

**I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН****Булгаков В. М.****Пилипака С. Ф.****Захарова Т. М.***Національний
університет
біоресурсів і
природокористування
України***Калетнік Г. М.****Яропуд В. М.***Вінницький
національний аграрний
університет***Bulgakov V. M.****Pylupaka S. F.****Zaharova T. M.***National University of
Life and Environmental
Sciences of Ukraine***Kaletnik G. M.****Jaropud V. M.***Vinnitsia National
Agrarian University***УДК 514.18****ПЛОСКІ ВЕРТИКАЛЬНІ
КРИВІ, ЯКІ ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ
СТАЛІ ТИСК ТА ШВИДКІСТЬ
РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ
ЧАСТИНКИ**

Знайдено плоскі криві як ортогональні перерізи циліндричних поверхонь з горизонтальними твірними, які забезпечують сталий тиск при русі частинки по кривій з постійною швидкістю. Складено диференціальні рівняння руху матеріальної частинки по плоскій траєкторії на поверхні циліндра. Здійснено візуалізацію отриманих результатів. Знайдено окремі випадки руху, коли сила тиску на поверхню більше, менше або дорівнює вазі частинки та коли реакція поверхні дорівнює нулю.

Ключові слова: плоска крива, довжина дуги, натуральний параметр, тиск, швидкість руху.

Постановка проблеми. Ґрунтообробні знаряддя, що використовуються на сьогоднішній день мають істотний недолік - нерівномірний знос у процесі експлуатації. Це призводить до додаткових несвоєчасних технологічних витрат на ремонт або навіть на заміну знаряддя. Нерівномірний знос є наслідком змінної сили тиску ґрунту, як сукупності матеріальних частинок на поверхню знаряддя. Дана задача може бути вирішена шляхом пошуку таких поверхонь, при русі по яких буде забезпечена постійна сила тиску ґрунту на поверхню знаряддя.

При цьому будемо розглядати циліндричні поверхні, оскільки вони широко використовуються в сільськогосподарських машинах як робочі органи, які взаємодіють з різними технологічними матеріалами.

Аналіз останніх публікацій.

Дослідженням руху матеріальних частинок по поверхні, в тому числі по циліндричній, займалися академіки В.П. Горячкин [1], П.М.

Василенко і П.М. Заїка [2, 3]. Рух частинки по внутрішній поверхні похилого стаціонарного циліндра під дією сили власної ваги розглянуто в роботі [4]. Рух частинок по гравітаційним поверхням досліджено в роботах [5-8]. У роботі [9] розглянуто рух частинки по внутрішній поверхні горизонтального циліндра, що обертається навколо своєї осі, а в роботі [10] - по внутрішній поверхні похилого циліндра.

Мета статті. Знайти поверхні рівномірного зносу шляхом пошуку плоских кривих ортогональних перерізів горизонтальних циліндрів, по яких частинка рухається з постійною швидкістю і має постійну силу тиску на поверхню.

Основна частина. Розглянемо рух частинки по плоскій кривій - ортогонального перерізу циліндричної поверхні з горизонтальними твірними.

При русі точки по кривій обов'язково виникає прискорення w , навіть якщо швидкість V постійна. Воно складається з двох складових



(рис. 1): одна складова характеризує стрімкість зміни вектора швидкості за величиною, проектується на орт дотичної $\bar{\tau}$ і носить назву тангенціального прискорення. Його величина визначається диференціюванням швидкості V за часом t : $w_\tau = dV/dt$. Інша складова - нормальне або центростреміке прискорення характеризує стрімкість зміни вектора швидкості за напрямком і проектується на орт головної нормалі \bar{n} . Його величина визначається добутком кривизни на квадрат швидкості V : $w_n = V^2 k$. Таким чином, у векторному вигляді можна записати: $\bar{w} = \bar{\tau} dV/dt + \bar{n} V^2 k$. у випадку, якщо швидкість V є функцією довжини дуги s (шляхи), тобто $V = V(s)$, то тангенціальне прискорення буде: $w_\tau = dV/dt = dV/ds \cdot ds/dt = V \cdot dV/ds$. Таким чином, вектор прискорення в проекціях на орти природного тригранника запишеться:

$$\bar{w} \left\{ V \frac{dV}{ds}; \quad V^2 k; \quad 0 \right\}. \quad (1)$$

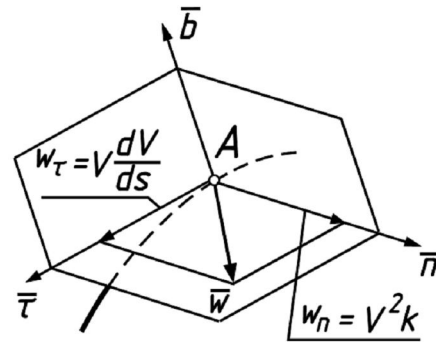
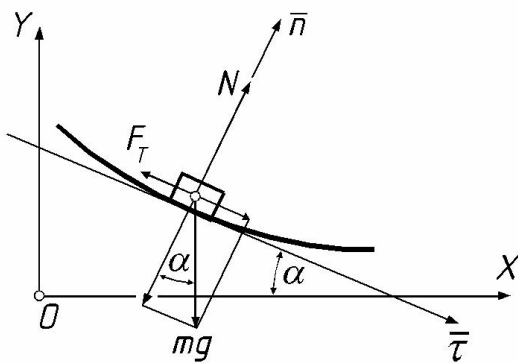


Рис. 1. Тангенціальне w_τ і центростреміке w_n прискорення вершини A природного тригранника в проекціях на його орти

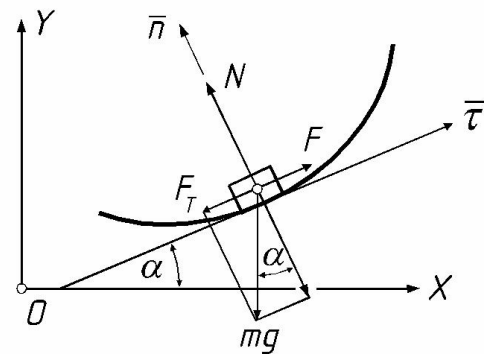
Згідно розкладанню вектора прискорення на орти природного тригранника (1), диференціальні рівняння руху частинки в проекціях на орти запишуться:

$$mV \frac{dV}{ds} = F_\tau; \quad mV^2 k = F_n, \quad (2)$$

де F_τ і F_n – проекції прикладених до частинки сил.



а



б

Рис. 2. Розкладання діючих на частинку сил на орти природного тригранника:

- а) частинка рухається під дією сили власної ваги;
- б) частинка рухається під дією прикладеної сили F

Припустимо, що частинка рухається по кривій під дією сили власної ваги mg (рис. 2, а). Тоді вона розкладеться на орти тригранника згідно кута α , який є змінним і є кутом між двома системами: рухомого природного тригранника і нерухомою декартовою системою OXY . На частинку ще діють сила реакції N , спрямована вздовж нормалі, і сила тертя F_τ , спрямована уздовж орта дотичної в протилежну сторону від напрямку руху (рис. 2, а). З урахуванням цих сил рівняння (2) приймають вигляд:

$$mV \frac{dV}{ds} = mg \sin \alpha - F_\tau; \quad (3)$$

$$mV^2 k = N - mg \cos \alpha.$$

Як відомо, сила тертя F_τ чисельно дорівнює добутку сили нормальної реакції N на коефіцієнт тертя f : $F_\tau = fN$. З другого рівняння (3) визначаємо: $N = mV^2 k + mg \cos \alpha$. З урахуванням цих виразів перше рівняння (3) приймає вигляд:

$$mV \frac{dV}{ds} = mg \sin \alpha - f(mV^2 k + mg \cos \alpha). \quad (4)$$

Диференціальне рівняння (4) можна скоротити на масу m частинки. Для того, щоб його розв'язати, потрібно задати криву натуральним рівнянням $k=k(s)$ і шукати закон руху у вигляді $V=V(s)$, або ж задати закон руху $V=V(s)$ і шукати відповідну криву.



Нехай, наприклад, швидкість руху частинки буде постійною ($V=const$). Знайдемо відповідну лінію, яка її забезпечить. Згідно (4) будемо мати:

$$g \sin \alpha - f(V^2 k + g \cos \alpha) = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) має два розв'язки. Перший - пряма лінія $k = 0$. Розв'язуючи (5) при $k = 0$, отримуємо: $f = \operatorname{tg} \alpha$, тобто пряма лінія повинна бути нахилена під кутом тертя до горизонту. Другий розв'язок передбачає, що $k \neq 0$, тобто лінія буде кривою. Цей розв'язок розглянемо пізніше.

Нехай частинка рухається по кривій під дією прикладеної сили F (рис. 2, б). Рівняння (2) набувають вигляду:

$$mV \frac{dV}{ds} = -mg \sin \alpha - F_T + F; \quad (6)$$

$$mV^2 k = N - mg \cos \alpha.$$

Поставимо умову, щоб частинка рухалася вгору з постійною швидкістю $V = const$ і при

$$s = \frac{V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{2V^2}{g\sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a_N + 1}{a_N - 1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (a_N > 1)$$

$$s = \frac{V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{V^2}{g\sqrt{1 - a_N^2}} \ln \frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}}. \quad (a_N < 1) \quad (9)$$

У рівняннях (9) перейдемо від залежності $s=s(\alpha)$ до натурального рівняння $k=k(s)$. Це можна зробити двома шляхами: або в рівняннях (9) перейти до залежності $\alpha=\alpha(s)$ і продиференціювати по s , або ж, розв'язуючи (9) спільно з (8), виключити загальний параметр α . Натуральні рівняння для першого випадку ($a_N > 1$) мають наступний вигляд:

$$k = \frac{g(a_N^2 - 1)}{V^2 \left[a_N + \cos \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right) \right]}. \quad (10)$$

Для другого випадку ($a_N < 1$):

$$k = \frac{g(1 - a_N^2)}{V^2 \left(-a_N + \cosh \frac{g\sqrt{1 - a_N^2}}{V^2} s \right)}. \quad (11)$$

Натуральні рівняння (10) і (11) задають криві незалежно від їх положення і повороту на площині. Щоб їх побудувати, необхідно перейти до координатної форми запису, наприклад, до параметричних рівнянь. Належне розташування кривих на площині відповідно до

цьому сила реакції N (сила тиску) теж була постійною. У практичному плані поверхня з шуканим перерізом буде зношуватися рівномірно і для ґрунтообробних знарядь, можливо, менше схильна до залипання. Перетворимо друге рівняння (6):

$$\frac{V^2}{g} k + \cos \alpha = \frac{N}{mg}. \quad (7)$$

Відношення N/mg є постійною величиною і показує, яку частку від ваги частинки являє сила тиску на поверхню. Позначимо його через a_N і розв'яжемо рівняння (7) відносно $k=da/ds$:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{g}{V^2} (a_N - \cos \alpha). \quad (8)$$

Після розподілу змінних, інтегрування рівняння (8) можливе для двох випадків: $a_N > 1$ (тобто сила тиску на поверхню більше ваги частинки) і $a_N < 1$ (сила тиску менше ваги частинки). Запишемо ці інтеграли (постійну інтегрування опускаємо):

діючих сил вибирається при переході встановленням початкових умов (присвоєнням необхідних значень постійним інтегрування). Для переходу скористаємося відомими залежностями [11], перейшовши до незалежної змінної α :

$$\frac{dx}{d\alpha} \frac{d\alpha}{ds} = \cos \alpha, \text{ звідки } \frac{dx}{d\alpha} = \cos \alpha \div \frac{d\alpha}{ds}. \quad (12)$$

Аналогічно:

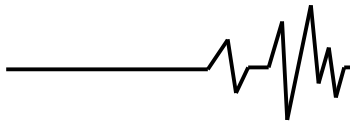
$$\frac{dy}{d\alpha} = \sin \alpha \div \frac{d\alpha}{ds}. \quad (13)$$

Підставивши в (12) і (13) вираз da/ds з (8), отримуємо залежності для пошуку координат x і y кривої:

$$x = \frac{V^2}{g} \int \frac{\cos \alpha d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{a_N V^2}{g} \int \frac{d\alpha}{a_N - \cos \alpha} - \frac{V^2}{g} \alpha;$$

$$y = \frac{V^2}{g} \int \frac{\sin \alpha d\alpha}{a_N - \cos \alpha} = \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha). \quad (14)$$

З (14) видно, що після інтегрування залежність $y=y(\alpha)$ має простий вигляд, а вираз для координати $x=x(\alpha)$ зводиться до інтегралів



(9), тому воно розпадається на дві залежності для $a_N > 1$ і $a_N < 1$:

$$x = \frac{2a_N V^2}{g \sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a_N + 1}{a_N - 1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \frac{V^2}{g} \alpha; \quad (15)$$

$(a_N > 1)$

$$x = \frac{2a_N V^2}{g \sqrt{1 - a_N^2}} \ln \frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}} - \frac{V^2}{g} \alpha. \quad (16)$$

$(a_N < 1)$

Таким чином, можна записати параметричні рівняння кривої, по якій рухається частинка з постійною швидкістю і має постійну силу тиску на поверхню, для двох випадків. У першому випадку постійна $a_N > 1$, тобто сила тиску більше сили власної ваги частинки:

$$x = \frac{2a_N V^2}{g \sqrt{a_N^2 - 1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_N + 1}}{a_N - 1} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \frac{V^2}{g} \alpha; \quad (17)$$

$$y = \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha). \quad (a_N > 1)$$

У другому випадку постійна $a_N < 1$, тобто сила тиску менше сили власної ваги частинки:

$$x = \frac{a_N V^2}{g \sqrt{1 - a_N^2}} \ln \left[\frac{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - a_N^2}}{(1 + a_N) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sqrt{1 - a_N^2}} \right] - \frac{V^2}{g} \alpha; \quad (18)$$

$$y = \frac{V^2}{g} \ln(a_N - \cos \alpha). \quad (a_N < 1)$$

Використовуючи вираз довжини дуги (9), можна перейти до параметричних рівнянь у функції натурального параметра s , виключивши при цьому кут α . Наприклад, розв'язуючи спільно (17) і перше рівняння (9), після виключення α отримаємо:

$$x = a_N s - \frac{2V^2}{g} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{\frac{a_N - 1}{a_N + 1}} \operatorname{tg} \left(\frac{gs}{2V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right) \right];$$

$$y = \frac{V^2}{g} \ln \left[\frac{1 - a_N^2}{a_N + \cos \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{a_N^2 - 1} \right)} \right]. \quad (a_N > 1)$$

(19)

Аналогічно отримаємо параметричні рівняння кривої для випадку $a_N < 1$, розв'язуючи спільно (18) і друге рівняння (9):

$$x = a_N s + \frac{2V^2}{g} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{\frac{1 + a_N}{1 - a_N}} \tanh \left(\frac{gs}{2V^2} \sqrt{1 - a_N^2} \right) \right];$$

$$y = \frac{V^2}{g} \ln \left[\frac{1 - a_N^2}{-a_N^2 + \cosh \left(\frac{gs}{V^2} \sqrt{1 - a_N^2} \right)} \right]. \quad (a_N < 1)$$

(20)

Щоб зрозуміти сутність розмежування кривих на випадки $a_N > 1$ і $a_N < 1$, визначення почнемо з другого випадку при $a_N = 0$ (це значення задовольняє другий випадок і певним чином ділить відповідну групу кривих на дві підгрупи). При $a_N = 0$ натуральне рівняння (11) значно спрощується і набуває вигляду:

$$k = \frac{g}{V^2} \operatorname{sech} \left(\frac{g}{V^2} s \right). \quad (21)$$

Крива, описана натуральним рівнянням (21), в науковій літературі відома під назвою ланцюгової лінії рівного опору. Постійною величиною в рівнянні (21) цієї лінії служить відношення g/V^2 . Для її побудови скористаємося параметричними рівняннями (18), які теж значно спрощуються при $a_N = 0$. Криві представлені на рис. 3.

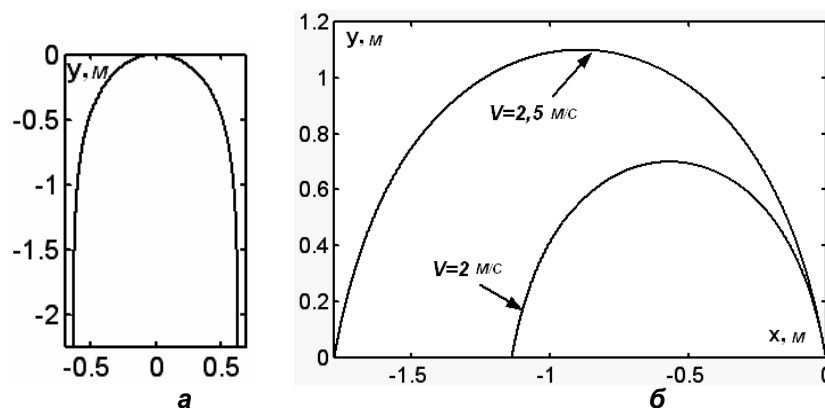
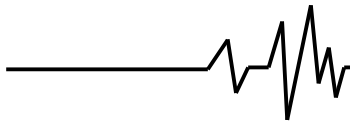


Рис. 3. Крива, яка має натуральне рівняння (21) і описана параметричними рівняннями (18) і (20) при $a_N = 0$: а) $V = 2$ м/с, $\alpha = -90^\circ \dots 90^\circ$; б) $\alpha = -80^\circ \dots 80^\circ$



Рівність $a_N=0$ означає, що реакція поверхні дорівнює нулю, тобто така крива є траєкторією польоту частинки (тіла) з постійною швидкістю руху без урахування опору повітря. Наприклад, нижні ділянки траєкторії руху (рис. 3, а) практично є вертикальними прямими, тому частинка ніякого тиску на відповідну поверхню чинити не буде. На іншій частині кривої складова сили ваги врівноважується складовою відцентровою сили.

З курсу теоретичної механіки відомо, що тіло, кинуте під кутом до горизонту, рухається по параболі, однак швидкість руху при цьому є змінною. На рис. 3, б побудовані траєкторії частинки з різною постійною швидкістю руху з початковим кутом підйому 80° (тому для побудови кривої в цьому випадку зручніше скористатися рівняннями (18), а не (20), оскільки відразу відомі межі переміни змінної α). Криві схожі на параболу, а незначні відмінності від неї обумовлені тим, що частинка рухається з постійною швидкістю V . Для забезпечення такого польоту потрібно підтримувати постійну швидкість, яку забезпечує сила F , що діє по дотичній (рис. 2, б). При необхідності її можна знайти з першого рівняння (6). З огляду на те, що швидкість руху постійна і сила тертя відсутня, воно набуває вигляду:

$$F = mgs \sin \alpha. \quad (22)$$

Таким чином, у нижній частині траєкторії, коли кут α практично дорівнює 90° (рис. 3, а), сила F дорівнює вазі частинки, тобто долає силу тяжіння при підйомі. По мірі підйому вона зменшується і стає рівною нулю у верхній точці траєкторії (при $\alpha = 0$), а потім по цьому ж закону збільшується, помінявши знак, тобто, гальмуючи падіння. Тому ланцюгову лінію рівного опору можна вважати прототипом параболі в значенні траєкторії вільного польоту тіла в полі тяжіння землі з тією лише

різницею, що по параболі тіло рухається лише під дією сили власної ваги, а по ланцюговій лінії рівного опору - з додатковою силою, яка забезпечує постійну швидкість руху.

Якщо поставити завдання, щоб частинка, маючи постійну швидкість руху $2,5$ м/с, рухалася не по верхній траєкторії (рис. 3, б), а по нижній, то необхідно зробити обмежувальний кожух у вигляді циліндричної поверхні з перерізом, яким є нижня крива. У цьому випадку виникає сила реакції N поверхні, яка при належному підборі кривої теж може бути постійною. При цьому вона може бути більше ваги частинки (тіла) або менше. Рівняння відповідних кривих нами знайдені. Виникає питання: яка лінія відповідає коефіцієнту $a_N = 1$, тобто випадку, коли сила реакції дорівнює силі ваги частинки? Очевидно, що це буде горизонтальна пряма лінія. Цей же результат ми можемо отримати з натурального рівняння (11) при $a_N = 1$, звідки отримуємо: $k = 0$.

Розглянемо групу кривих, для яких сила реакції менша за вагу частинки. Очевидно, що при цьому $0 < a_N < 1$. Криві для різних значень a_N із цього проміжку побудовані на рис. 4.

Всі три криві мають петлю. При русі частинки по кривій в межах петлі вона знаходиться всередині неї. Такий рух будемо називати рухом по внутрішній стороні поверхні. Зі збільшенням сили реакції поверхні від нуля до значення, близького одиниці, крива трансформується, але петля не зникає. Гілки кривої, що йдуть в нескінченність, наближаються до прямої лінії. Зокрема, при $a_N = 0,5$ (рис. 4, б) гілка нахилена до горизонту під кутом, рівним приблизно 60° , що відповідає положенню частинки на площині, нахилений під цим же кутом. При a_N , близькому до одиниці (рис. 4, в), гілки в нескінченності наближаються до горизонтальної прямої.

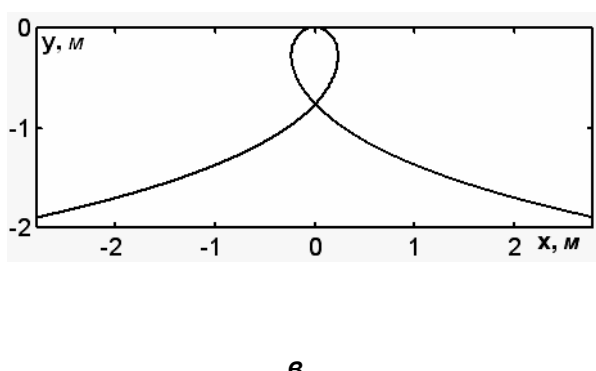
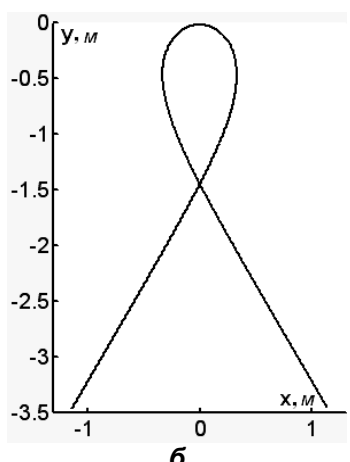
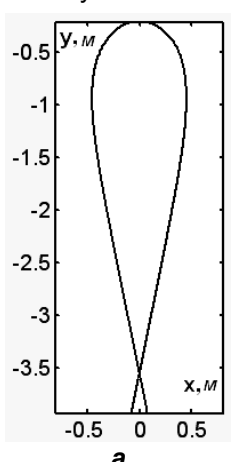
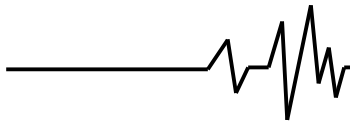


Рис. 4. Криві, які побудовані за параметричним рівнянням (20) при $V=2$ м/с і різних значеннях a_N : а) $a_N = 0,2$; б) $a_N = 0,5$; в) $a_N = 0,995$



Розглянуті криві складають першу підгрупу, оскільки існує інша підгрупа кривих, побудованих при тих же значеннях коефіцієнта a_N , але взятого зі знаком «мінус». При цьому умова $a_N < 1$ не порушується, тому ці дві підгрупи об'єднані в групу кривих, при русі частинки по яких з постійною швидкістю виникає сила реакції менша сили ваги частинки. Ці криві наведено на рис. 5.

Наведені криві не мають петлі. Частинка при русі по кривій знаходиться весь час над нею. Такий рух будемо називати рухом по зовнішній стороні поверхні. Цікаво, що при

рівних за абсолютною величиною значеннях a_N (тобто при однаковій силі тиску) криві першої та другої підгруп мають гілки, що йдуть в нескінченність і мають однаковий нахил (рис. 4, б і рис. 5, б). При русі частинки по внутрішній стороні поверхні в першому випадку або ж по зовнішній в другому частинка на гілці, що йдуть в нескінченність, займає однакове положення - над кривою. По мірі збільшення сили реакції поверхні від нуля до значення, близького до одиниці, крива цієї підгрупи трансформується, плавно наближаючись до горизонтальної прямої.

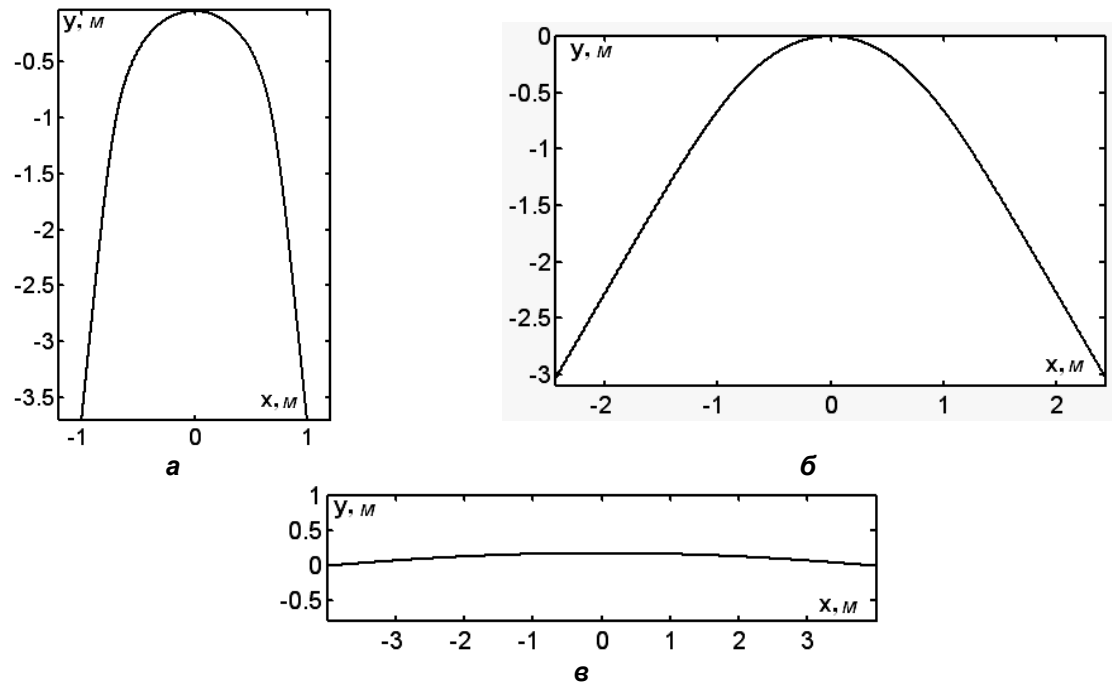


Рис. 5. Криві, які побудовані за параметричним рівнянням (20) при $V = 2$ м/с і різних значеннях a_N : а) $a_N = -0,1$; б) $a_N = -0,5$; в) $a_N = -0,99$

Розглянемо другу групу кривих, що побудовані за рівняннями (14) або (19), відповідають значенням $a_N > 1$. Ці криві, представлені на рис. 6.

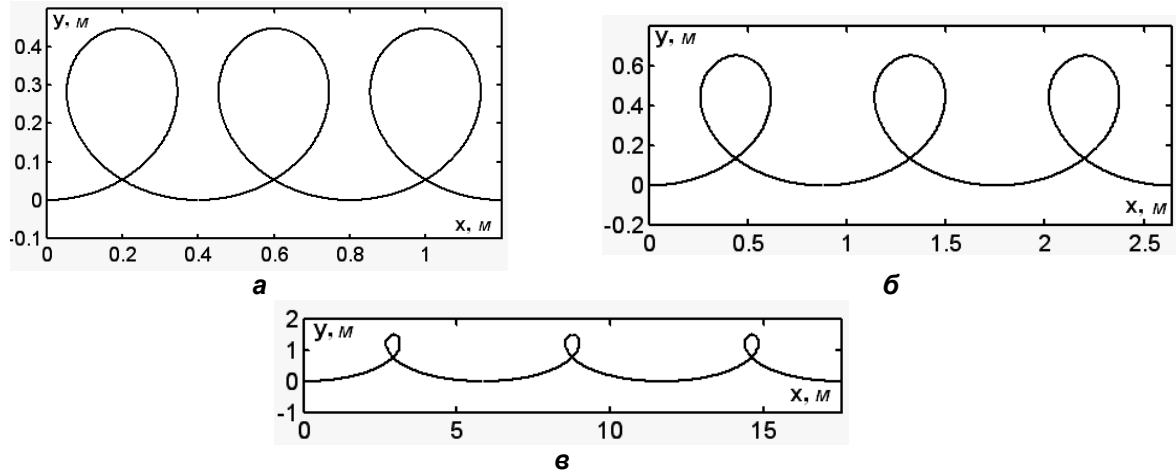
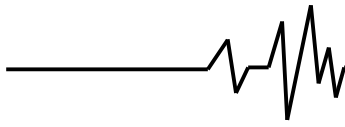


Рис. 6. Криві, які побудовані за параметричним рівнянням (17) при $V = 2$ м/с і різних значеннях a_N : а) $a_N = 2$; б) $a_N = 1,5$; в) $a_N = 1,05$



Для представлених кривих характерний тільки односторонній рух частинки, який за прийнятим визначенням відповідає руху по внутрішній стороні. Криві періодичні і мають петлі. На рис. 6 вони представлені в різних масштабах. Враховуючи цю обставину, неважко побачити, що з наближенням коефіцієнта a_N до одиниці крива збільшується в розмірах і зазнає змін її форма: значно збільшується період в порівнянні з величиною петлі. Плавний перехід до прямої лінії при наближенні a_N до одиниці відсутній. Таким чином, при прагненні коефіцієнта a_N до одиниці для двох груп кривих тільки в одному з трьох випадків можливий плавний перехід до прямої лінії.

Вплив швидкості V руху частинки на форму кривої у всіх випадках однаковий. Якщо проаналізувати параметричні рівняння кривих (17), (19), то можна зробити висновок, що V^2 відіграє участь масштабного коефіцієнта. При заданому значенні коефіцієнта a_N збільшення швидкості руху в два рази спричиняє збільшення розмірів кривої в чотири рази.

Розглянемо приклад. Нехай мотоциклісту-каскадеру потрібно зробити петлю у вигляді кривої, представленої на рис. 6. Беручи масу мотоцикліста з мотоциклом за матеріальну частинку, розрахувати різницю у висоті між вищою і нижньою точками кривої при швидкості $V = 100$ км/год = 27,8 м/с і перевантаженням в 20% ($a_N = 1,2$).

Нижня точка буде при $\alpha = 0^\circ$, а вища - при $\alpha = 180^\circ$. У відповідності з рівнянням $y = y(\alpha)$ (14) будемо мати:

$$\Delta y = y_{\alpha=180} - y_{\alpha=0} = \frac{v^2}{g} \ln \frac{a_n + 1}{a_n - 1} = \frac{27,8^2}{9,81} \ln \frac{1,2 + 1}{1,2 - 1} = 189 \text{ (м)}. \quad (23)$$

Висновки. Знайдені плоскі криві – ортогональні перерізи циліндричних поверхонь з горизонтальними твірними можуть забезпечити постійну силу тиску (силу реакції) при русі частинки по кривій з постійною швидкістю. Така поверхня буде зношуватися рівномірно і для ґрунтообробних знарядь, ймовірно, буде менше схильна до залипання.

Список використаних джерел

1. Горячкин В.П. Собрание сочинений [Текст]: в трех томах. Изд. 2-е. Т. 3 / В.П. Горячкин. – М.: Колос, 1968. – 455 с.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям

сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 283 с.

3. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА, 1992. – 507 с.

4. Лінник М.К. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні стаціонарного циліндра / М.К. Лінник, С.Ф. Пилипака // Вісник аграрної науки. – К., 2006. № 2. – С. 48–54.

5. Пилипака С.Ф. Знаходження траєкторій руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра при боковій подачі матеріалу / С.Ф. Пилипака та ін. // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. – Вип. 20. «Механізація сільськогосподарського виробництва». – Харків, 2003. – С. 91–99.

6. Пилипака С.Ф. Знаходження траєкторії руху матеріальної точки по гравітаційній розгортній поверхні на прикладі розгортного гелікоїда / С.Ф. Пилипака та ін. // Механізація і енергетика сільського господарства. IV міжнародна науково-технічна конференція MOTROL-2003. – К.: НАУ, 2003. – Том 6. – С. 113–126.

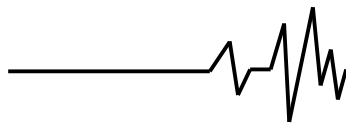
7. Пилипака С.Ф. Знаходження траєкторії руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях із горизонтальними твірними / С.Ф. Пилипака та ін. // Збірник наукових праць НАУ «Механізація сільськогосподарського виробництва». – Т. 12. – К.: НАУ, 2002. – С. 58–69.

8. Пилипака С.Ф. Особливості руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях / С.Ф. Пилипака // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. – Вип. 21. «Механізація сільськогосподарського виробництва». – Харків, 2003. – С. 75–87.

9. Лінник М.К. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні горизонтального циліндра / М.К. Лінник, С.Ф. Пилипака // Вісник аграрної науки. – К., 2009. № 2. – С. 52–56.

10. Пилипака С.Ф. Дослідження руху частинки по внутрішній поверхні похилого циліндра, що обертається навколо власної осі / С.Ф. Пилипака, І.Ю. Грищенко, Т.С. Пилипака // Motrol «Motoryzacja i energetyka rolnictwa». – Lublin, 2010. – Т. 12В. – С. 113–126.

11. Пилипака С.Ф. Розрахунок циліндричної поверхні, що забезпечує сталу силу тяги або сталу величину тиску матеріальної частинки, яка рухається по ній із постійною швидкістю / С.Ф. Пилипака та ін. // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. – Вип.



11. «Механізація сільськогосподарського виробництва». – Харків: ХДТУСГ, 2002. – С. 84–92.

Список джерел в транслітерації

1. Goryachkin V.P. Sobraniye sochineniy [Tekst]: trekh tomakh. Izd. Vtoroy. T. 3 / V.P. Goryachkin. – M. : Kolos, 1968. – 455 s.

2. Vasilenko P.M. Teoriya dvizheniya chastitsy po sherokhovatymi poverkhnostyam selskokhozyaystvennykh mashin / P.M. Vasilenko. – K. : UASKHN, 1960. – 283 s.

3. Zaika P.M. Izbrannyye zadachi zemledel'cheskoy mekhaniki / P.M. Zaika. – M. : Izd-vo USKHA, 1992. – 507 s.

4. Linnyk M.K. Doslidzhennya rukhu materialnoyi Chastynku po vnutrishniy poverkhni statsionarnoho tsylindra / M.K. Linnyk, S.F. Pylypaka // Visnyk ahrarynoyi nauky. – K., 2006. № 2. – S. 48–54.

5. Pylypaka S.F. Znakhodzhennya trayektoriy rukhu materialnoyi Chastynku po vnutrishniy poverkhni vertykalnoho tsylindra pry bokoviy podachi materialu / S.F. Pylypaka ta in. // Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu silskogo hospodarstva. – Vyp. 20. «Mekhanizatsiya silskogo hospodarstva silskogohospodarskogo vyrobnytstva». – Kharkiv, 2003. – S. 91–99.

6. Pylypaka S.F. Znakhodzhennya Trayektoriy rukhu materialnoyi tochky po hravitatsiyiny rozhortniy poverkhni na prikladi rozhortnoho helikoyida / S.F. Pylypaka ta in. // Mekhanizatsiya y enerhetyka silskogo hospodarstva. IV Mizhnarodna naukovotekhnichna konferentsiya MOTROL – 2003. – K. : NAU, 2003. – Tom 6. – S. 113–126.

7. Pylypaka S.F. Znakhodzhennya Trayektoriy rukhu materialnoyi Chastynku po hravitatsiyinykh liniychatikh poverkhnyakh iz horizontalnymy tvirnimi / S.F. Pylypaka ta in. // Zbirnyk naukovykh prats NAU «Mekhanizatsiya silskogohospodarskogo vyrobnytstva». – T.12. – K. : NAU, 2002. – S. 58–69.

8. Pylypaka S.F. Osoblyvosti rukhu materialnoyi Chastynku po hravitatsiyinykh liniychatikh poverkhnyakh / S.F. Pylypaka // Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu silskogo hospodarstva. – Vyp. 21. «Mekhanizatsiya silskogohospodarskogo vyrobnytstva». – Kharkiv, 2003. – S. 75–87.

9. Linnyk M.K. Doslidzhennya rukhu materialnoyi Chastynku po vnutrishniy poverkhni horizontalnoho tsylindra / M.K. Linnyk, S.F. Pylypaka // Visnyk ahrarynoyi nauky. – K., 2009. № 2. – S. 52–56.

10. Pylypaka S.F. Doslidzhennya rukhu Chastynku po vnutrishniy poverkhni Pokhyl

tsylindra, chto obertayetsya vokruh vlasnoyi osi / S.F. Pylypaka, I.Yu. Hryshchenko, T.S. Pylypaka / Motrol «Motoryzatsiia energetika rol'nictva». – Lublin, 2010. – T. 12B. – S. 113–126.

11. Pylypaka S.F. Rozrakhunok tsilindrichnoyi poverkhni, chto Zabezpechuye stallyu sylu tyahy abo stalo velychynoyu Tysku materialnoyi Chastynku, yaka rukhayetsya po niy Iz postiynoyu shvidkisty / S.F. Pylypaka ta in. // Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu silskogo hospodarstva. – Vyp. 11. «Mekhanizatsiya silskogohospodarskogo vyrobnytstva». – Kharkiv: KHDTUS-H, 2002. – S. 84–92.

ПЛОСКИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ УСТОЙЧИВОЕ ДАВЛЕНИЕ И СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ

Аннотация. *Найдены плоские кривые как ортогональные сечения цилиндрических поверхностей с горизонтальными образующими, обеспечивающие постоянную силу давления при движении частицы по кривой с постоянной скоростью. Составлены дифференциальные уравнения движения материальной частицы по плоской траектории на поверхности цилиндра. Осуществлена визуализация полученных результатов. Найдены отдельные случаи движения, когда сила давления на поверхность больше, меньше или равна весу частицы и когда реакция поверхности равна нулю.*

Ключевые слова: *плоская кривая, длина дуги, натуральный параметр, давление, скорость движения.*

FLAT VERTICAL CURVES, WHICH PROVIDE CONSTANT PRESSURE AND SPEED OF MOVING OF A MATERIAL PARTICLE

Annotation. *Flat curves as orthogonal cross sections of cylindrical surfaces with horizontal surfaces are found. It provides the constant pressure and constant speed of moving of a particle along a curve. Differential equations of the motion of a particle on a flat trajectory on the cylinder surface are compiled. Visualization of the got results was carried out. The individual cases of movement, when the force of pressure on the surface is more, less or equal to the weight of the particle and when the response of the surface is zero.*

Key words: *flat curve, length of the arc, natural parameter, pressure, speed of the motion.*