



Рахманов С. Р.

Вышинский В. Т.

*Национальная  
металлургическая  
академия Украины*

Rakhmanov S. R.

Vyshynsky V. T.

*National Metallurgical  
Academy of Ukraine*

УДК 621.744.35

**ДИНАМИЧЕСКИЕ  
ОСОБЕННОСТИ ОЧАГА  
ДЕФОРМАЦИИ В ПРОЦЕССЕ  
ХОЛОДНОЙ ПИЛЬГЕРНОЙ  
ПРОКАТКИ ТРУБ**

*Разработана динамическая модель очага деформации процесса холодной пильгерной прокатки труб. Составлены дифференциальные уравнения для возмущенной области очага деформации, соответствующая двум взаимодействующим пластической и упругой зонам. Установлены границы распространения фронта пластической и упругих волн в процессе холодной пильгерной периодической прокатки труб с учетом изменения геометрических параметров оправки и валков в очаге деформации. Определены амплитудно-частотные характеристики распространения фронтов пластической и упругой волн. Приведено обоснование и предложена схема вибрационной холодной пильгерной периодической прокатки труб.*

**Ключевые слова:** *труба, очаг деформации, холодная прокатка труб, оправка, валок, область возмущений, динамическая модель, дифференциальные уравнения, пластическая волна, упругая волна, фронт волны, радиальное перемещение, вибрация, амплитуда, частота, высокочастотный вибратор.*

**Введение.** Технологические процессы производства холоднокатаных бесшовных труб из углеродистых, малопластичных и труднодеформируемых материалов находят широкое применение в мировой практике. При этом проблемы повышения эффективности процесса периодической холодной пильгерной прокатки труб выдвигают ряд актуальных задач по совершенствованию технологии производства и модернизации основного технологического оборудования [1, 2].

Совершенствование существующих и разработка новых технологий холодной периодической пильгерной прокатки труб требует кардинального подхода к задаче оптимизации качества бесшовных труб, что непосредственно, связано с отработкой режимов деформации, прогнозированием показателей стойкости технологического инструмента и надежности функционирования всего технологического оборудования станов холодной прокатки труб (ХПТ) [3].

Установление некоторых скрытых возможностей существующих технологий и разработка новой технологии вибрационной прокатки труб требует создания корректных

математических моделей, адекватно отражающих условия реализации и особенности данного процесса на современных станах ХПТ. В основу разработки ряда математических моделей и создания механизмов для вибрационного нагружения металла положены некоторые разработки В.Н. Потураева, В.М. Клименко, В.Н. Шаповала, М.Г. Цейтлина и других авторов, анализ этих разработок обобщен и наиболее полно представлен в работе [6].

Большинством исследователей подтверждается тот факт, что применение высокочастотных вибраций при обработке металлов давлением (ОМД) приводит к уменьшению предела текучести материала и, как следствие, к значительному снижению энергосиловых параметров очага деформации. При этом важную роль играет фактор формирования рациональной объемной деформации металла и уменьшения внешних контактных и внутренних сил трения.

**Основной материал.** Исследованиями, приведенными в работе [6], установлена некоторая зависимость усилия деформирования заготовки от параметров

активных вибраций. При этом выявлено, что для достижения установившегося вибрационного режима деформирования заготовки необходимо определение зависимости между частотой, амплитудой и кинематическими параметрами технологического процесса. Следовательно, амплитудно-частотная характеристика базовых технологических инструментов (оправки и валков) оказывает существенное влияние на эффективность процесса холодной прокатки труб, поскольку, при этом формируется некоторые необходимые и достаточные условия для активизации вибрационного деформирования самой гильзы.

Первые опытно-промышленные установки для активизации процессов ОМД с использованием высокочастотных ультразвуковых колебаний были построены фирмами «Uniform Tubes» и «Aero projects» (США) в начале 60-х годов XX столетия. Затем на заводе фирмы «Aero projects» для производства бесшовных труб был создан пресс с подводом высокочастотных ультразвуковых колебаний непосредственно к матрице. Применение ультразвуковых колебаний позволило увеличить степень единичного обжатия и повысить скорость деформации заготовки, уменьшить число операций отжига и травления, а также количество отходов. Данные вопросы свое дальнейшее решение нашли при производстве бесшовных труб на заводе фирмы «Stainless Tube Division» (США), где деформируют трубную заготовку из коррозионно-стойкой стали на профильных прессах подводом высокочастотных ультразвуковых колебаний непосредственно к технологическим инструментам [4, 5].

Промышленная технология производства бесшовных труб на профильных прессах из предварительно просверленных заготовок с использованием энергии ультразвуковых колебаний освоена также фирмами «Levy» и «Kolambia Jammeril» (Англия) [5]. Аналогичный профильный пресс с подводом ультразвуковых колебаний непосредственно к игле, через стержень, работает в фирме «Кобэ» (Япония) [5].

На трубопрокатных заводах Украины и России в настоящее время работают станы ХПТ как отечественного («ЭЗТМ», Россия), так и зарубежного производства («SMS MEER», Германия), оснащенные современными механизмами для реализации высокоэффективных процессов. Однако, по ряду необоснованных причин, данные станы ХПТ не снабжены устройством для реализации современной технологии вибрационного воздействия на обрабатываемое изделие.

Отметим, что при модернизации отечественных станов ХПТ, колебания от высокочастотного вибратора следует непосредственно подвести к оправке через стержень механизма ее удержания.

Определение возможностей существующих и разработка новых технологических процессов холодной пильгерной прокатки труб с применением высокочастотных вибраций требует создания математических моделей, адекватно отражающих условия прокатки гильз (трубных заготовок). При незначительных допущениях от особенностей и условий формирования холоднокатаных гильз на современных станах ХПТ, воспользуемся схемой холодной периодической пильгерной вибрационной прокатки труб, которая приведена на рисунке 1.

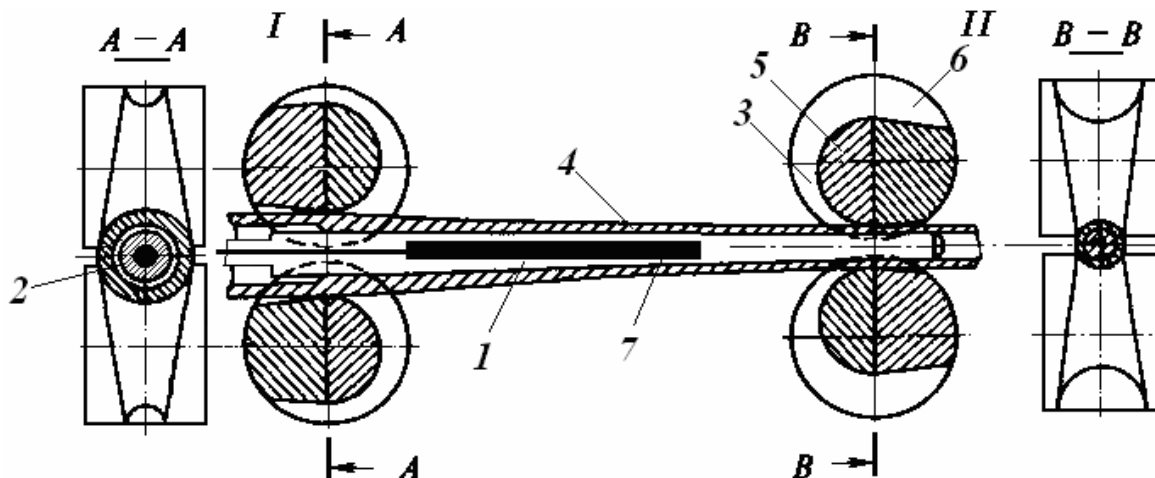


Рис. 1. Схема холодной пильгерной прокатки труб (I – переднее и II – заднее положение рабочей клетки): 1 – коническая оправка; 2 – кольцевой зазор; 3 – ручей калибров; 4 – прокатываемая труба; 5 – калибр; 6 – рабочие валки; 7 – высокочастотный вибратор



Рассмотрим следующую постановку задачи о холодной пильгерной прокатке труб на оправке, выполненной в виде тела вращения, по поверхности которой с определенной скоростью раскатывается металл (труба). Оправка, используемая в качестве рабочего инструмента, представляет собой абсолютно твердое осесимметричное тело с некоторым заданным сужением по образующей, которая взаимодействует с однородной полубесконечной средой (металлом), занимающую некоторое полупространство  $x \geq 0$ , нормально к его свободной поверхности. Возмущенное движение прокатываемого металла (сплошной среды), вызванное оправкой в процессе холодной прокатки, во всех сечениях очага деформации считаем осесимметричным (рис. 2).

Решение указанной задачи о движении сплошной среды (металла), основанное на использовании достаточно строгих нелинейных дифференциальных уравнений движения прокатываемого металла, в силу имеющих место больших деформаций, в настоящее время является затруднительным из-за недостатка развития математического аппарата. Поэтому, на данной стадии исследования, наиболее приемлемы приближенные методы, которые, тем не менее, позволяют получить достоверное решение задачи. Следует отметить, что данные методы, хотя и обладают определенной погрешностью, но в основном охватывают физическую суть явлений, происходящих в процессе холодной прокатки цилиндрической гильзы (трубной заготовки) в готовую трубу заданных размеров. Выбираем цилиндрическую систему координат с началом в точке соприкосновения

оправки с прокатываемой гильзой; ось  $x$  направим вдоль оси прокатываемой трубы, время прокатки отсчитываем с момента соприкосновения оправки с металлом. Пусть  $H(t)$  – есть величина подачи (закон подачи за цикл прокатки) гильзы в очаг деформации в момент времени  $t$  (рис. 3).

Если уравнение поверхности оправки задано в виде  $r = f(x), (x \geq 0)$ , то положение гильзы и геометрия очага деформации в выбранной системе координат в момент времени  $t \geq 0$  определяется уравнением  $r = f[x + H(t)]$ .

В некоторой фиксированной плоскости  $x = const$  сечение оправки с криволинейной образующей представляет собой окружность переменного радиуса  $r_0(t) = f[t + H(t)]$ , изменяющуюся в радиальном направлении со скоростью

$$c_0(t) = \dot{r}_0(t) = \frac{d}{dt} f[x + H(t)] = f'[x + H(t)] u_0(t).$$

Здесь  $u_0(t) = \dot{H}(t)$  – осевая составляющая скорости прокатки;  $f'(x + H(t))$  – тангенс угла наклона образующей оправки к оси  $x$  на некоторой заданной длине очага деформации  $x = const$ .

Отметим, что в большинстве случаев оправка, удерживаемая стержнем на оси прокатки трубы, выполняется в виде эквивалентного конуса с углом конусности  $\alpha$ , то  $f(x) = x \operatorname{tg}(\alpha)$ , и скорость изменения поперечного сечения оправки в плоскости  $x = const$  будет равна  $c_0(t) = u_0(t) \operatorname{tg}(\alpha)$ .

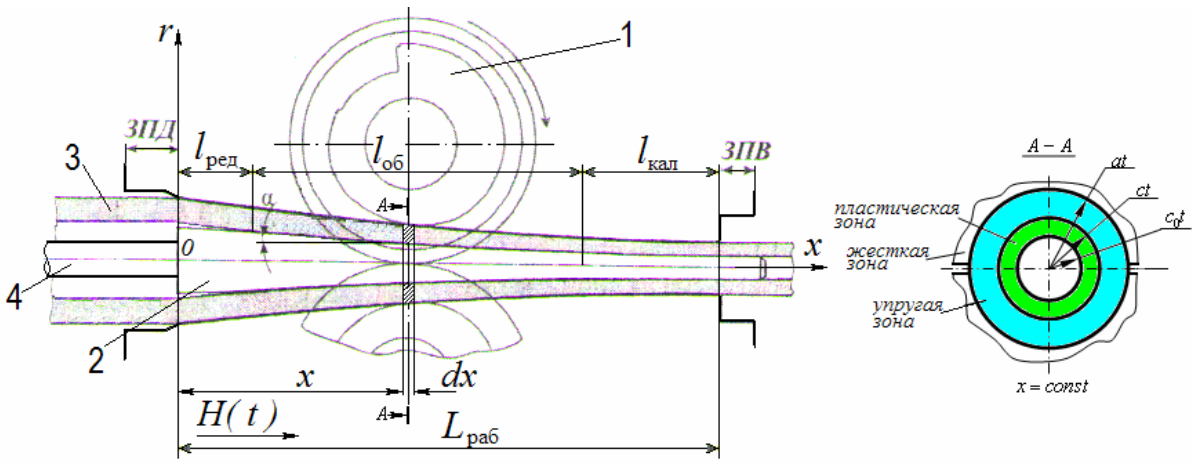
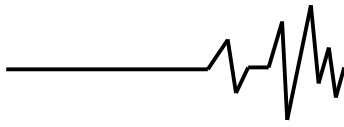


Рис. 2. Расчетная схема динамических процессов в очаге деформации при холодной прокатке гильзы (трубной заготовки) на стане ХПТ: 1 – валки рабочие; 2 – оправка; 3 – трубная заготовка; 4 – стержень оправки



Не принимая во внимание некоторые частности реализации существующего технологического процесса, будем считать, что процесс прокатки трубы ведется в установившемся режиме и с постоянной скоростью. Поэтому в первом приближении можно принять, что  $u_0(t) = u_0 = const$ . При этом каждое поперечное сечение металла при радиальном перемещении изменяется с установленной постоянной скоростью  $c_0 = u_0 \operatorname{tg}(\alpha) = const$ , и движение в фиксированной плоскости можно рассматривать, как автомодельное.

Предлагаемый приближенный подход к решению рассматриваемой динамической модели процесса холодной пильгерной прокатки состоит в следующем: считается, что каждый слой металла трубной заготовки, в некоторой условно фиксированной плоскости  $x = const$ , движется независимо от других слоев, причем движение начинается с того момента времени, когда поверхность оправки достигает данной плоскости. При этом, исходная постановка сводится к задаче о движении цилиндрической каверны в сплошной среде (в трубной заготовке). Такая принятая модель представляет собой задачу о распространении одномерных радиальных волн в слое, перпендикулярном направлению движения металла в процессе прокатки трубы. Таким образом, можно сказать, что предлагаемый подход к решению задачи базируется на методе плоских сечений и представляет развитие теоретических положений процессов периодической прокатки трубы технологическими инструментами (оправкой) и рабочими валками.

Анализ напряженно-деформированного состояния металла показывает, что при существующих скоростях прокатки в сплошной цилиндрической гильзе, кроме зоны упругого состояния, преимущественно, возникает зона пластического состояния, а в некоторых случаях и зона разрушения металла. Поэтому, первоначально рассмотрим отдельно указанные зоны и дадим в принятом приближении решение динамической задачи для каждой из них. Результаты ряда экспериментальных исследований [3, 6] указывают на необходимость поэтапного исследования деформированного состояния прокатываемого металла в стесненном очаге деформации и управления напряженно-деформированным состоянием в процессе реализации технологических операций холодной прокатки труб.

Принимаем во внимание то, что пластическая область расположена в зоне контакта прокатываемого металла с оправкой. Следовательно, в рамках выбранной динамической модели в каждом сечении очага деформации  $x = const$  пластическая зона представляет собой концентрическую область, ограниченную окружностью радиусом  $r_0(t)$ . Пластическая зона движется со скоростью  $c_0(t)$ , что соответствует скорости изменения поперечного сечения оправки. Окружность радиуса  $R(t)$ , которая определяет границы пластической области со стороны внешней области, изменяется с неизвестной заранее скоростью  $c(t) = \dot{R}(t)$ .

Область, примыкающая к пластической зоне по окружности  $r = R(t)$ , как будет показано в дальнейшем, в ряде случаев может рассматриваться как упругая область. Для радиального перемещения металла в рассматриваемом слое очага деформации  $x = const$  законы сохранения массы и количества движения сплошной среды, в выбранной цилиндрической системе координат, имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\rho \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $\rho(r, t)$  – плотность металла;  $v(r, t)$  – радиальная скорость частиц металла (положительная в сторону возрастания геометрических размеров оправки);  $\sigma_r, \sigma_\theta$  – соответственно радиальная и окружная компоненты напряжения (положительные при сжатии).

Отметим, что уравнения (1) и (2) пригодны как для пластической зоны, так и для упругой зоны. Пластичность рабочей среды (металла) при рассматриваемом подходе наиболее удобно описывать критерием текучести по Треску [7, 10], который в нашем случае имеет вид

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \tau_0, \quad (3)$$

где  $\tau_0$  – предел текучести прокатываемого металла ( $\tau_0 = const$ ).

Кроме того, необходимо отметить, что относительное изменение объема, как известно из [8, 9] является объемной деформацией, которая обычно в теории пластичности считается пропорциональной давлению металла в очаге деформации



$$p = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_x). \quad (4)$$

Предполагаем, что между давлением  $p$  и изменением объема существует линейная зависимость, которую представим в виде

$$p = K\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right), \quad (5)$$

где  $\rho_0, \rho$  – соответственно начальная и текущая плотность прокатываемого металла;  $K$  – объемный модуль упругости.

Система уравнений (1), (2), (4) и (5) не является замкнутой, так как содержит пять неизвестных функций:  $v, \rho, \sigma_r, \sigma_\theta$  и  $\sigma_x$ .

Классическая теория пластичности при рассмотрении движения прокатываемого металла с цилиндрической симметрией использует различные гипотезы и предположения относительно взаимосвязи напряжения  $\sigma_x$  с другими компонентами полного напряжения и деформаций. Одним из таких предположений в теории пластичности является предположение о линейности связи между девиатором тензора напряжений и девиатором тензора деформаций. Совместно с условием об отсутствии осевой деформации указанное предположение приводит к следующей связи между напряжениями

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) - G\varepsilon, \quad (6)$$

где  $\varepsilon$  – объемная деформация металла.

Поскольку  $\varepsilon$  величина достаточно малая, то в уравнении (13) часто пренебрегают последним членом, в результате чего получаем равенство

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta), \quad (7)$$

рекомендуемое Хиллом [10].

Результаты исследования [11] говорят о том, что кроме условия (7), в определенных случаях, применимо условие

$$\sigma_x = \sigma_\theta. \quad (8)$$

Оба условия (7) и (8) принадлежат к классу более общего параметрического условия согласно [12 – 14]

$$\sigma_x = s\sigma_\theta + (1-s)\sigma_r. \quad (9)$$

Соответственно, значения параметра  $s = 1/2$  и  $s = 1$  [11, 14].

Если использовать условие (9), то для давления металла в очаге деформации получим выражение

$$p = \frac{1}{3}[(2-s)\sigma_r + (1+s)\sigma_\theta]. \quad (10)$$

В силу записанного, уравнение (5) примет вид

$$1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{3K}[(2-s)\sigma_r + (1+s)\tau_0], \quad (11)$$

или, с учетом условия текучести (3) будем иметь

$$1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{K}\left[\sigma_r - \frac{1}{3}(1+s)\sigma_\theta\right]. \quad (12)$$

Исключив из уравнений (1) и (2)  $\sigma_\theta$  при помощи условия (3), и  $\rho$  при помощи равенства (12), получаем

$$\left(\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r}\right)\left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3}\tau_0\right) = -\rho_0 K \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r}\right), \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right)\left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3}\tau_0\right) = -\left(\frac{\partial\sigma_r}{\partial t} + v \frac{\partial\sigma_r}{\partial r}\right). \quad (14)$$

Именно эти два уравнения определяют пластическое движение металла в соответствующей области очага деформации  $r_0(t) \leq r \leq R(t)$ , для оправки с произвольной или криволинейной образующей  $r = f(x)$  и произвольным законом скорости движения металла  $u_0(t)$ .

Поскольку оправка принудительно взаимодействует с прокатываемым металлом с постоянной скоростью  $u_0$  и в ряде случаев имеет коническую образующую, то граница контакта пластической зоны с оправкой движется с постоянной скоростью  $c_0 = u_0 \operatorname{tg}(\alpha)$ , и задача (13), (14) оказывается автомодельной, в силу того, что не имеет характерного размера. В этом случае скорость распространения пластической зоны  $c$  также постоянна и определяется  $R(t) = ct$ .

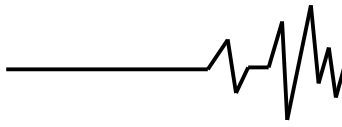
Перейдя в уравнениях (13) и (14) к безразмерным величинам,

$$\bar{v} = \frac{v}{c}; \bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{K}; \bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0}{K}, \quad (15)$$

которые являются функциями только автомодельной переменной, которую удобно взять в виде

$$\xi = \frac{r}{ct}, \quad (16)$$

получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений



$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0\right] \left(\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi}\right) = \beta^2 \frac{d\bar{v}}{d\xi} (\xi - \bar{v}); \quad (17)$$

$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0\right] \left(\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi}\right) = \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} (\xi - \bar{v}), \quad (18)$$

где  $\beta = \frac{c}{c_p}$ ,  $c_p = \frac{K}{\rho_0}$ .

Система уравнений (17) и (18) описывает пластическое течение металла в рассматриваемой области  $c_0 t < r < ct$  очага деформации, которая в автомодельных переменных является интервалом  $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ .

Здесь  $\xi_0$  – нижний предел автомодельной переменной  $\xi_0 = \frac{c_0}{c} \leq 1$ , который

соответствует границе контакта металла с оправкой в процессе прокатки трубы.

Обратим внимание на тот факт, что граница  $r = R(t)$  заранее неизвестна, и в автомодельной задаче (из-за выбора в качестве характерной скорости величины  $c$ ) неизвестным оказывается значение  $\xi_0$  на границе с оправкой.

Для осесимметричной оправки с произвольной криволинейной образующей решение задачи в пластической зоне приводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных (13) и (14) в подвижной области  $r_0(t) < r < R(t)$  с заранее неизвестной границей  $R(t)$ . Для некоторых условий взаимодействия оправки, выполненной строго в виде конического тела вращения, воздействующая с постоянной скоростью  $u_0$  на прокатываемый металл, задача, в конечном итоге, сводится к упрощенному решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (17) и (18) в области с фиксированными границами  $\xi = \xi_0 < 1$  и  $\xi = 1$  с заранее неизвестной величиной  $\xi_0$ .

Из граничных условий при  $\xi = \xi_0$  известно значение скорости  $v = c_0$  или

$$\bar{v} \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{c_0}{c} = \xi_0. \text{ Тогда, условия на границе}$$

$\xi = 1$  должны определяться из условия стыковки решения в пластической зоне с

решением в той упругой зоне, которая примыкает к пластической.

Линеаризованная задача для пластической области базируется на основных предположениях линейной теории движения сплошной среды [12].

Численные результаты показывают, что хотя происходит изменение плотности прокатываемого металла, но величина  $\rho_0/\rho$  отличается от единицы незначительно. Кроме

того величины  $v \frac{\partial \rho}{\partial r}$  и  $v \frac{\partial v}{\partial r}$  имеют второй

порядок, поэтому в линейном приближении задачи вместо уравнений (1) и (2) воспользуемся дифференциальными уравнениями

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0; \quad (19)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (20)$$

Исключив из уравнений (19) и (20) плотность металла  $\rho$  при помощи уравнения (12), придем к следующей системе уравнений

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + K \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0, \quad (22)$$

которая является линеаризованным вариантом уравнений (1) и (2).

Для оправки с конусным образующим при постоянной скорости взаимодействия с металлом  $u_0$  задача (21) и (22) является автомодельной и в переменных (15) и (16) приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

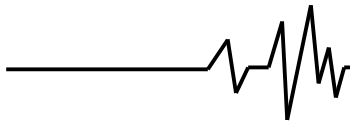
$$\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi} = \beta^2 \xi \frac{d\bar{v}}{d\xi}; \quad (23)$$

$$\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = \xi \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi}, \quad (24)$$

на интервале переменной  $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ .

В дальнейшем ограничимся только решением линеаризованной системы уравнений (23) и (24), которая, как показывает сравнение с численным решением нелинейной системы (17) и (18), имеет удовлетворительную точность, но обладает тем преимуществом, что линеаризованная система допускает замкнутое аналитическое решение задачи.

Из (23) и (24) имеем самостоятельное уравнение для определения функции  $\bar{v}(\xi)$



$$(1 - \beta^2 \xi^2) \frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = -\bar{v}_0, \quad (25)$$

которая при  $\xi = \xi_0$  должна удовлетворять граничному условию  $\bar{v}|_{\xi=\xi_0} = \xi_0$ . Решение уравнения (25), удовлетворяющее последнему условию, имеет вид

$$\bar{v}(\xi) = D_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta^2 \xi} - \frac{\bar{v}_0}{\beta^2 \xi}, \quad (26)$$

где  $D_0 = \frac{\beta^2 \xi_0^2 + \bar{v}_0}{\sqrt{1 - \beta^2 \xi_0^2}}$ .

Теперь из (23) получаем выражение для определения  $\bar{\sigma}_r(\xi)$

$$\bar{\sigma}_r(\xi) = D_0 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta \xi} + D_1, \quad (27)$$

где  $D_1$  – произвольная постоянная.

Постоянная  $D_1$  и безразмерная скорость распространения пластической зоны  $\beta = c/c_p$  должны быть определены из условия сопряжения пластической зоны с внешней зоной, примыкающей к пластической. Для внешней зоны могут применяться различные математические и физические модели, здесь использованы две наиболее распространенные: модель упругой зоны очага деформации и модель зоны, разрушенной радиальными трещинами. В силу этого подробно остановимся на модели упругой зоны.

Упругая область очага деформации (в силу особенностей реализации технологического процесса холодной прокатки труб) ограничена некоторой «жесткой» областью – границами технологических инструментов (границы оправки и рабочих валков). В упругой области очага деформации имеем известные уравнения теории упругости, которые для радиального движения металла имеют вид [11, 14] (рис. 3.)

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (28)$$

$$-\sigma_r = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (29)$$

$$-\sigma_\theta = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{u}{r}, \quad (30)$$

$$-\sigma_x = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \quad (31)$$

где  $u(r, t)$  – радиальное смещение частиц металла;  $\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$ ;

$E, G$  – соответственно, модуль упругости Юнга и модуль сдвига прокатываемого металла;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Напряжение, по-прежнему, считается положительным для сжатия, и в выражениях (29) – (31) учтено, что в рамках рассматриваемого подхода к решению задачи осевое удлинение прокатываемой трубной заготовки сравнительно велико.

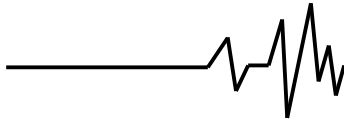
Исключив из уравнения (28) напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$ , получим следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad a = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}. \quad (32)$$

Из уравнения (32) следует, что скорость распространения упругой цилиндрической волны в прокатываемой гильзе (трубной заготовке) равна скорости распространения продольных возмущений  $a$ . Если некоторый момент времени, когда образующая оправки касается рассматриваемого сечения  $x = const$ , считать нулевым, то, к моменту времени  $t$ , упругая волна, в данном слое очага деформации, захватит область радиусом  $r = at$ . Отметим, что если упругая зона очага деформации по исходному предположению соседствует с пластической, то она расположена в кольце  $R(t) < r < at$ . В случае, если образующая оправки является строго конической и взаимодействует с потоком металла с постоянной скоростью, то упругая зона расположена в кольце  $ct < r < at$ . Необходимо отметить, что, в последнем случае, поле упругих деформаций является автомодельным.

Поскольку, процессы холодной пильгерной прокатки труб, в рамках выбранной динамической модели очага деформации, представляют волновые процессы, то путем введения внешних управляющих воздействий, например, высокочастотных колебаний, возможно добиться существенного повышения эффективности процесса деформации при прокатке труб [1, 6].

Путем моделирования активных волновых процессов в металле, определяем некоторые особенности реализации технологии управляемой вибрационной прокатки гильзы на стане ХПТ. Перейдем к детальному анализу математической модели волновых процессов в возмущенной области очага деформации согласно (32) и исследованию влияния



внешних высокочастотных колебаний на прокатываемый металл.

С учетом обобщенных начальных условий задачи и граничных условий реализации технологического процесса прокатки трубы между оправкой и валками

$$u|_{t=0} = f(r); \quad \frac{du}{dr}|_{t=0} = F(r);$$

$$\frac{du}{dr}|_{r=R_1} = 0, \quad \frac{du}{dr}|_{r=R_2} = 0,$$

решение уравнения (32) представляем по методу Фурье в виде

$$u(r, t) = T(t) R(r). \quad (33)$$

Подстановкой (33) в дифференциальное уравнение волновых процессов (32), после разделения переменных и некоторых преобразований запишем в виде

$$\frac{R''(r) + \frac{1}{r} R'(r)}{R(r)} = \frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = -\lambda^2. \quad (34)$$

Из уравнения (34) имеем следующую систему независимых между собой дифференциальных уравнений

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) + \lambda^2 R(r) = 0; \quad (35)$$

$$T''(t) + \lambda^2 a^2 T(t) = 0. \quad (36)$$

Решения дифференциальных уравнений (35) и (36) согласно [15], соответственно, запишем в виде

$$R_k(r) = J_0(\lambda_k r) H_0^{(1)' }(\lambda_k R_2) - J_0'(\lambda_k R_2) H_0^{(1)}(\lambda_k r); \quad (37)$$

$$T(t) = A_k \cos(\lambda_k a t) + B_k \sin(\lambda_k a t), \quad (38)$$

где

$$J_0(\lambda_k R_1), H_0^{(1)}(\lambda_k R_1), J_0'(\lambda_k R_2), H_0^{(1)' }(\lambda_k R_2)$$

– соответственно функции Бесселя и Ханкеля и их производные для выбранных параметров процесса;  $A_k, B_k$  – постоянные

интегрирования задачи;  $\lambda_k$  – положительные корни уравнения (собственные числа уравнений (37));  $R_1, R_2$  соответственно радиусы оправки и вала в сечении очага деформации.

Чтобы решение задачи удовлетворяло выбранным граничным условиям очага деформации справедливо

$$\frac{dR}{dr}|_{r=R_1} = 0; \quad \frac{dR}{dr}|_{r=R_2} = 0. \quad (39)$$

Необходимо подчеркнуть, что, при этом, из последних условий находим требуемые собственные числа  $\lambda_k$  (корни уравнения (37)) в виде

$$J_0(\lambda_k R_1) H_0^{(1)' }(\lambda_k R_2) - J_0'(\lambda_k R_2) H_0^{(1)}(\lambda_k R_1) = 0. \quad (40)$$

Отметим, что соответствующим собственным числам  $\lambda_k$  уравнения (40) соответствуют определенные собственные функции задачи. Согласно методу Фурье общее решение уравнения (32), с учетом собственных чисел  $\lambda_k$  из выражения (40) представим в виде

$$u(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(a\lambda_k t) + B_k \sin(a\lambda_k t)] R_k(r), \quad (41)$$

соответственно определяем постоянные интегрирования задачи  $A_k$  и  $B_k$  в виде

$$A_k = \frac{1}{N_k} \int_{R_1}^{R_2} r f(r) R_k(r) dr; \quad (42)$$

$$B_k = \frac{1}{a\lambda_k N_k} \int_{R_1}^{R_2} r F(r) R_k(r) dr$$

$$\text{где } N_k = \int_{R_1}^{R_2} r R_k^2(r) dr.$$

Очевидно, общее решение задачи представим в стандартной форме (в форме волновых-колебательных процессов) согласно [15]

$$u(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{A}_k \sin(a\lambda_k t + \varphi_k) R_k(r), \quad (43)$$

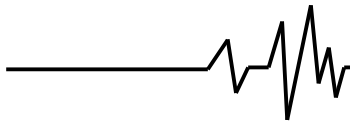
где  $\tilde{A}_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$  – амплитуды волновых процессов в возмущенной области очага деформации;  $\varphi_k = \arctg \frac{A_k}{B_k}$  – начальные фазы волновых процессов.

Из выражения (43) следует, что период волновых процессов (вынужденных колебаний) в прокатываемом металле определяется

$$T_k = \frac{2\pi}{K_k}, \quad (44)$$

где  $K_k = a\lambda_k$  – частота волнового процесса в очаге деформации.



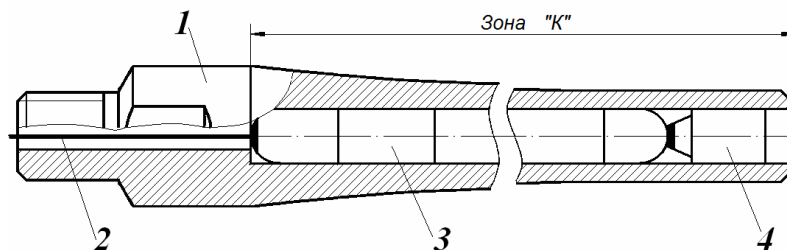


Предлагается следующая возможная схема решения задачи. Сначала рассматривается задача в предположении, что возмущенная область очага деформации в процессе холодной прокатки трубы состоит из пластической зоны и раздробленной зоны. Сначала решается уравнение для определения параметра  $\beta$  (относительной скорости волны пластичности), а затем восстанавливаются истинные поля напряжений и скоростей. После проверяется выполнение условия  $\sigma_{\theta} > -\sigma_0$  во всей возмущенной области очага деформации. Если это условие выполняется, то указанным решением задачи ограничиваемся. Далее, задавшись определенными начальными и граничными условиями активных вынужденных высокочастотных гармонических колебаний технологических инструментов (оправки) в виде  $f(r) = R(t) \sin(\omega t)$  и  $F(r) = R'(t) \omega \cos(\omega t)$  заданной частоты  $\omega$ , путем математического моделирования, определяем эффективные параметры вибрационной прокатки гильзы на этапе назначения режимов технологического процесса. Как видно, в этом случае имеют место волновые процессы и характерное напряженно-деформированное состояние металла. Очевидно, в условиях реализации активных вибрационных технологий холодной

пильгерной прокатки труб, динамические процессы при деформации металла являются определяющим для формирования стабильного очага деформации.

Необходимо подчеркнуть, что поскольку процессы деформирования заготовки в рамках выбранной динамической модели очага деформации в поперечном направлении оси оправки представляют волновые процессы, то путем приложения активных внешних управляющих воздействий можно активизировать процесс. Например, прикладывая высокочастотные колебаний определенной частоты  $\omega = 0,5 - 15$  кГц со стороны вибрируемого технологического инструмента (оправки) к деформируемому металлу, возможно добиться повышения эффективности процесса холодной прокатки труб без образования зон разрушений в металле.

Отметим, что поскольку вибровозбудитель высокочастотных колебаний 3 непосредственно встроен в оправку 1 и установлен в зоне «К», то в процессе холодной прокатки трубы, кроме всего прочего, для защиты от тепловых воздействий он подвергается интенсивному охлаждению существующей системой технологической смазки (рис. 3).



**Рис. 3. Оправка стана ХПТ 55 с встроенным высокочастотным вибратором: 1 – оправка; 2 – гибкий вал; 3 – вибратор высокочастотный; 4 – пробка**

Под воздействием активных управляющих высокочастотных колебаний достигается значительное уменьшение пределов упругости и текучести прокатываемого металла, что обеспечивает снижение усилия прокатки и приводит к повышению эффективности процесса. При этом, для стабилизации энергосиловых параметров очага деформации математическим моделированием могут быть определены требуемые рациональные амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний технологических инструментов (требуемая виброактивность вибратора внутри оправки). Необходимо особо подчеркнуть тот факт, что с применением высокочастотных активных вибраций, кроме

всего прочего, значительно возрастает скорость расширения границы пластической зоны.

Стабилизацией параметров объемного напряженно-деформированного состояния металла при интенсивной холодной прокатке труб, например, гильзы из стали 10Х17Н13М2Т диаметром 76 x 6 мм → на трубу 36x4 на стане ХПТ 55 достигается снижение усилия прокатки на 19 % (исходная сила прокатки 540 кН). В результате, за счет снижения значительных сил контактного трения, имеем значительное повышение стойкости оправок (в три раза) и валков (в два раза).

Следовательно, снижением энергосиловых параметров (осевого составляющего усилия прокатки) достигается



устойчивость функционирования стержня оправки и деформация базовых элементов рабочей клетки. Это приводит к существенному снижению как поперечной, так и продольной разностенности и повышению качества выпускаемых труб.

Разработанная математическая модель процесса вибрационной холодной прокатки труб, определенно расширяет возможности анализа динамических явлений в очаге деформации. При этом, решение задачи по прогнозированию напряженно-деформированного состояния очага деформации, как видно из выбранной динамической модели, базируется на реализации доступного математического аппарата. Полученные результаты позволяют реализовать управляемые режимы деформации в очаге и совершенствовать технологические процессы холодной пильгерной прокатки труб на станах ХПТ. Уточненные динамические особенности очага деформации существенно дополняют существующие представления о напряженно-деформированном состоянии металла в условиях вибрационной холодной прокатки труб.

Предложенная методика исследования технологического процесса холодной прокатки гильз из различных марок сталей и их сплавов на стане ХПТ по предложенной схеме заметно расширяет возможности анализа напряженно-деформированного состояния очага деформации при холодной пильгерной прокатке труб в условиях применения высокочастотных вибраций и, определенно уточняет энергосиловые параметры очага деформации [1 – 6].

#### **Заключение**

1. Разработана математическая модель процесса холодной пильгерной прокатки труб в динамической постановке задачи прокатки осесимметричной гильзы (трубной заготовки) на стане ХПТ.

2. В рамках принятой расчетной схемы и динамической модели процесса холодной пильгерной прокатки труб составлены дифференциальные уравнения движения для границ соответствующей пластической и упругой зонам очага деформации. Получены аналитические зависимости, характеризующие скорости распространения фронта пластической деформации с учетом скорости взаимодействия прокатываемого металла с осесимметричной оправкой и калиброванными рабочими валками.

3. Определены динамические особенности возникновения волновых явлений

в прокатываемом металле в условиях воздействия со стороны оправки и валков, что существенно дополняет ранее известные представления о напряженно-деформированном состоянии очага деформации при холодной пильгерной прокатке труб.

4. Определены аналитические выражения для определения полей напряжений и деформаций во всех зонах возмущенной области очага деформации при холодной пильгерной прокатке труб в динамической постановке задачи.

5. Выбором рациональных параметров технологического процесса вибрационной холодной прокатки труб на соответствующих этапах технологического проектирования и назначения режимов эксплуатации стана ХПТ может быть достигнуто заметное повышение эффективности процесса производства труб.

#### **Список использованных источников**

1. Гриншпун М.И., Соколовский В.И. Станы холодной прокатки труб. – М.: Машиностроение, 1967, – 239 с.

2. Попов М.В. Совершенствование процесса периодической прокатки труб /М.В. Попов, С.В. Атанасов, Ю.М. Беликов // – Днепропетровск: ООО Независимая издательская организация «Дива», 2008. – 192 с.

3. Фролов В.Ф. Холодная пильгерная прокатка труб. Монография./В.Ф.Фролов, В.Н. Данченко, Я. В. Фролов// – Днепропетровск. Пороги, 2005. – 255 с.

4. Коликов А.П. и др. Новые процессы деформации металлов и сплавов./А.П. Коликов, П.И. Полухин, А.В. Крупин// – М.: Высшая школа, 1986. – 351 с.

5. Данченко В.Н. Технология трубного производства. Учебник для вузов. / В.Н. Данченко, А.П. Коликов, Б.А. Романцев, С.В. Самусев // – М.: Интернет - Инжиниринг, 2002. – 640 с.

6. Клименко В.М. Вибрационная обработка давлением./В.М.Клименко, В.Н. Шаповал // – Киев: Техника, 1977. – 128 с.

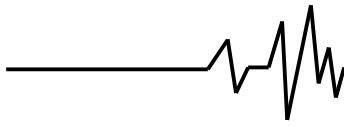
7. Ильюшин А.А. Пластичность. М.: Гостехиздат, 1948. – 271с.

8. Соколовский В.В. Теория пластичности. – ГТТИ, М.: 1950. – 340 с.

9. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.

10. Томленов А.Д. Теория пластических деформации металлов. – М.: Машгиз, 1951. – 200 с.

11. Качанов Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.



12. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

13. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Издательство АН СССР, 1949. – 250 с.

14. Михлин С.Г. Основные уравнения математической теории пластичности. – Л.: Издательство АН СССР, 1934. – 171 с.

15. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики. / Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. И. // М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.

#### Список источников в транслитерации

1. Grinshpun M.I., Sokolovskiy V.I. Stany kholodnoy prokatki trub. – М.: Mashinostroyeniye, 1967, – 239 s.

2. Popov M.V. Sovershenstvovaniye protsessa periodicheskoy prokatki trub / M.V. Popov, S.V. Atanasov, Yu.M. Belikov // – Dnepropetrovsk: ООО Nezavisimaya izdatelskaya organizatsiya «Diva», 2008 – 192 s.

3. Frolov V.F. Kholodnaya pilgernaya prokatka trub. Monografiya. / V.F.Frolov, V.N. Danchenko, Ya. V. Frolov // – Dnepropetrovsk. Porogi, 2005 – 255 s.

4. Kolikov A.P. i dr. Novyye protsessy deformatsii metallov i splavov. / A.P. Kolikov, P.I. Polukhin, A.V. Krupin // – М.: Vysshaya shkola, 1986 – 351 s.

5. Danchenko V.N. Tekhnologiya trubnogo proizvodstva. Uchebnyk dlya vuzov. /V.N. Danchenko, A.P. Kolikov, B.A. Romantsev, S.V. Samusev // – М.: Internet - Inzheniring, 2002 – 640 s.

6. Klimenko V.M. Vibratsionnaya obrabotka davleniyem. / V.M.Klimenko, V.N. Shapoval // – Kiyev: Tekhnika, 1977. – 128 s.

7. Il'yushin A.A. Plastichnost. М.: Gostekhizdat, 1948. – 271s.

8. Sokolovskiy V.V. Teoriya plastichnosti. – GTTY, М.: 1950 – 340 s.

9. Bezukhov N.I. Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchest. – М.: Vysshaya shkola, 1968. – 512 s.

10. Tomlenovoy A.D. Teoriya plasticheskikh deformatsii metallov. – М.: Mashgiz, 1951 – 200 s.

11. Kachanov Osnovy teorii plastichnosti. – М.: Nauka, 1969. - 420 s.

12. Malinin N.N. Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchest. – М.: Mashinostroyeniye, 1975. – 400 s.

13. Muskhelishvili N.I. Nekotoryye osnovnyye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti. – М.: Izdatelstvo AN SSSR, 1949 – 250 s.

14. Mikhlin S.G. Osnovnyye uravneniya matematicheskoy teorii plastichnosti. – L.: Izdatelstvo AN SSSR, 1934 – 171 s.

15. Koshlyakov N.S. Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki. / Koshlyakov N.S., Gliner E. B., Smirnov M. I. // М.: Vysshaya shkola, 1970. – 712 s.

#### ДИНАМІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВОГНИЩА ДЕФОРМАЦІЇ В ПРОЦЕСІ ХОЛОДНОЇ ПІЛЬГЕРНОЇ ПРОКАТКИ ТРУБ

**Анотація.** Розроблено динамічну модель вогнища деформації процесу холодної пільгерної прокатки труб. Складені диференціальні рівняння для обуреної області вогнища деформації, відповідна двом взаємодіючим пластичної та пружної зонам. Встановлено межі поширення фронту пластичної та пружних хвиль в процесі холодної пільгерної періодичної прокатки труб з урахуванням зміни геометричних параметрів оправлення і валків у вогнищі деформації. Визначено амплітудно-частотні характеристики поширення фронтів пластичної та пружної хвиль. Наведено обґрунтування та запропоновано схему вібраційної холодної пільгерної періодичної прокатки труб.

**Ключові слова:** труба, вогнище деформації, холодна прокатка труб, оправлення, валок, область збурень, динамічна модель, диференціальні рівняння, пластична хвиля, пружна хвиля, фронт хвилі, радіальне переміщення, вібрація, амплітуда, частота, високочастотний вібратор.

#### DYNAMIC FEATURES OF THE DEFORMATION ZONE IN COLD PILGER ROLLING MILLS

**Annotation.** The dynamic model of the center of deformation in the course of cold rolling of pipes is developed. The differential equations for the indignant area of the center of the deformation, corresponding to area of indignations of two interacting plastic and elastic zones are worked out. Borders of distribution of the front plastic and elastic waves in the course of cold periodic rolling of pipes taking into account an of geometrical parameters of a mandrel and rolls in the deformation center are established. Amplitude-frequency characteristics of distribution of fronts of plastic and elastic waves are defined. Justification is given and the scheme of vibration cold periodic rolling of pipes is offered.

**Key words:** the pipe, the deformation center, is cold rolling of pipes, a mandrel, a roll, area of indignations, dynamic model, the differential equations, a plastic wave, an elastic wave, the wave front, radial movement, vibration, amplitude, frequency, the high-frequency vibrator.