



Харченко С. А.

Тищенко Л. Н.

Харьковский  
национальный  
технический  
университет сельского  
хозяйства  
им. Петра Василенко

Kharchenko S. A.

Tishchenko L. N.

Kharkiv Petro Vasylenko  
National Technical  
University of Agriculture

УДК 631.362:53

## УТОЧНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ ПО СТРУКТУРНОМУ ВИБРОРЕШЕТУ

В статье получены уравнения динамики зерновых смесей на виброрешетах в трехмерном виде, при этом приняты начальные и краевые условия, допущения которые учитывают структурность решет и пузырьковость псевдоожуженной зерновой смеси.

**Ключевые слова:** зерновая смесь, решет, эффективность, сепарирование.

**Постановка проблемы.** Проведенное моделирование процессов динамики зерновой смеси (ЗС) по виброрешету в двухмерном виде [1-4] позволяет получить адекватные результаты. Однако данное моделирование не учитывает всех параметров процесса сепарации ЗС. Так одним из значимых факторов процессов сепарации ЗС есть учет параметров отверстий, от которых зависит просеиваемость решет и производительность зерновых сепараторов.

Трехмерное моделирование динамики псевдоожуженных ЗС дает возможность учесть шаг расположение, форму и кромки отверстий. Это позволит оптимизировать параметры виброрешет и увеличить эффективность процесса сепарирования.

Полученные математические выражения, которые составили начально-краевая задача [5], которые подлежат уточнению и дополнению.

**Цель работы:** построение трехмерной модели динамики пузырьковой зерновой смеси по виброрешету, с уточненными граничными условиями и допущениями.

**Основной материал.** В результате исследований [5] получена начально-краевая задача, которая моделирует процесс движения слоя пузырьковой псевдоожуженности (ЗС с пузырьками) вдоль плоской поверхности виброрешета, совершающего гармонические колебания.

В дальнейшем будем строить решение этой задачи в линейном приближении, т.е. членом  $(\vec{V}, \nabla)\vec{V}$  пренебрегаем в уравнении (1):

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla)\vec{V} \right) = -\nabla P + \mu \Delta \vec{V} + \rho \vec{f}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0, \quad (2)$$

где  $\mu$  – эффективный коэффициент динамической вязкости [6],  $P$  – избыточное давление в псевдоожуженности,  $\vec{f}$  – внешняя сила, действующая на единицу массы псевдоожуженности.

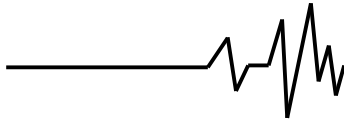
Это возможно, если выполняются следующие ограничения на величину колебательной скорости  $V_0$  псевдоожуженности:

$$\frac{L}{T} \gg V_0, \quad \frac{v}{L} \gg V_0, \quad (3)$$

где  $L$  и  $T$  – характерные размеры длины и времени изменения колебательной скорости,  $v$  – эффективный коэффициент кинематической вязкости ( $v = \mu / \rho$ ).

В качестве  $L, T$  и  $V_0$  принимаем величины:

$$L \approx \min(l_1, l_2), \quad T \approx \frac{2\pi}{\omega}, \quad V_0 \approx A\omega. \quad (4)$$



Здесь  $A$  и  $\omega$  – амплитуда и круговая частота колебаний виброрешета.

Тогда из (3) и (4) получаем ограничения на  $A$  и  $\omega$ :

$$A < \frac{L}{2\pi}, \quad \omega < \frac{v}{AL}. \quad (5)$$

Как показывает анализ результатов из [7], эти условия, как правило, выполняются и следовательно нелинейным членом в уравнении (1) можно пренебречь.

Далее, будем предполагать, что условия (5) выполняются.

Преступим к построению решения задачи [5].

Так как, виброрешето является двумерно периодической структурой с периодом  $l_1$  вдоль оси  $x_1$  и периодом  $l_2$  вдоль оси  $x_2$ , то решение задачи естественно искать в виде двумерных рядов Фурье по базисным

функциям 
$$\left( e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1 + \frac{m}{l_2}x_2\right)} \right)_{n,m=-\infty}^{+\infty} :$$

$$\vec{V} = \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} \vec{V}_{mn}(x_3, t) e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1 + \frac{m}{l_2}x_2\right)}, \quad (6)$$

$$P = \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} P_{mn}(x_3, t) e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1 + \frac{m}{l_2}x_2\right)}. \quad (7)$$

Следует отметить, что решение в виде рядов (6), (7) возможно в центральной части виброрешета, поскольку не учитывается граница виброрешета. Поэтому будем предполагать, что эффекты, связанные с конечными размерами виброрешета практически не оказывают влияния на движение псевдожидкости. Подставляя (6), (7) в уравнения (1) и (2) и используя свойство ортогональности для рядов Фурье, после ряда преобразований, получаем следующие уравнения для коэффициентов Фурье  $\vec{V}_{mn}$  и  $P_{mn}$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \vec{V}_{mn}}{\partial t} = & -\frac{2\pi ni}{l_1} P_{mn} \vec{e}_1 - \\ & -\frac{2\pi mi}{l_2} P_{mn} \vec{e}_2 - \frac{\partial P_{mn}}{\partial x_3} \vec{e}_3 + \\ & + \mu \left( \frac{\partial^2 \vec{V}_{mn}}{\partial x_3^2} - \gamma_{mn}^2 \vec{V}_{mn} \right) + \rho \vec{f} \delta_{0n} \delta_{0m}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_{mn}^3}{\partial x_3} + \frac{2\pi ni}{l_1} V_{mn}^1 + \frac{2\pi mi}{l_2} V_{mn}^2 = 0, \quad (9)$$

где  $\delta_{mn}$  – символ Кронекера,

$\gamma_{mn}^2 = 4\pi \left( \frac{n^2}{l_1^2} + \frac{m^2}{l_2^2} \right)$ ,  $V_{mn}^1, V_{mn}^2, V_{mn}^3$  – компоненты

вектора  $\vec{V}_{mn}$  вдоль осей  $x_1, x_2, x_3$ .

Решение уравнений (8), (9) будем строить с помощью преобразования Лапласа по временной переменной. Обозначим через  $\bar{V}_{mn}^P$  и  $\bar{P}_{mn}$  преобразование Лапласа функций  $V_{mn}^P$  и  $P_{mn}$ :

$$\bar{V}_{mn}^P = \int_0^{\infty} V_{mn}^P e^{-qt} dt, \quad \bar{P}_{mn} = \int_0^{\infty} P_{mn} e^{-qt} dt. \quad (10)$$

Применяя к (8) и (9) преобразование Лапласа и используя обозначения (10), имеем

$$\begin{aligned} \rho q \bar{V}_{mn}^1 = & -\frac{i2\pi n}{l_1} \bar{P}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^1 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^1 \right) + \\ & + \frac{\rho g}{q} \sin \theta \delta_{0n} \delta_{0m}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\rho q \bar{V}_{mn}^2 = -\frac{i2\pi m}{l_2} \bar{P}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^2 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^2 \right), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \rho q \bar{V}_{mn}^3 = & -\dot{\bar{P}}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^3 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^3 \right) - \\ & - \frac{\rho g \cos \theta}{q} \delta_{0n} \delta_{0m}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{\bar{V}}_{mn}^3 + \frac{2\pi ni}{l_1} \bar{V}_{mn}^1 + \frac{2\pi mi}{l_2} \bar{V}_{mn}^2 = 0, \quad (14)$$

$$m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

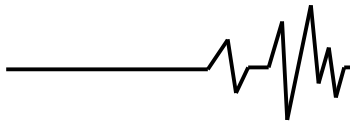
Здесь точка обозначает дифференцирование по переменной  $x_3$ . В (11) – (13) учтены начальные условия

$$\vec{V} \Big|_{t < 0} = 0, \quad P \Big|_{t < 0} = 0.$$

Сформулируем в терминах функций  $\bar{V}_{mn}^P, \bar{P}_{mn}$  краевые условия.

1. На свободной поверхности псевдожидкости ( $x_3 = h$ ) избыточное давление  $P$  и тензор напряжений  $(\sigma_{ij})_{i,j=1}^3$  обращались в нуль

$$P \Big|_{x_3=h} = 0, \quad \sigma_{ij} \Big|_{x_3=h} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (15)$$



2. на свободной поверхности псевдожидкости поле скорости удовлетворяет условиям

$$\left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (16)$$

3. Скорость, усредненная по координатам  $x_1$  и  $x_2$ , на поверхности виброрешета ( $x_3 = 0$ ) удовлетворяла условию

$$\vec{V}_{cp} \Big|_{x_3=0} = A\omega \sin \omega t \vec{e}_1. \quad (17)$$

Из (15) и (17) получаем

$$\bar{P}_{mn} \Big|_{x_3=h} = 0, \quad \bar{V}_{00}^1 \Big|_{x_3=0} = \frac{A\omega^2}{\omega^2 + q^2}, \quad (18)$$

$$\bar{V}_{00}^2 \Big|_{x_3=0} = 0.$$

Далее, из (16) имеем

$$\left( \frac{2\pi m i}{l_2} \bar{V}_{mn}^1 + \frac{2\pi m i}{l_1} \bar{V}_{mn}^2 \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad (19)$$

$$\left( \dot{\bar{V}}_{mn}^1 + \frac{2\pi m i}{l_1} \bar{V}_{mn}^3 \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad (20)$$

$$\left( \dot{\bar{V}}_{mn}^2 + \frac{2\pi m i}{l_2} \bar{V}_{mn}^3 \right) \Big|_{x_3=h} = 0. \quad (21)$$

Кроме того, если тензор напряжений

$$\sigma_{ij} = -\rho \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{с учетом (14)}$$

получаем

$$\bar{V}_{mn}^1 \Big|_{x_3=h} = \bar{V}_{mn}^2 \Big|_{x_3=h} = \dot{\bar{V}}_{mn}^3 \Big|_{x_3=h} = 0. \quad (22)$$

### Выводы

Таким образом, в результате исследований построены уравнений (11) – (14), удовлетворяющие краевым условиям (18) – (22). Решение полученных уравнений позволит моделировать процесс динамики пузырьковой псевдожидкости на виброрешетах.

### Список использованных источников

1. Харченко С.А. К построению уравнений динамики стационарных потоков в

псевдооживленном зерновом слое на структурных виброрешетах / Харченко С.А. // Вісник ХНТУСГ: Механізація сільськогосподарського виробництва. – Харків: ХНТУСГ, 2014. – С.181–186.

2. Харченко С.А. Построение решений уравнений динамики зерновых смесей на плоских виброрешетах / Харченко С.А. // Конструювання, виробництво та експлуатація с.г. машин, вип.43, ч. II. – Кіровоград: КНТУ, 2013. – С. 287–292.

3. Харченко С.А. Результаты математического моделирования динамики псевдооживленной зерновой смеси на плоском структурном виброрешете / С.А. Харченко // Вестник БГАУ: МНПК «Современные проблемы освоения новой техники, технологий, организации технического сервиса в АПК», 2014. – С. 90–99.

4. Тищенко Л.Н. К применению методов механики сплошных сред для описания движения зерновых смесей на виброрешетах / Л.Н. Тищенко, С.А. Харченко // MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, 2013. – Vol. 15 D. – №7. – P. 94–99.

5. Харченко С.А. К построению трехмерной гидродинамической модели динамики пузырьковой псевдооживленной зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2014. – Вип.14. Т. 2. – С. 80–85.

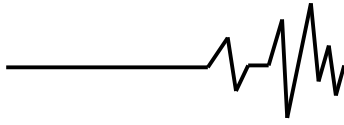
6. Харченко С.А. Алгоритм расчета эффективного коэффициента динамической вязкости пузырьковой псевдожидкости, моделирующей сепарируемую зерновую смесь / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2013. – С. 64–72.

7. Тищенко Л.Н., Мизоренко Д.И., Пивень М.В., Харченко С.А., Бредихин В.В., Мандрыко А.В. Моделирование процессов зерновых сепараторов. – Харьков: “Місьдрук”, 2010. – 360 с.

### Список источников в транслитерации

1. Kharchenko S.A. K postroyeniuyu uravneniy dinamiki statsionarnykh potokov v psevdoozhivennom zernovoy sloye na strukturnykh vibroreshetakh / Kharchenko S.A. // Vestnik KHNTUSG: Mekhanizatsiya sel'skokhozyaystvennogo proizvodstva. – Kharkov: KHNTUSKH, 2014. – S. 181–186.

2. Kharchenko S.A. Postroyeniye resheniy uravneniy dinamiki zernovykh smesey na ploskikh vibroreshetakh / Kharchenko S.A. // Konstruirovaniye, proizvodstvo i ekspluatatsiya



s.g. mashin, vip.43, ch. II v. – M. : KNTU 2013. – S. 287–292.

3. Kharchenko S.A. Rezultaty matematicheskogo modelirovaniya dinamiki psevdoozhizhenoy zernovoy smesi na ploskoy strukturnom vibroreshete / S.A. Kharchenko // Vestnik komkat: MNPK «Sovremennyye problemy osvoyeniya novoy tekhniki, tekhnologiy, organizatsii tekhnicheskogo servisa v APK», 2014. – S. 90–99.

4. Tishchenko L.N. K primeneniyu metodov mekhaniki sploshnykh sred dlya opisaniya dvizheniya zernovykh smesey na vibroreshetakh / L.N. Tishchenko, S.A. Kharchenko // MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin 2013. – Vol. 15 D. – № 7. – P. 94–99.

5. Kharchenko S.A. K postroyeniyu trekhmerno gidrodinamicheskoye modeli dinamiki puzyr'kovoy psevdoozhizhennoy zernovoy smesi po strukturnomu vibroreshetu / S.A. Kharchenko // Trudy TDATU. – Melitopol', 2014. – Vip.14. T. 2. – S. 80–85.

6. Kharchenko S.A. Algoritm rascheta effektivnogo koeffitsiyenta dinamicheskoy vyazkosti puzyr'kovoy psevdoozhidkosti, modeliruyushchiy separiruemuyu zernovuyu smes' / S.A. Kharchenko, L.N. Tishchenko // Vibratsii v tekhnike i tekhnologiyakh. – M. : VNAU 2013. – S. 64–72.

7. Tishchenko L.N., Mizorenko D.I., Piven' M.V., Kharchenko S.A., Bredikhin V.V., Mandryka

A.V. Modelirovaniye protsessov zernovykh separatorov. – M. : "Misdruk", 2010. – 360 s.

### УТОЧНЕННЯ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ БУЛЬБАШКОВОЇ ПСЕВДОЗРІДЖЕНОЇ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ ПО СТРУКТУРНОМУ ВІБРОРЕШЕТУ

*Анотація.* В статті отримані рівняння динаміки зернових сумішей на віброрешетах у тримірному вигляді, при цьому прийнято початкові і крайові умови, допущення що ураховують структурність решет і бульбашковість псевдозрідженої зернової суміші.

*Ключові слова:* зернова суміш, решето, ефективність, сепарація.

### CLARIFICATION OF BUBBLE DYNAMICS EQUATIONS FLUIDIZED GRAIN MIXTURE ON STRUCTURAL VIBROSIEVES

*Annotation.* In the article the got equalizations of dynamics of grain mixtures are on vibrosieves in a three-dimensional kind, initial and regional conditions are here accepted, assumption that take into account structuralness of sieves and bubble of the pseudofluidized grain mixture.

*Key words:* grain mixture, sieve, efficiency separation.