

Коцюбивская Е. И.

Винницький
національний
технічний
університет

Kotsyubivskaya E. I.

Vinnitsia National
Technical University

УДК 621.777.4

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ПОПЕРЕЧНОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ
С ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ
ПОДПОРОМ
ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
ЗАГОТОВОК**

Исследован процесс радиального выдавливания трубчатых заготовок из алюминия АД1 с использованием подпора, который создается путем выдавливания технического свинца в клиновидную полость. Задача решена инженерным методом и МКЭ.

Ключевые слова: радиальное выдавливание, трубчатые заготовки, алюминий АД1.

Введение. Технологические процессы холодного радиального выдавливания имеют высокую эффективность и отличаются многообразием возможных вариантов формообразования. Однако, при реализации этих процессов на поверхности фланцев выдавливаемых заготовок возникают растягивающие напряжения, которые вызывают разрушение кромки фланцев. Кроме того, при свободном выдавливании у фланцев могут наблюдаться характерные искажения формы фланцев в виде грибовидности или утяжин [1,2]. Для увеличения предельной степени деформации материала выдавливаемых заготовок и устранения искажения формы фланцев эффективны схемы радиально выдавливания, в которых к кромке фланца прикладывается гидростатическое давление [3,4].

Основной материал. В данной работе исследован процесс радиального выдавливания трубчатых заготовок из алюминия АД1 с использованием гидростатического подпора, который создается путем выдавливания технического свинца в клиновидную полость. Расчетная схема процесса показана на рис. 1. Так как в данном процессе металл не может перемещаться в направлении оси Z , то схема деформированного состояния является плоской. В этом случае компоненты вектора скорости частиц материала

$$v_z = v_\theta = 0 \quad (1)$$

и компоненты напряжения

$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = 0. \quad (2)$$

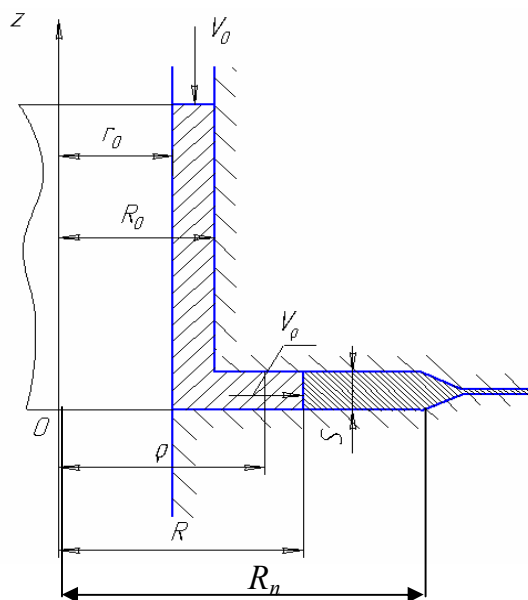
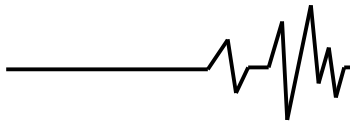


Рис. 1. Расчетная схема поперечного выдавливания осесимметричных деталей с относительно тонким фланцем

Остальные компоненты тензора напряжений σ_ρ , σ_θ , σ_z и $\tau_{\rho z}$ являются функциями только радиуса и не зависят от координат z , θ . При приближенном решении задачи нами принято, что $\tau_{\rho z} = 0$. Тогда дифференциальное уравнение равновесия принимает вид

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0. \quad (3)$$



Условие пластичности при подстановке в него напряжения текучести с учетом упрочнения принимает вид

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = -Ae_u^n, \quad (4)$$

где A и n – постоянные, значения которых зависят от материала заготовки. (Для АД1 A=136 Н/мм², n=0.22; для технического свинца АД1 A=13.4 Н/мм², n=0.06)

При выполнении условия (1) скорость v_ρ можно найти из условия несжимаемости

$$v_\rho = v_0 \frac{R_0^2 - r_0^2}{2\rho S}, \quad (5)$$

где v_0 – скорость перемещения инструмента; R_0, r_0 – внешний и внутренний радиусы заготовки; S – толщина фланца; v_ρ – радиальная скорость частиц материала в сечении с радиусом ρ .

На основании зависимости (5) получим выражения для компонент тензора скоростей деформаций

$$\dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -v_0 \frac{R_0^2 - r_0^2}{2S} \frac{1}{\rho^2}, \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} = v_0 \frac{R_0^2 - r_0^2}{2S} \frac{1}{\rho^2}.$$

Интенсивность скоростей деформаций с учетом (6) будет определяться формулой

$$\dot{\epsilon}_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \dot{\epsilon}_\rho. \quad (7)$$

На основании зависимостей (5), (6), (7) и с учетом того, что $v_0 = dh/dt$, а $v_\rho = d\rho/dt$, для степени деформации e_u получим формулу

$$e_u = \int_0^t \dot{\epsilon}_u d\tau = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{R_0}. \quad (8)$$

После интегрирования уравнения (3) и с использованием условия текучести (4), формулы (8) и граничного условия, по которому при $\rho=R$ радиальное напряжение σ_ρ равно гидростатическому подпору q находим формулы, характеризующие распределение напряжений σ_ρ и σ_θ

$$\sigma_\rho = \frac{A}{n+1} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^n \left[\left(\ln \frac{\rho}{R_0} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{R_0} \right)^{n+1} \right] + q, \quad (9)$$

$$\sigma_\theta = A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{R_0} \right)^n + \frac{A}{n+1} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^n \left[\left(\ln \frac{\rho}{R_0} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{R_0} \right)^{n+1} \right] + q, \quad \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}.$$

Для определения величины гидростатического подпора q рассмотрим радиальное пластическое течение металла в канале, который имеет форму клина с центральным углом 2α [5]. Задачу будем решать в цилиндрической системе координат $\rho\theta z$, начало которой совпадает с вершиной клина (рис. 2). Будем считать, что напряженное состояние не зависит от координаты z.

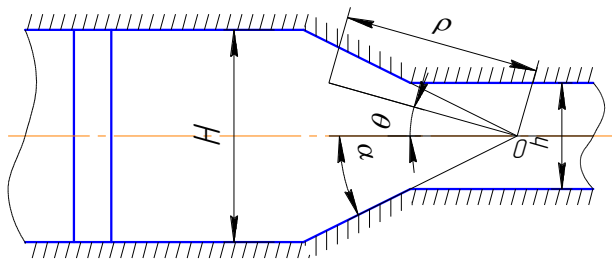


Рис. 2. Выдавливание материала в радиальный канал

В рассматриваемом случае компоненты касательных напряжений

$$\tau_{\theta z} = \tau_{z\rho} = 0,$$

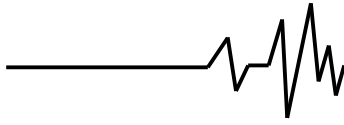
а остальные компоненты девиатора напряжений S_ρ, S_θ, S_z и $\tau_{\rho\theta}$ являются функциями угла θ и не зависят от ρ [5]. Дифференциальные уравнения равновесия в принятой системе координат имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0.$$

При решении задачи принимали, что скорости частиц материала направлены по радиусам, поэтому $v_z = v_\theta = 0$. Основные соотношения между компонентами девиатора напряжений и компонентами тензора скоростей деформаций имеют вид

$$S_\rho : S_\theta : \tau_{\rho\theta} = \dot{\epsilon}_\rho : \dot{\epsilon}_\theta : \dot{\epsilon}_{\rho\theta} \quad (11)$$



Из условия несжимаемости

$$\dot{\epsilon}_\rho + \dot{\epsilon}_\theta = 0 \quad (12)$$

следует, что

$$\dot{\epsilon}_\theta = -\dot{\epsilon}_\rho \quad S_\theta = -S_\rho \quad (13)$$

поэтому соотношения (11) можно переписать в виде

$$\frac{\dot{\epsilon}_\theta}{S_\theta} = \frac{\dot{\epsilon}_\rho}{\tau_{\rho\theta}} \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) для интенсивности касательных напряжений τ и интенсивности скоростей деформаций H получим формулы

$$\tau^2 = S_\rho^2 + \tau_{\rho\theta}^2, \quad (15)$$

$$\dot{\gamma}^2 = \dot{\epsilon}_\rho^2 + \dot{\epsilon}_{\rho\theta}^2. \quad (16)$$

В формуле (16) принято, что $\dot{\gamma}^2 = H^2/4$.

Условие пластичности, без учета влияния упрочнения, имеет вид

$$S_\rho^2 + \tau_{\rho\theta}^2 = k^2. \quad (17)$$

Выразим S_ρ и $\tau_{\rho\theta}$ а также $\dot{\epsilon}_\rho$, $\dot{\epsilon}_\theta$ и $\dot{\epsilon}_{\rho\theta}$ через новый аргумент в виде параметра φ так, чтобы уравнения (16) и (17) тождественно удовлетворялись

$$S_\rho = -S_\theta = k \cos 2\varphi, \quad \tau_{\rho\theta} = k \sin 2\varphi, \quad (18)$$

$$\dot{\epsilon}_\rho = -\dot{\epsilon}_\theta = \dot{\gamma} \cos 2\varphi, \quad \dot{\epsilon}_{\rho\theta} = \dot{\gamma} \sin 2\varphi. \quad (19)$$

Так как в рассматриваемом случае $\dot{\epsilon}_z = 0$, то с учетом условия несжимаемости получим

$$\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0. \quad (20)$$

Из (20) следует, что ρv есть функция только θ . Поэтому решение уравнения (20) имеет вид

$$v_\rho = \frac{v(\theta)}{\rho}. \quad (21)$$

Тогда для компонент тензора скоростей деформаций получим формулы

$$\dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -\frac{v(\theta)}{\rho^2},$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} = \frac{v(\theta)}{\rho^2}, \quad (22)$$

$$\dot{\epsilon}_{\rho\theta} = \frac{v_\rho}{\rho} = \frac{1}{2\rho^2} \frac{\partial v(\theta)}{\partial \theta}.$$

Подставим в дифференциальные уравнения равновесия (10) компоненты девиатора напряжений (18), тогда получим

$$\frac{\rho}{2k} \frac{\partial \sigma}{\partial \rho} + \cos 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\theta} + 1 \right) = 0, \quad (23)$$

$$\frac{1}{2k} \frac{\partial \sigma}{\partial \rho} + \sin 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\theta} + 1 \right) = 0.$$

Так как параметр φ зависит только от θ , то величина среднего напряжения σ может быть представлена в виде [5]

$$\sigma = 2k \left[n \ln \frac{a}{\rho} - \omega(\theta) \right] + k. \quad (24)$$

После подстановки (24) в (23) получим следующие дифференциальные уравнения

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{n}{\cos 2\varphi} - 1, \quad (25)$$

$$\frac{d\omega}{d\theta} = n \operatorname{tg} 2\varphi. \quad (26)$$

Решение уравнения (25) для $n > 1$ имеет вид

$$\theta - \theta_0 = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - \varphi, \quad (27)$$

а решение уравнения (26) будет следующим

$$\omega - \omega_0 = \frac{n}{2} \ln (n - \cos 2\varphi). \quad (28)$$

Значения θ_0 и ω_0 находим из граничных условий, которые принимаем следующими

$$\varphi = 0, \quad \omega = 0 \quad \text{при} \quad \theta = 0, \quad (29)$$

$$\varphi = \delta \quad \text{при} \quad \theta = \alpha. \quad (30)$$

Значение δ находим из условия, что на оси симметрии $\theta = 0$ касательное напряжение $\tau_{\rho\theta} = 0$, а на плоскости стенки касательная компонента напряжения $\tau_{\rho\theta} = t$ равномерно распределена. Величину t будем задавать уравнением

$$t = k \sin 2\delta, \quad \text{где} \quad 0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{4}. \quad (31)$$

После учета граничных условий (29) получим следующие выражения для θ и ω

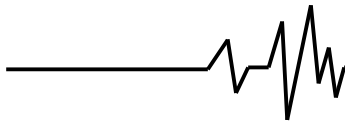
$$\theta = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - \varphi, \quad (32)$$

$$\omega = \frac{n}{2} \ln \frac{n - \cos 2\varphi}{n - 1}. \quad (33)$$

Между параметром n и углом α с учетом граничного условия (30) имеет место зависимость

$$\alpha = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \delta \right) - \delta. \quad (34)$$

Для определения компонент тензора напряжений необходимо задать условия



трения на контактной поверхности, то есть величину отношения t/k и определить по (31) величину δ . По известным значениям α и δ по формуле (34) находим n . Для произвольного угла θ по формуле (32) определяем φ . Компоненты девиатора напряжений вычисляем по формулам (18). По формуле (32) находим ω и по формуле (24) находим σ . Таким образом определяем все компоненты тензора напряжений. Величина σ_p на входе в сходящийся канал и будет определять составляющую величины гидростатического подпора, которая зависит от угла α и отношения высоты канала к высоте щели H/h .

Величина гидростатического подпора q зависит еще от площади контакта рабочей среды со стенками канала. Поэтому суммарная величина подпора будет равна

$$q = \frac{t(R_n^2 - R^2)}{RS} + \sigma_p^0, \quad (35)$$

где R_n – радиус рабочей полости; σ_p^0 – среднее по высоте полости радиальное напряжение на входе в сходящийся канал.

Для решения поставленной задачи использовали также программный комплекс Forming [6], который позволяет решать задачи пластического течения при холодной и горячей обработке давлением компактных и пористых (порошковых) материалов при объемной и листовой штамповке, а также многослойных заготовок, состоящих из материалов с различными механическими свойствами.

Программа дает возможность рассчитать значения всех характеристик НДС в любой

момент времени, что позволяет однозначно определить траектории нагружения в координатах: показатель напряженного состояния $\eta = 3\sigma/\sigma_u$, параметр Надаи-Лодде μ_σ , степень деформации e_u . Предельное формоизменение оценивали на основе прикладной теории деформируемости [7]. Для этого использовали критерий [8]

$$\psi = \int_0^{e_u} m \frac{e_u(\eta, \mu_\sigma)}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} de_u, \quad (36)$$

где $e_u(\eta, \mu_\sigma)$ – траектория нагружения; $e_p(\eta, \mu_\sigma) = 1.3 \exp(0.5246\mu_\sigma - 0.3254\eta)$ – поверхность предельных деформаций для алюминия АД1;

$m = 1 + 0.04 \frac{d\eta}{de_u} - 0.02 \frac{d\mu_\sigma}{de_u}$ – для алюминия

АД1.

По критерию (36) определили радиус фланца $R=29.8$ мм ($r_0=10$ мм, $R_0=15$ мм) при котором $\psi=0.9$ и весь процесс деформирования разбили на три этапа: 1-й – $R_1=24.5$ мм, 2-й – $R_2=26.8$ мм, 3-й – $R_3=29.8$ мм. Распределения η , μ_σ и e_u на каждом из этапов приведены на рис. 3, 4, 5. Решение задачи получено для радиуса полости $R_n=40$ мм и коэффициента трения $\mu=0.4$.

Без использования гидростатического подпора, при данной схеме выдавливания, расчетные значения радиуса фланца по критерию (36) не превышают значений $R \leq 20$ мм.

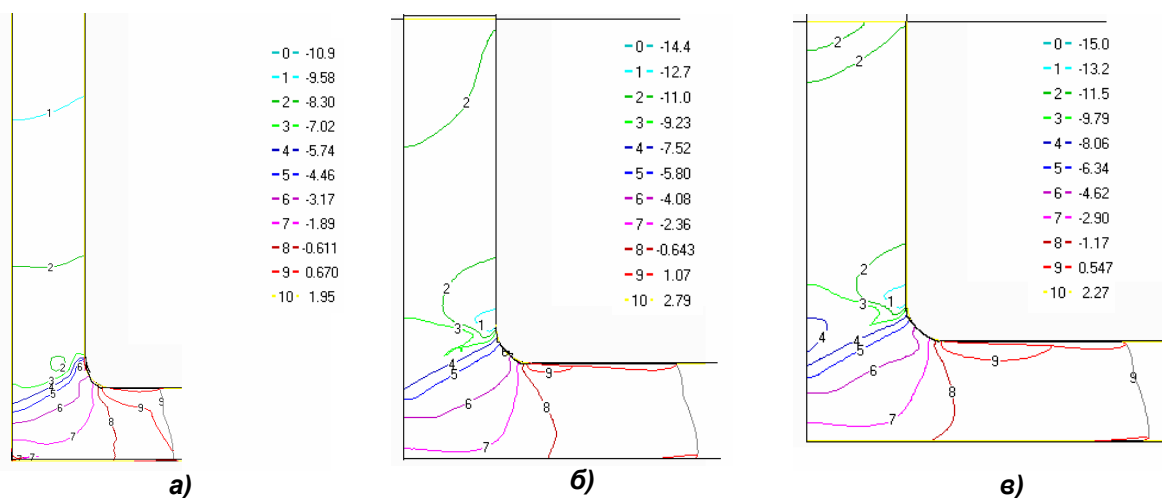


Рис. 3. Показатель напряженного состояния η а) на 1-м; б) на 2-м; в) на 3-м этапах

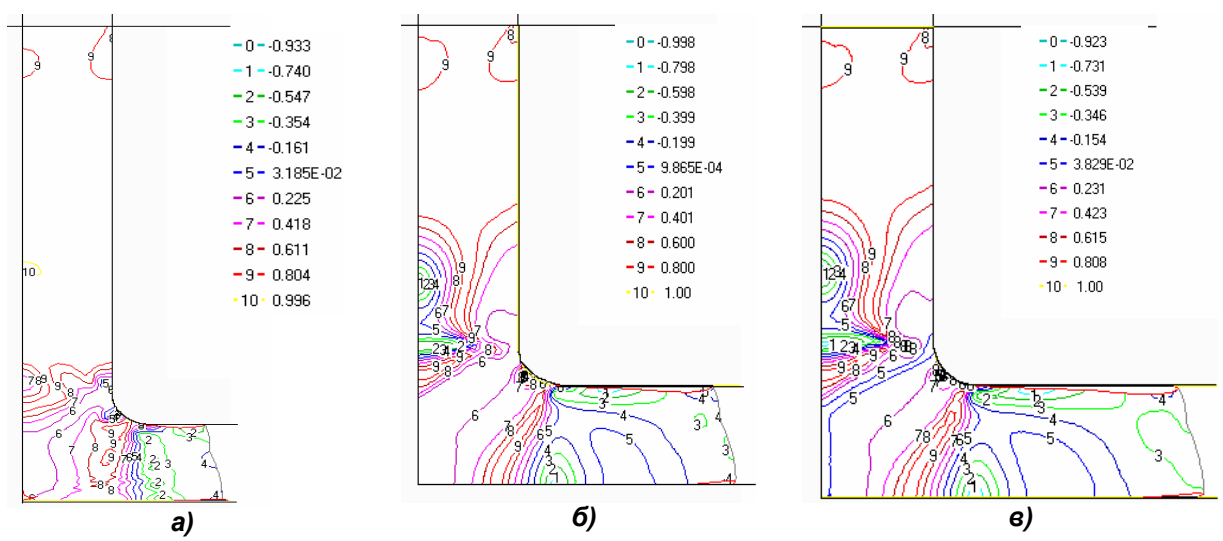
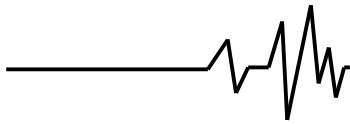


Рис. 4. Параметр Надаи-Лоде μ_{σ} а) на 1-м; б) на 2-м; в) на 3-м этапах

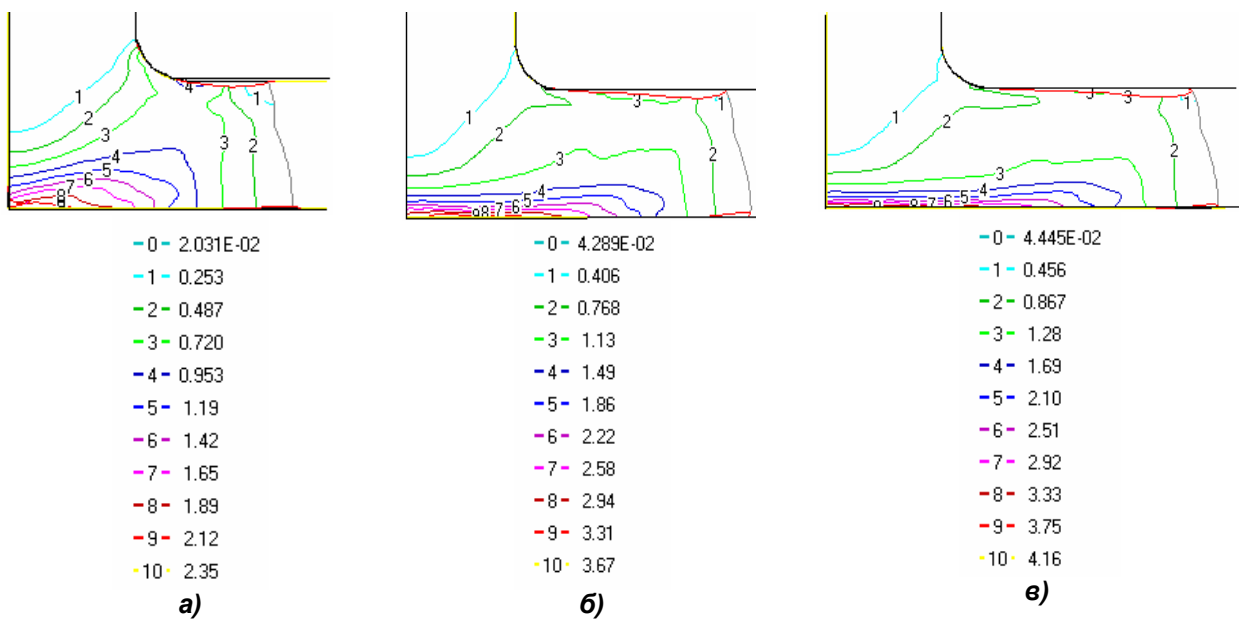


Рис. 5. Степень деформации ϵ_u а) на 1-м; б) на 2-м; в) на 3-м этапах

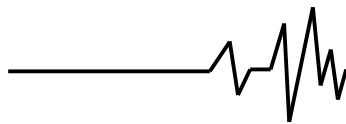
Выводы

Процесс выдавливания осесимметричных деталей из трубчатых заготовок из алюминия АД1 с использованием гидростатического подпора позволяет увеличить радиус фланца на ~50% по сравнению с выдавливанием без подпора. Необходимо отметить, что величина гидростатического подпора зависит не только от отношения $\frac{H}{h}$, но и от условий трения и радиуса полости R_n . Результаты расчета НДС методом конечных элементов в области фланца удовлетворительно согласуются с

результатами расчетов по приближенному решению. Расхождение не превышает 16%.

Список использованных источников

- Алиев И.С. Технологические возможности новых способов комбинированного выдавливания // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. – №2. – С. 7–9.
- Носаков А.А., Солодун Е.М., Алиева Л.И. Прогнозирование дефектов типа утяжин при точной штамповке выдавливанием // Удосконалення процесів і обладнання обробки



тиском в металургії і машинобудуванні: Зб. наук. пр. – Краматорськ-Хмельницький: ДДМА. – 2002. – С. 105–110.

3. Алиев И.С. Теоретический анализ процесса выдавливания фланцев с противодавлением // Физика и техника высоких давлений. – 1990. – Вып. 34. – С. 42–46.

4. Алиев И.С., Жбанков Я.Г., Коцюбивская Е.И. Моделирование процесса радиального выдавливания фланцев с применением противодавления // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Тематич. зб. наук. пр. – Краматорськ: ДДМА. 2006. – С. 53–58.

5. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М. : Высшая школа, 1969. – 608 с.

6. Программный комплекс для моделирования двумерных процессов пластического течения при обработке металлов давлением. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки / А.В. Власов, Н.А. Шестаков, В.Н. Субич, В.А.Демин // Министерство образования РФ. – ОФАП. – Номер гос. рег. 50200400053.

7. Огородников В.А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении. – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с.

8. Сивак И.О. Пластичность металлов при холодной пластической деформации // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: – Краматорськ-Слов'янськ: ДДМА. – 2000. – С. 168–171.

Список источников в транслитерации

1. Aliyev I.S. Tekhnologicheskiye vozmozhnosti novykh sposobov kombinirovannogo vydavlivaniya // Kuznechno-shtampovoye proizvodstvo. – 1990. – № 2. – С. 7–9.

2. Nosakov A.A., Solodun Ye.M., Aliyeva L.I. Prognozirovaniye defektov tipa utyazhiny pri tochnoy shtampovki vydavlivaniyem // Udoskonallyennyya protsesiv y obladnannya obrobky leshchata v metalurhiyi y mashynobuduvanni: Zb. nauk. pr. – Kramatorsk – Khmelnytskyy: DDMA. – 2002. – С. 105–110.

3. Aliyev I.S. Teoreticheskiy analiz protsesa vydavlivaniya flantsev s protivodavleniyem // Fizika i tekhnika vysokikh davleniy. – 1990. – Вып. 34. – С. 42–46.

4. Aliyev I.S., Zhbankov YA.G., Kotsyubivskaya Ye.I. Modelirovaniye protsesa radial'nogo vydavlivaniya flantsev s primeneniyyem protivodavleniya // Udoskonallyennyya protsesiv y obladnannya obrobky leshchata v metalurhiyi y mashynobuduvanni: tematykh. zb. nauk. pr. – Kramatorsk: DDMA. 2006. – С. 53–58.

5. Sokolovskiy V.V. Teoriya plastichnosti. – М. : Vysshaya shkola, 1969. – 608 s.

6. Programmnyy kompleks dlya modelirovaniya dvumernykh protsessov plasticheskogo techeniya pri obrabotke metallov davleniyem. Svidetel'stvo ob otraslevoy registratsii razrabotki / A.V. Vlasov, N.A. Shestakov, V.N. Subich, V.A.Demin // Ministerstvo obrazovaniya RF. – OFAP. – Nomer gos. reg. 50200400053.

7. Ogorodnikov V.A. Deformiruyemost i razrusheniye metallov pri plasticheskikh formoizmeneniya. – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с.

8. Sivak I.O. Plastichnost' metallov pri kholodnoy plasticheskoy deformatsii // Sovershenstvovaniye protsessov i oborudovaniya obrabotki davleniyem v metallurgii i mashinostroyenii: – Kramatorsk-Slavyansk: DGMA. – 2000. – С. 168–171.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОПЕРЕЧНОГО ВИДАВЛЮВАННЯ З ГІДРОСТАТИЧНИМ ПІДПОРОМ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАГОТОВОК

Анотація. Досліджено процес радіального видавлювання трубчастих заготовок з алюмінію АД1 з використанням підпору, який створюється шляхом видавлювання технічного свинцю в клиноподібну порожнину. Задача розв'язана інженерним методом і МКЕ.

Ключові слова: радіальне видавлювання, трубчасті заготовки, алюміній АД1.

MATHEMATICAL MODEL OF CROSS- EXTRUSION HYDROSTATIC OVERPRESSURE AXIALLY SYMMETRIC WORKPIECES

Annotation. The process of radial extrusion of tubular billets of aluminum AD1 using backwater that is created by extruding a technical lead in the tapered cavity. The problem is solved by the method of engineering and MKE.

Key words: radial extrusion, tubular workpiece, aluminum AD1.