \xi;$$

$$\xi = \arcsin \frac{EE_1}{l_s}; \quad EE_1 = (r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3;$$

$$\begin{aligned} x_s &= r_m \cdot \cos \varphi_3 + \\ &+ \left[ l_s \cdot \cos \left( \arcsin \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right) - \right. \\ &\left. - l_s \cdot \cos \left( \arcsin \frac{(r_s - r_n) + r_m}{l_s} \right) \right] = \\ &= r_m \cdot \cos \varphi_3 + l_s \times \\ &\times \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right)^2} - \right. \\ &\left. - \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m}{l_s} \right)^2} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

де  $r_n$  – відстань від осі гондоли до рухомого шарніру кріплення стрижня механізму регулювання;  $r_m$  – відстань від шарніру кріплення лопаті до шарніру приєднання стрижня механізму регулювання;  $l_s$  – довжина стрижня механізму регулювання.

Аналітичний вираз для знаходження потенціальної енергії системи із урахування рівняння (3) матиме вигляд:

$$P = \frac{k \cdot x_s^2}{2} = 0.5 \cdot k \times \left[ r_m \cdot \cos \psi + l_s \times \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \psi}{l_s} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m}{l_s} \right)^2} \right] \right]^2 \quad (4)$$

На основі рівняння (4) можемо знайти відповідну похідну, яка входить у ліву частину третього рівняння системи (1).

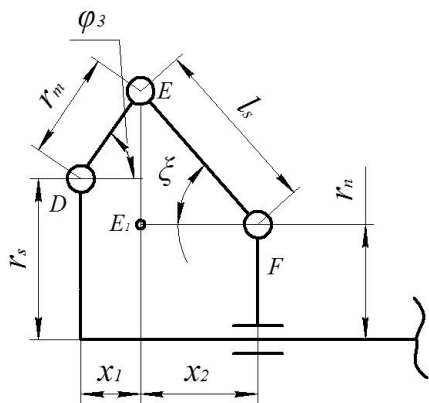


Рис. 3. Розрахункова схема для визначення горизонтального переміщення рухомого шарніру механізму регулювання

Активними у системі будуть аеродинамічні сили і сила в'язкого опору демфера механізму регулювання. Сума можливих робіт активних сил рівна:

$$\sum_{k=1}^N \delta A(\vec{F}_k) = \delta A(M_m) + \delta A(M_{a1}) + \delta A(M_n) + \delta A(M_{a2}) + \delta A(F_r);$$

$$\delta A(M_m) = M_m \cdot \delta\varphi_1; \quad \delta A(M_{a1}) = M_{a1} \cdot \delta\varphi_2;$$

$$\delta A(M_n) = -M_n \cdot \delta\varphi_2; \quad \delta A(M_{a2}) = M_{a2} \cdot \delta\varphi_3;$$

$$\delta A(\vec{F}_r) = F_r \cdot \frac{\partial x_s}{\partial \varphi_3} \cdot \delta\varphi_3 = -F_r \cdot \delta\varphi_3 \times$$

$$\times \left( r_m \cdot \sin \varphi_3 + \frac{r_m \cdot \cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right)^2}} \right), \quad (5)$$

де  $M_m$  – момент, який створюється механізмом орієнтації;  $M_{a1}$ ,  $M_{a2}$  – моменти, які створюються аеродинамічними силами на лопатях при обертанні навколо осі гондоли та навколо шарнірів їх кріплення до маточини ВК, відповідно;  $M_n$  – момент навантаження на валу ВТ;  $F_r$  – сила в'язкого опору демфера.

Момент  $M_m$ , який спричиняється зміною напрямку повітряного потоку і приводить у рух механізм орієнтації, залежить від конструктивних параметрів ВТ і характеристик вітру (швидкість, інтенсивність зміни напрямку тощо). Якщо ВТ оснащена хвостовим стабілізатором, то величину  $M_m$  можна описати наступною залежністю [3]:

$$M_m = C_R \cdot S_h \cdot \sin \nu \cdot L_h \cdot \frac{\rho_p \cdot V^2}{2} \cdot \left( \frac{1-e}{1+e} \right)^2, \quad (6)$$

де  $C_R$  – коефіцієнт аеродинамічної сили, яка є рівнодійною підйомної сили і сили опору на поверхні хвостового стабілізатора при дії на нього потоку повітря;  $S_h$  – площа хвостового стабілізатора;  $\nu$  – кут відхилення площини обертання ВК від напрямку повітряного потоку;  $L_h$  – відстань від осі башти до центру аеродинамічного тиску хвостового стабілізатора;  $\rho_p$  – густина повітря;  $V$  –

швидкість вітру;  $\left( \frac{1-e}{1+e} \right)^2$  – коефіцієнт, який

враховує втрату швидкості повітряного потоку за вітроколесом;  $e \approx 2,718$  – математична константа (основа натурального логарифма). Значення коефіцієнта  $C_R$  залежить від геометричних параметрів хвостового стабілізатора і кута відхилення повітряного потоку та встановлюється на основі експериментальних досліджень.

Аеродинамічний рушійний момент довільного горизонтально-осьового вітроколеса можна представити у вигляді [4]:

$$M_{a1} = C_p \cdot \cos^2 \nu \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^3}{2 \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}}, \quad (7)$$

де  $C_p$  – коефіцієнт використання енергії вітру;  $R$  – зовнішній радіус ВК. Значення коефіцієнта  $C_p$  залежить від кількості лопатей, їх геометричних параметрів і швидкості повітряного потоку та встановлюється на основі експериментальних досліджень.

Момент  $M_{a2}$ , який виникає внаслідок дії аеродинамічних сил уздовж осі гондоли і спричиняє поворот лопатей навколо шарнірів їх кріплення до маточини вітроколеса, можна описати наступною залежністю [4]:

$$M_{a2} = C_L \cdot r_a \cdot \sin \varphi_3 \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^2}{2} \cdot n_l, \quad (8)$$

де  $C_L$  – коефіцієнт аеродинамічного навантаження на лопаті, яке напрямлене вздовж осі гондоли;  $r_a$  – відстань від шарніру кріплення лопаті до центру її аеродинамічного тиску. Значення коефіцієнта  $C_L$  залежить від



геометричних параметрів, кількості лопатей і кута  $\varphi_3$  нахилу їх осей до осі гондоли та встановлюється на основі експериментальних досліджень.

Споживачів енергії ВТ зручно розділити на три групи: 1) з постійними параметрами; 2) зі змінними параметрами; 3) з незалежними параметрами. Споживачі з постійними параметрами можуть відбирати необхідну потужність, яка відповідає фіксованій швидкості вітру і частоті обертання привідного вала. Продуктивність роботи другої групи споживачів прямо пропорційно залежить від швидкості вітру. Споживачі з незалежними параметрами характеризуються раптовою (дискретною) або періодичною зміною навантаження на привідному валу незалежно від зміни швидкості вітру. Таким чином, величину  $M_n$  можна представити у вигляді:

$$M_n = K_n(t) \cdot \left(\frac{d\varphi_2}{dt}\right)^m \cdot \cos\left(K_p \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot t\right), \quad (9)$$

де  $K_n$ ,  $K_p$  – коефіцієнти величини та періодичності пульсації моменту навантаження на привідному валу ВТ;  $m$  – показник степеня у залежності моменту навантаження від кутової швидкості обертання вала.

Сила  $F_r$  в'язкого опору демпфера механізму регулювання може бути визначена за наступною формулою:

$$F_r = -\mu \cdot \frac{dx_s}{dt} = \mu \cdot r_m \cdot \frac{d\varphi_3}{dt} \times \left( \sin \psi + \frac{\cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s}\right)^2}} \right), \quad (10)$$

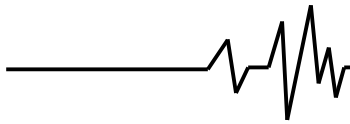
Беручи до уваги той факт, що узагальнена сила – скалярна величина, яка рівна коефіцієнту при варіації відповідної узагальненої координати у виразі можливої роботи активних сил, що діють на механічну систему, на основі залежностей (5-10) можемо записати аналітичні вирази для знаходження  $Q_{\varphi_1}$ ,  $Q_{\varphi_2}$ ,  $Q_{\varphi_3}$ :

$$Q_{\varphi_1} = M_m = C_R \cdot S_h \cdot \sin \nu \cdot L_h \times \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\rho_p \cdot V^2}{2} \cdot \left(\frac{1-e}{1+e}\right)^2; \\ Q_{\varphi_2} &= M_{a1} - M_n = C_p \cdot \cos^2 \nu \times \\ & \times \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^3}{2 \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}} - K_n(t) \cdot \left(\frac{d\varphi_2}{dt}\right)^m \times \\ & \times \cos\left(K_p \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot t\right); \\ Q_{\varphi_3} &= M_{a2} - F_r \times \\ & \times \left( \frac{r_m \cdot \sin \varphi_3 + r_m \cdot \cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s}\right)^2}} \right) = \\ & = C_L \cdot r_a \cdot \sin \varphi_3 \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^2}{2} \cdot n_l - \mu \cdot r_m^2 \times \\ & \times \frac{d\varphi_3}{dt} \cdot \left( \frac{\sin \varphi_3 + \cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s}\right)^2}} \right)^2. \end{aligned}$$

Таким чином, математична модель динаміки аеромеханічної системи вітрової турбіни із механізмами орієнтації за напрямком вітру і регулювання потужності за рахунок складання лопатей згідно з рівняннями (1), (2), (4) і (11) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \cdot \left[ J_1 + n_l \cdot m_l \times \left( (l_g - r_l \cdot \cos \varphi_3)^2 + ((r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3) \cdot \sin \varphi_2)^2 \right) \right] + \\ & + n_l \cdot m_l \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} \times \\ & \times \left[ \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot \sin 2\varphi_2 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3)^2 + 2 \cdot r_l \cdot \frac{d\varphi_3}{dt} \cdot \sin \varphi_3 \times \right. \\ & \times \left. \left( (l_g - r_l \cdot \cos \varphi_3) + 2 \cdot r_l \cdot \frac{d\varphi_3}{dt} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \cos \varphi_3 \cdot \sin^2 \varphi_2 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3) \right) \right] = \quad (12) \\ & = C_R \cdot S_h \cdot \sin \nu \cdot L_h \cdot \frac{\rho_p \cdot V^2}{2} \cdot \left(\frac{1-e}{1+e}\right)^2; \\ & \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \cdot \left[ J_2 + n_l \cdot m_l \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3)^2 \right] + 2 \cdot n_l \times \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \times m_l \cdot r_l \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot \frac{d\varphi_3}{dt} \cdot \cos \varphi_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3) - \\
 & - 0,5 \cdot n_l \cdot m_l \cdot \left( \frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2 \times \\
 & \times \sin 2\varphi_2 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3)^2 = \\
 & = C_p \cdot \cos^2 v \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^3}{2 \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}} - \\
 & - K_n(t) \cdot \left( \frac{d\varphi_2}{dt} \right)^m \cdot \cos \left( K_p \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot t \right); \\
 & n_l \cdot m_l \cdot r_l^2 \cdot \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} - n_l \cdot m_l \cdot r_l \times \\
 & \times \left[ \left( \frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2 \cdot \left( \cos \varphi_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3) \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \sin^2 \varphi_2 + \sin \varphi_3 \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times (l_g - r_l \cdot \cos \varphi_3) \right) \right] + \\
 & + \left( \frac{d\varphi_2}{dt} \right)^2 \cdot \cos \varphi_3 \cdot (r_s + r_l \cdot \sin \varphi_3) \\
 & \times \left( \frac{r_m \cdot \sin \varphi_3 + r_m \cdot \cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right)^2}} \right) \times \\
 & \times \left( \frac{r_m \cdot \cos \varphi_3 + l_s \times \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right)^2}}{\sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m}{l_s} \right)^2}} \right) = \\
 & = C_L \cdot r_a \cdot \sin \varphi_3 \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_p \cdot V^2}{2} \cdot n_l - \mu \cdot r_m^2 \times \\
 & \times \frac{d\varphi_3}{dt} \cdot \left( \frac{\sin \varphi_3 + \cos \varphi_3 \cdot (r_s - r_n + r_m \cdot \sin \varphi_3)}{l_s \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{(r_s - r_n) + r_m \cdot \sin \varphi_3}{l_s} \right)^2}} \right)^2.
 \end{aligned}$$

**Висновки.** У роботі розглянуто принципову схеми ВТ з механізмом регулювання потужності шляхом складання лопатей (рис. 1), спрощену розрахункову схему ВТ (рис. 2) та побудовано кінематичну схему механізму регулювання (рис. 3); отримано формули (5-11), які дозволяють проаналізувати вплив динамічних навантажень різної природи на процеси орієнтації ВТ за напрямком вітру та

регулювання відбору потужності з потоку повітря; виведено аналітичні залежності (4) і (6) для знаходження кінетичної і потенціальної енергій аеромеханічної системи ВТ з трьома ступенями вільності та враховано вплив демпфуючих властивостей механізму регулювання на її рух. За допомогою диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду (1) побудовано математичну модель динаміки ВТ (12), яка описує складний рух лопатей під час їх обертання навколо трьох осей.

У подальших етапах досліджень планується на основі експериментальних даних випробування дослідного зразка ВТ провести комп'ютерну реалізацію отриманої математичної моделі з метою встановлення впливу інерційних, жорсткісних і демпфуючих параметрів механізму регулювання на тривалість перебігу перехідних процесів у роботі ВТ, стабільність потужності й частоти обертання ВК та величину інерційних навантажень на лопаті, порівняти дані комп'ютерного і натурального експериментів та встановити ступінь адекватності розробленої математичної моделі.

### Література

1. Корендий В.М. Расчёт кинетической энергии аэромеханической системы ветровой турбины с тремя степенями свободы / В.М. Корендий // European Applied Sciences: scientific journal. – Hechingen: ORT Publishing, 2013. – Volume 1 (2). – pp. 74-80.
2. Корендий В.М. Аналіз систем орієнтації вітроколів / В.М. Корендий // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – Львів, 2012. – № 730: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – С. 47-51.
3. Дзензерский В.А. Ветроустановки малой мощности / В.А. Дзензерский, С.В. Тарасов, И.Ю. Костюков. – К.: Наукова думка, 2011. – 592 с.
4. Легошин Д.В. Експериментальне дослідження вітроенергетичної установки з автоматичним згортанням головки / Д.В. Легошин // Відновлювана енергетика: науково-прикладний журнал. – Київ, 2010. – № 1. – С. 61-64.
5. Thommy Ekelund. Yaw control for reduction of structural dynamic loads in wind turbines / Thommy Ekelund // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. –2000. – Volume 85, Issue 3. – Pages 241-262.