



Сілін Р. І.  
Третько В. В.  
Гордєєв А. І.

*Хмельницький  
національний  
університет*

Silin R. I.  
Tretko V. V.  
Gordeev A. I.

*Khmelnytsky National  
University*

**УДК 621.01**

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ РЕЗОНАНСНОГО ВІБРАЦІЙНОГО ВЕРСТАТА ДЛЯ ДОВЕДЕННЯ ПЛОСКИХ ПОВЕРХОНЬ**

*Запропоновано конструкцію резонансного вібраційного верстату з електромагнітним приводом кругових поступальних коливань притирів у площині. Побудовано аналітичну модель обладнання. Аналіз моделі показав, що її з достатнім ступенем точності, можна привести до одномасової системи з одним ступенем свободи, що дозволить значно спростити всі подальші аналітичні та експериментальні дослідження процесу доведення на таких верстатах.*

***Ключові слова:** доводка плоских поверхонь, динамічна модель, вібраційний верстат.*

**Постановка проблеми.** Аналіз стану процесу доведення плоских і плоскопаралельних поверхонь показав, що метод вібраційного доведення володіє істотними перевагами перед традиційними методами доведення, забезпечує високу точність і якість обробки [1]. Створення нових конструкцій вібраційних машин, методів їх розрахунку є актуальною задачею машинобудівного комплексу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Одним з найбільш перспективних напрямків є застосування резонансних вібраційних верстатів з електромагнітним приводом кругових поступальних коливань притирів в площині обробки [2]. Коливання по кругових траєкторіях забезпечують сталість швидкостей різання в кожній точці робочої поверхні притира, а резонансний електромагнітний привід зручний в управлінні і дозволяє реалізувати процес обробки в широкому діапазоні параметрів і з мінімальними енергетичними затратами.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** При проектуванні та налагодженні таких верстатів виникає задача – прискорено провести конструкторські розрахунки та із меншими витратами по часу при налагодженні технологічними методами отримати резонансну систему коливань.

**Метою дослідження** є побудова та аналіз динамічної моделі вібраційного доводочного верстата із визначенням аналітичних розрахункових залежностей для розрахунку основних параметрів конструкції та режимів роботи приводу верстата.

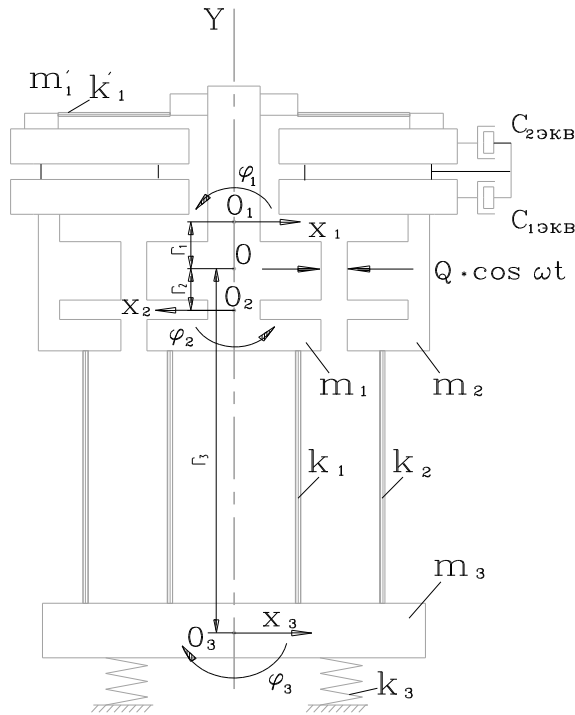
**Основні результати досліджень.** Плоска динамічна модель запропонованого резонансного вібраційного доводочного верстата, виконана за тримасовою схемою, представлена на рис. 1. У цій моделі робочі маси, пов'язані з верхнім притиром  $m_1$  і нижнім притиром  $m_2$ , з моментами інерції  $I_1$  і  $I_2$  і центрами мас в точках  $O_1$  і  $O_2$ , приєднані до маси основи  $m_3$  (центр  $O_3$ , момент інерції  $I_3$ ) за допомогою пружних вертикальних стрижнів, що працюють на згин і мають жорсткість  $k_1$  і  $k_2$ .

У центрі мас коливальної системи розташуємо початок прямокутної системи координат  $XYZ$  з віссю  $OX$ , спрямованої перпендикулярно пружним стержням, і віссю  $OY$ , спрямованої уздовж лінії  $O_1O_2$ .

При впливі на маси  $m_1$  і  $m_2$  взаємно протилежних зусиль віброзбуджувача  $Q \cdot \cos \omega \cdot t$ , де  $\omega$  – кругова частота коливань, обидві маси будуть здійснювати



антифазні поступальні коливання з амплітудою відповідно  $x_1$  і  $x_2$  вздовж лінії  $OX$ . За рахунок пружної взаємодії з масами  $m_1$  і  $m_2$  маса  $m_3$  буде здійснювати коливання паралельно осі  $OX$  з амплітудою  $x_3$ .



**Рис. 1. Динамічна модель резонансного вібраційного доводчого верстата**

Крім того вся система буде коливатися навколо свого центру  $O$  з кутовою амплітудою  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  для мас  $m_1$  і  $m_2$  відповідно. Кутові коливання маси  $m_3$  –  $\varphi_3$  будуть визначатися кутовими коливаннями мас  $m_1$  і  $m_2$ .

Маса  $m_1$  являє собою складну систему, до якої на пружних елементах жорсткістю  $k'_1$  приєднаний верхній доводчий диск-притир масою  $m'_1$ . Пружна підвіска верхнього притира в напрямку дії, що збудує зусилля, має жорсткість, що значно перевершує жорсткість цієї ж підвіски в напрямку нормально лінії дії збудуючого зусилля. Внаслідок цього можна допустити, що маса верхнього притира жорстко

пов'язана з масою  $m_1$  є її складовою частиною з можливістю переміщення верхнього притира нормально площині обробки по осі  $OY$ . Внаслідок цього поступальні коливання робочих мас які встановилися в напрямку осі  $OY$  не збурюються.

Таким чином, система має п'ять ступенів вільності:  $x_1$  – зміщення  $m_1$  відносно свого положення рівноваги;  $x_2$  – зміщення  $m_2$  відносно свого положення рівноваги;  $x_3$  – зміщення  $m_3$  відносно свого положення рівноваги;  $\varphi_1$  – поворот маси  $m_1$  щодо загального центру мас  $O$ ;  $\varphi_2$  – поворот маси  $m_2$  відносно центра мас  $O$ . Поворот  $m_3$  відносно центру мас визначається виразом.  $\varphi_3 = \varphi_1 - \varphi_2$ .

Внаслідок малості  $x_1, x_2$  і  $x_3$  в порівнянні з лінійними розмірами системи можна вважати центри мас  $O_1, O_2$  і  $O$  розташованими на одній лінії. У динамічній моделі загасання представлено демпферами з коефіцієнтами еквівалентного в'язкого тертя  $C_{1EKV}$  і  $C_{2EKV}$ , розташованими між масами  $m_1, m_2$  і деталями які обробляються. При цьому в силу однакових умов взаємодії деталей з верхнім і нижнім притирами  $C_{1EKV} = C_{2EKV} = C_{EKV}$ .

Далі передбачається, що жорсткість віброізоляторів  $k_3$  досить мала, причому самі віброізолятори розташовані поблизу тієї точки системи, коливання якої рівні нулю, тому їх динамічний тиск на нерухому основу можна не враховувати.

Відповідно, до викладених вище припущень, отримаємо математичну модель розглянутої системи. Для складання рівнянь руху в узагальнених координатах  $x_1, x_2, x_3, \varphi_1$  і  $\varphi_2$  скористаємося методами Лагранжа і запишемо вираз для кінетичної енергії  $T$  системи, яка складається з енергії поступального руху мас системи та енергії обертального руху навколо центрів мас:

$$T = \left[ m_1(x'_1 - r_1 \cdot \varphi'_1)^2 + m_2(x'_2 - r_2 \cdot \varphi'_2)^2 + m_3(x'_3 - r_3 \cdot \varphi'_3)^2 + I_1 \cdot \varphi'^2_1 + I_2 \cdot \varphi'^2_2 + I_3 \cdot \varphi'^2_3 \right] / 2, \quad (1)$$



де  $r_1, r_2, r_3$  – відстані центрів мас  $O_1, O_2, O_3$  до центру мас системи.

Потенційну енергію системи складає потенційна енергія пружин, що пов'язують попарно маси  $m_1, m_3$  і  $m_2, m_3$ :

$$\Pi = \left[ k_1 \cdot (x_1 - x_3)^2 + k_2 \cdot (x_2 + x_3)^2 \right] / 2. \quad (2)$$

Оскільки в системі враховано загасання, для неї рівняння Лагранжа записують наступним чином:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + Q_i^F, \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_1 \cdot (x_1'' - r_1 \cdot \varphi_1'') + C_{EKV} \cdot x_1' + k_1 \cdot (x_1 - x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_2 \cdot (x_2'' - r_2 \cdot \varphi_2'') + C_{EKV} \cdot x_2' + k_2 \cdot (x_2 + x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_3 \cdot (x_3'' - r_3 \cdot \varphi_3'') + k_2 \cdot (x_2 + x_3) - k_1 \cdot (x_1 - x_2) = 0 \\ 2 \cdot (I_1 + I_3) \cdot \varphi_1'' - 2 \cdot I_3 \cdot \varphi_2'' - m_1 \cdot r_1 \cdot x_1'' + m_3 \cdot r_3 \cdot x_3'' = 0 \\ 2 \cdot (I_2 + I_3) \cdot \varphi_2'' - 2 \cdot I_3 \cdot \varphi_1'' - m_2 \cdot r_2 \cdot x_2'' + m_3 \cdot r_3 \cdot x_3'' = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Спростимо динамічну модель, зробивши її симетричною, тобто яка задовольняє умовам

$\varphi_1 = \varphi_2$  і  $x_1 = x_2$  і описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \cdot (x_1'' - r_1 \cdot \varphi_1'') + C_{EKV} \cdot x_1' + k_1 \cdot (x_1 - x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_2 \cdot (x_2'' - r_2 \cdot \varphi_2'') + C_{EKV} \cdot x_2' + k_2 \cdot (x_2 + x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_3 \cdot x_3'' + (k_1 + k_2) \cdot x_3 = 0 \\ 2 \cdot I_1 \cdot \varphi_1'' - m_1 \cdot r_1 \cdot x_1'' = 0 \\ 2 \cdot I_2 \cdot \varphi_2'' - m_2 \cdot r_2 \cdot x_2'' = 0 \end{cases} \quad (6)$$

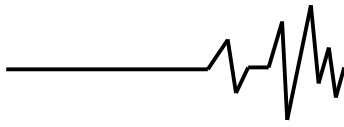
З рівнянь 4 і 5 системи (6) визначаємо:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{m_1 \cdot r_1}{2 \cdot I_1} \cdot x_1 = \frac{1}{2 \cdot r_1} \cdot x_1, \\ \varphi_2 &= \frac{m_2 \cdot r_2}{2 \cdot I_2} \cdot x_2 = \frac{1}{2 \cdot r_2} \cdot x_2. \end{aligned} \quad (7)$$

З урахуванням того, що  $r_1 \gg x_1$  і  $r_2 \gg x_2$  для спрощення подальших

розрахунків приймаємо  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ . Отже, нехтуючи практично малими кутовими коливаннями динамічної моделі, вважаємо, що маси здійснюють коливальні рухи тільки паралельно осі  $OX$ . Тоді система лінійних диференціальних рівнянь прийме вигляд:

$$\begin{cases} m_1 \cdot (x_1'' - r_1 \cdot \varphi_1'') + C_{EKV} \cdot x_1' + k_1 \cdot (x_1 - x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_2 \cdot (x_2'' - r_2 \cdot \varphi_2'') + C_{EKV} \cdot x_2' + k_2 \cdot (x_2 + x_3) = Q \cdot \cos \omega t \\ m_3 \cdot x_3'' + (k_1 + k_2) \cdot x_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$



Знайдемо власні частоти коливальної системи як коріння характеристичного однорідного рівняння системи (8) без урахування сил опору:

$$\omega_{01} = \frac{k_1}{m_1}; \omega_{02} = \frac{k_2}{m_2}; \omega_{03} = \frac{k_1 + k_2}{m_3}. \quad (9)$$

Ефективна робота вібраційного доводочного верстата досягається при виконанні умов:

$$\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0 \quad \text{або} \quad \frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}, \quad (10)$$

які забезпечують роботу обох робочих мас у резонансному режимі з рівними динамічними коефіцієнтами, при цьому маси будуть здійснювати протифазні коливання з рівними амплітудами. Практично найбільш прийнятний варіант при  $m_1 = m_2$  і  $k_1 = k_2$ .

З виразу (9) видно, що значення власної частоти  $\omega_{03}$  буде більше частот  $\omega_{01}$  і  $\omega_{02}$ , тому при налаштуванні верстата в резонанс з частотою  $\omega_0$  динамічний коефіцієнт за частотою  $\omega_{03}$  буде дорівнювати  $\mu = 1,00$  і її впливом на роботу верстата можна знехтувати. Отже, з достатньою для практичних цілей вірогідністю можна вважати робочою, для прийнятої динамічної моделі вібраційного доводочного верстата (рис.1), власну частоту, яка визначається масами  $m_1$ ,  $m_2$  і жорсткістю пружних підвісок  $k_1$ ,  $k_2$ .

Співвідношення між амплітудами коливних мас можна визначити з рівнянь (8)

$$A_3 = \frac{k_1 - m_1 \cdot \omega^2}{k_1} \cdot A_1 \quad (11)$$

Тоді з (11) випливає, що при  $\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}$

амплітуда  $A_3 = 0$ , тобто коливання основи (маса  $m_3$ ) відсутні ( $x_3 = 0$ ).

**Висновки.** Отже, створену динамічну модель резонансного вібраційного доводочного верстата, з достатнім ступенем точності, можна привести до одномасової системи з одним ступенем вільності, що дозволить значно спростити всі подальші аналітичні розрахунки елементів машини та визначення параметрів роботи приводу.

#### Список використаних джерел

1. Орлов П.Н. Технологическое обеспечение качества деталей методами доводки. – М.: Машиностроение, 1988. – 384 с.

2. А.С. №1458187. СССР. МКИ В24в. Устройство для доводки плоских поверхностей деталей./ В.А. Повидайло, В.В.Третько, А.А. Кеча, Р.Я. Сахно // Бюлл. – 1989. – №6. 4 с.

#### Список джерел в транслітерації

1. Orlov P.N. Tehnologicheskoe obespechenie kachestva detaley metodami dovodki. - M.: Mashinostroenie, 1988. - 384 p.

2. А.С. №1458187. SSSR. МКИ V24v. Ustroystvo dlya dovodki ploskih poverhnostey detaley./ V.A. Povidaylo, V.V. Tretko, A.A. Kecha, R.Y. Sahno // Byull. – 1989. – №6. 4 p.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЗОНАНСНОГО ВИБРАЦИОННОГО СТАНКА ДЛЯ ДОВОДКИ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

**Аннотация.** Предложена конструкция резонансного вибрационного станка с электромагнитным приводом круговых поступательных колебаний притиры в плоскости. Построена аналитическая модель оборудования. Анализ модели показал, что её с достаточной степенью точности, можно привести к одномассовой системе с одной степенью свободы, что позволит значительно упростить все дальнейшие аналитические и экспериментальные исследования процесса доводки на таких станках. Получены аналитические зависимости расчета основных конструкторских параметров и режимов работы привода вибрационного станка.

**Ключевые слова:** доводка плоских поверхностей, динамическая модель, вибрационный станок.

#### STUDY OF DYNAMIC MODEL RESONANT VIBRATING MACHINES FOR LAPPING FLAT SURFACES

**Annotation.** A design of resonant vibration machine with electromagnetic actuator circular translational vibrations in the plane lapping. An analytical model of the equipment. Analysis of the model showed that it reliably, can be reduced to one-mass system with one degree of freedom, which will greatly simplify all further analytical and experimental studies of the process of finishing on such machines. Analytical dependences calculation of the basic design parameters and modes of vibration of the drive machine.

**Key words:** finishing flat surfaces, the dynamic model, vibrating machine.