



Яглінський В. П.

Гутиря С. С.

Обайді А. С.

Моргун Ю. Б.

*Одеський національний  
політехнічний  
університет*

Yaglinsky V. P.

Gutyrya S. S.

Obaidi A. S.

Morgun Ju. B.

*Odessa National  
Polytechnical University*

УДК 621.9.04

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖОРСТКОСТІ ВЕРСТАТА-ТРИЦЕПТА В УЗАГАЛЬНЕНИХ ПАРАМЕТРАХ

Запропоновано розрахункову схему руху промислової платформи типу трицепт і отримано залежності пружних переміщень платформи від лінійних деформацій штанг. За принципом Лагранжа отримано залежності для характеристик жорсткості трицепту в узагальнених параметрах для будь-якої просторової орієнтації платформи. Виявлено, що значні відхилення платформи від вертикалі на куті понад  $\pm 45^\circ$  призводять до зниження жорсткості трицепту майже втричі. Встановлено, що область конфігурацій платформи в інтервалі кутів обертання відносно осей нерухомого базису ( $-25^\circ \dots +25^\circ$ ) забезпечує більш рівномірний розподіл характеристик жорсткості ніж інші конфігурації та більш сприятливі умови для виконання різноманітних технологічних операцій.

**Ключові слова:** механізм паралельної структури і кінематики, пружні деформації ланок, матриця Якобі.

**Вступ.** Досвід практичного використання верстатів-роботів на основі механізмів паралельної структури і кінематики (МПСК) підтверджує, що такі технологічні машини є більш жорсткими та надійними у порівнянні з аналогами на основі механізмів з послідовною структурою через скорочення кінематичних ланцюгів, зменшення кількості і спрощення механізмів приводів, а також забезпечують більш ефективно використання робочого простору. В результаті впровадження високошвидкісної обробки деталей на верстатах з МПСК продуктивність виробництва збільшується у 5...10 разів [1, 2].

**Постановка проблеми.** Швидкість переміщень промислової платформи (ПП) з МПСК у складі серійних моделей верстатів-роботів за даними фірм MIKROMAT (ФРН), OKUMA (Японія), NEOS ROBOTICS AB (Швеція), INGERSOLL (США) сягає 10 м/с, пришвидшення – 30 м/с<sup>2</sup> (при випробуваннях – 50 м/с<sup>2</sup>), частота обертання шпинделя – 120 000 хв<sup>-1</sup> (при шліфуванні – 180 000 хв<sup>-1</sup>) [2, 3]. Під час виконання технологічного процесу та руху ПП виникають коливання, які впливають не тільки на перевантаження елементів верстата, але і на точність позиювання, на швидкість відпрацювання траєкторії і тривалість технологічної операції та на надійність усієї системи. Особливо важливою є

функціонування роботів-верстатів при резонансних режимах, під час критичних перевантажень, в умовах нестійкості орієнтації і позиювання полюса ПП та у непередбачених ситуаціях.

За таких умов дослідження характеристик жорсткості промислової платформи верстата-трицепта в залежності від просторової орієнтації є актуальною науковою проблемою і має практичне значення для вітчизняного верстатобудування.

**Аналіз відомих досліджень.** Конструюванню і дослідженню верстатів-роботів на основі МПСК присвячені роботи Ю.М. Кузнєцова, Д.А. Дмитрієва, А.Ш. Коліскова, А.Ф. Крайнева, В.А. Глазунова, J.P. Merlet та ін. [3 – 5]. Основою для створення лійки верстатів-трицептів з трьома телескопічними штангами можна вважати запатентовану в Німеччині структуру трипода [2] з вертикальною штангою, шарнірно зв'язаною зі станиною і з центром рухомої платформи. Такий механізм уявляє собою пасивний кінематичний ланцюг, який блокує прокручування рухомої платформи з виконавчим органом навколо власної осі, сприяє робочі навантаження і надає МПСК кінематичної визначеності. На практиці цю ідею реалізовано фірмою Neos Robotics (Швеція) у конструкції 5-ти координатного свердлувально-



фрезерного верстата моделі *TRICEPT-600*, який отримав ефективне застосування у моторобудуванні й авіакосмічній промисловості для обробки турбінних лопаток, компресорних дисків, складних інструментів, пресформ та штампів [3, 5].

Для шестикоординатних верстатів-роботів на основі МПСК типу гексапод виконано низку досліджень жорсткості обладнання, приведеної до зони обробки, за результатами яких суттєво розширено технологічні можливості процесів обробки [6, 7]. Відомі дослідження деформацій ланок МПСК типу гексапод за методом кінцевих елементів та експериментальні вимірювання відповідної жорсткості забезпечують визначення характеристик жорсткості лише для конкретної просторової конфігурації верстата-робота [8, 9].

Метою даних досліджень є розробка аналітичних моделей для визначення характеристик жорсткості ланок МПСК верстата-трицепта в залежності від узагальнених параметрів, які однозначно визначають просторову конфігурацію ПП.

**Твердотільна 3-D модель верстата-трицепта.** Перші моделі багатоцільового верстата серії *TRICEPT* мали вертикальну компоновку, що надавало конструкції більшої жорсткості, але значно ускладнювало доступ до заготовок. Сучасна компоновка високошвидкісного верстата-трицепта складається з трьох штанг змінної довжини, з'єднаних з шестикутною рамою за допомогою карданних підвісів (рис. 1).

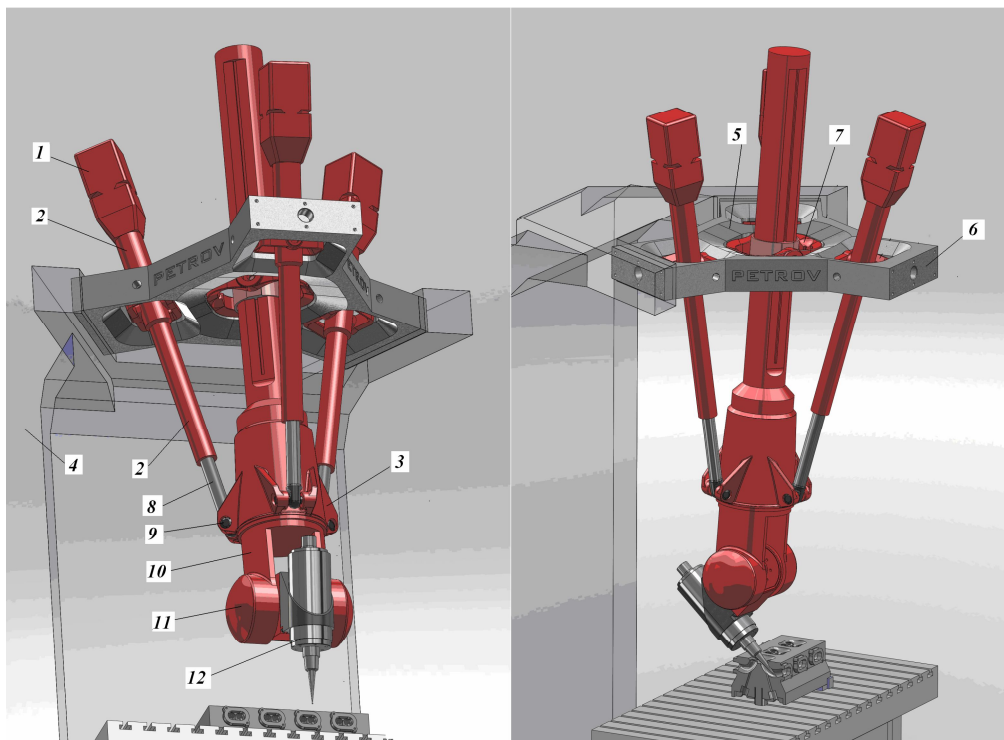


Рис. 1. Твердотільна 3-D модель верстата-трицепта

На нижніх кінцях штанг розташовані сферичні шарніри, з'єднані з робочою платформою. Верстат-трицепт має 5-ти координатну систему управління і спроможний виконувати 5 незалежних рухів відносно п'яти осей координат (3 осі від штанг триподу та 2 осі за рахунок вбудови додаткових осей обертання шпинделя) [10]. Для сприйняття крутних моментів від навантажень у середині трипода розміщено масивну центральну штангу. Жорстка трикутна конструкція несучої системи верстата дозволяє виконувати операції

фрезерування та розточування складних поверхонь на нерухомому круглому столі діаметром 2400 мм. Робоча зона верстата *TRICEPT-600* становить 800 x 800 x 400 мм, що є значною перевагою верстатів на основі МПСК типу трипод у порівнянні з верстатами на основі МПСК типу гексапод, на яких заготовки можна обробляти тільки з однієї сторони під кутом  $\pm 30^\circ$  або  $\pm 45^\circ$ .

МПСК типу трицепт складається з основи 4, двоповоротної рами колони 5, двоповоротної рами штанги 6, поворотного

поступального кільця (карданого підвісу) 7, штанги 2 з кроковим двигуном на основі гвинтової пари, штока штанги 8, корпуса шарніра 9, кисті 10 маніпулятора платформи 3, тримача 11 шпинделя з інструментом 12. Механізм лінійного переміщення перетворює обертальний рух ротора двигуна 1 у поступальний рух штока 8 відповідної ланки 2 та просторовий рух платформи. Двигун потужністю 30 кВт (з можливістю короткочасного перевантаження до 80 кВт), виконаний з водяним охолодженням, обертається у гібридних кулькових підшипниках з частотою обертання до 30 000 об/хв. Інструменти з конусом H8K63 надходять у шпиндель з 12-ти позиційного дискового інструментального магазину за допомогою маніпулятора [11].

**Структурна схема просторової орієнтації ПП.** Складається з наступних компонентів: нерухомого базиса 1, з яким зв'язано нерухому систему координат  $OX_0Y_0Z_0$ ; рухомої платформи 2, з якою зв'язано систему координат  $OXYZ$ ; трьох штанг  $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3$

змінної довжини, що зв'язані шарнірами Гука з нерухомим базисом у точках  $A_i$  і сферичними опорами з рухомою платформою у точках  $B_i$ ; середньої напрямної  $OP$ , перпендикулярної до рухомої платформи та з'єднаної шарніром Гука з нерухомим базисом. Це надає можливість середній напрямній  $OP$  рухатись відносно верхньої нерухомої платформи вздовж напрямку  $OP$  та пасивно змінювати свою довжину  $OP=h$  (рис. 2).

Змінні довжини штанг 3 прийнято називати  $L$ -координатами. Верстат-трицепт має 5 ступенів рухомості: три незалежних рухи ПП з рухомою системою координат  $OXYZ$  відносно нерухомого базису  $OX_0Y_0Z_0$  (два обертання відносно осей  $OX_0$  і  $OY_0$  з кутами  $\varphi$  і  $\theta$  відповідно та поступальний рух уздовж напрямної  $OP$ , що змінює довжину  $OP=h$ ), та два обертання шпинделя з кутами  $\varphi_2$  і  $\varphi_3$  (див. рисунок 2) [10, 12]. У якості узагальнених координат ПП прийнято два кути  $\varphi$  і  $\theta$  та довжину  $h$  середньої напрямної  $OP$ .

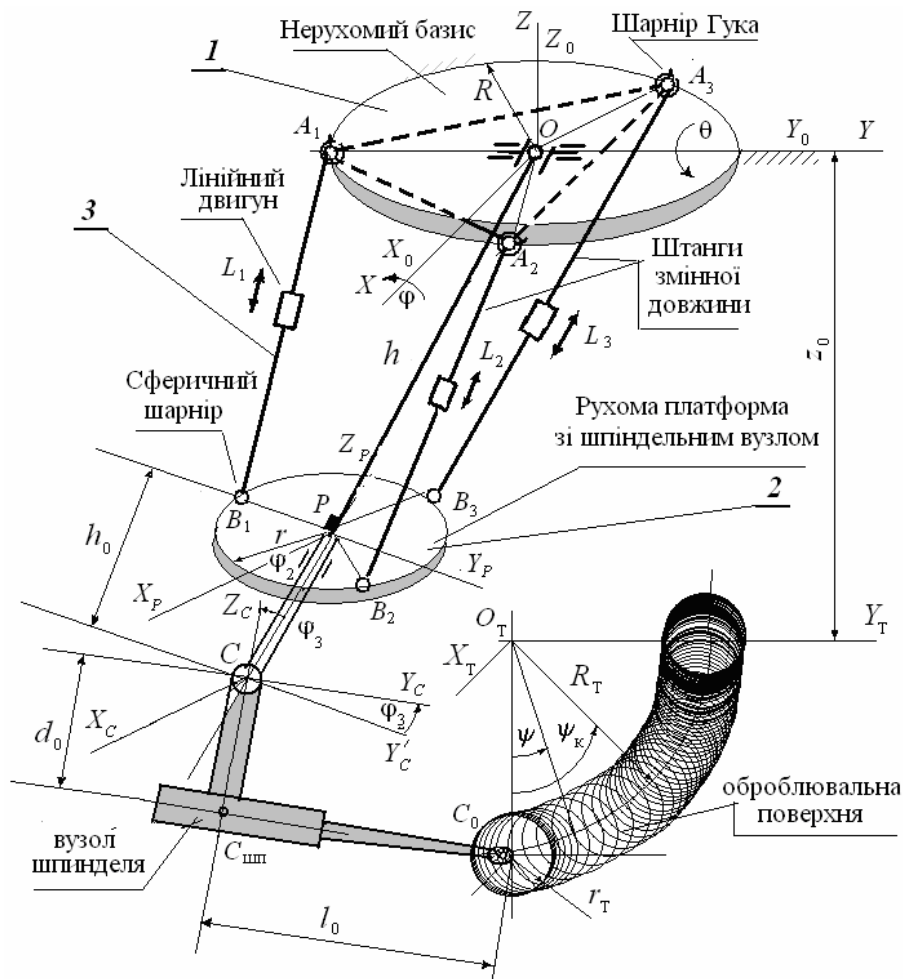
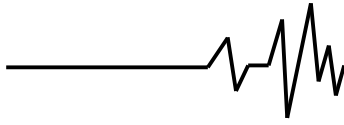


Рис. 2. Структурна схема моделі верстата-трицепта



Матриці перетворення координат точок платформи при повороті на кути  $\varphi$  і  $\theta$  мають вигляд (рис. 3)

$$T_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\varphi & -S_\varphi \\ 0 & S_\varphi & C_\varphi \end{pmatrix}; \quad T_y = \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де

$$C_\varphi = \cos \varphi; S_\varphi = \sin \varphi; C_\theta = \cos \theta; S_\theta = \sin \theta.$$

В результаті матриця перетворення координат кінцевого повороту має вигляд

$$T_{xy} = T_x \cdot T_y = \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ S_\varphi S_\theta & C_\varphi & -S_\varphi C_\theta \\ -C_\varphi S_\theta & S_\varphi & C_\varphi C_\theta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

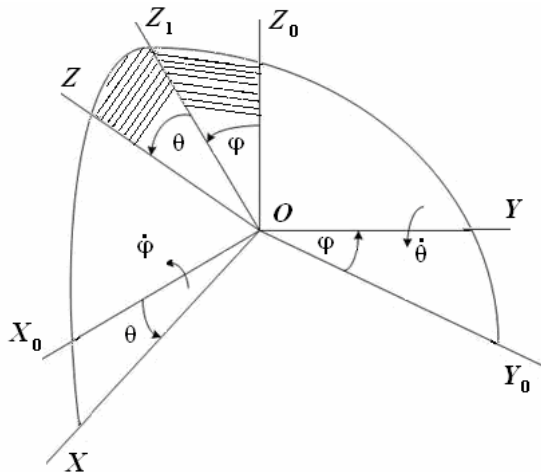


Рис. 3. Розрахункова схема системи кутів повороту платформи

Координати центрів шарнірів  $A_i$  у нерухомому базисі  $OX_0Y_0Z_0$  та шарнірів  $B_i$  у системі  $OXYZ$ , зв'язаній з рухомою платформою, мають вигляд

$$A_i = \begin{pmatrix} A_{ix} \\ A_{iy} \\ A_{iz} \end{pmatrix}; \quad B_i = \begin{pmatrix} B_{ix} \\ B_{iy} \\ -h \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Абсолютні координати координати шарнірів  $B_i$  у нерухомому базисі  $OX_0Y_0Z_0$  залежать від узагальнених координат платформи  $(h, \varphi, \theta)$  і визначаються з урахуванням матриці (2)

$$\begin{pmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ z_{Bi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ S_\varphi S_\theta & C_\varphi & -S_\varphi C_\theta \\ -C_\varphi S_\theta & S_\varphi & C_\varphi C_\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_{ix} \\ B_{iy} \\ -h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{ix} C_\theta - h S_\theta \\ B_{ix} S_\varphi S_\theta + B_{iy} C_\varphi + h S_\varphi C_\theta \\ -B_{ix} C_\varphi S_\theta + B_{iy} S_\varphi - h C_\varphi C_\theta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Довжини штанг  $L_i$  визначено як відстань між центрами шарнірів  $A_i$  і  $B_i$

$$L_i^2 = (A_i B_i)^2 = (A_{ix} - x_{Bi})^2 + (A_{iy} - y_{Bi})^2 + (A_{iz} - z_{Bi})^2.$$

З урахуванням виразів (3) та (4) отримано

$$L_i^2 = R^2 + r^2 + h^2 - 2A_{yi}(B_{xi} S_\varphi S_\theta + B_{yi} C_\varphi) - 2A_{xi} B_{xi} C_\theta + 2A_{zi}(B_{xi} C_\varphi S_\theta - B_{yi} S_\varphi) + 2h(A_{xi} S_\theta - A_{yi} S_\varphi C_\theta + A_{zi} C_\varphi C_\theta) \quad (5)$$

де  $R$  і  $r$  – радіуси центрів шарнірів нерухомої (верхньої) та рухомої (нижньої) частин ПП.

**Визначення пружних переміщень ПП.** Для заданої просторової конфігурації ПП  $(h, \varphi, \theta)$  її пружні відхилення  $(\Delta h, \Delta \varphi, \Delta \theta)$  внаслідок пружних (поздовжних) деформацій штанг  $\Delta L_i$  визначають нову конфігурацію  $(h + \Delta h, \varphi + \Delta \varphi, \theta + \Delta \theta)$ .

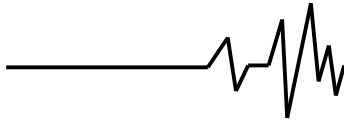
При розкладі у ряд Тейлора, нехтуючи величинами вищого ступеня меншості, отримано

$$\left. \begin{aligned} \cos(\varphi + \Delta \varphi) &= \cos \varphi - \Delta \varphi \sin \varphi; \\ \sin(\varphi + \Delta \varphi) &= \sin \varphi + \Delta \varphi \cos \varphi; \\ \cos(\theta + \Delta \theta) &= \cos \theta - \Delta \theta \sin \theta; \\ \sin(\theta + \Delta \theta) &= \sin \theta + \Delta \theta \cos \theta. \end{aligned} \right\}$$

За результатами підстановки параметрів нової конфігурації ПП  $(L_i + \Delta L_i, h + \Delta h, \varphi + \Delta \varphi, \theta + \Delta \theta)$  в (5) отримано залежності пружних деформацій штанг від пружних переміщень платформи у вигляді

$$\Delta L_i = d_i \Delta h + a_i \Delta \varphi + b_i \Delta \theta, \quad (6)$$

де сталі  $a_i, b_i, d_i$  визначаються за формулами



$$\left. \begin{aligned} d_i &= \frac{1}{L_i} (h_1 + A_{xi} S_\theta - A_{yi} S_\varphi C_\theta + A_{zi} C_\varphi C_\theta); \\ a_i &= \frac{1}{L_i} \begin{bmatrix} -h_1 (A_{yi} C_\varphi C_\theta + A_{zi} S_\varphi C_\theta) - \\ -A_{yi} (B_{xi} C_\varphi S_\theta - B_{yi} S_\varphi) - \\ -A_{zi} (B_{xi} S_\varphi S_\theta + B_{yi} C_\varphi) \end{bmatrix}; \\ b_i &= \frac{1}{L_i} \begin{bmatrix} h_1 (A_{xi} C_\theta + A_{yi} S_\varphi S_\theta - A_{zi} C_\varphi S_\theta) + \\ + B_{xi} (A_{xi} S_\theta - A_{yi} S_\varphi C_\theta + A_{zi} C_\varphi C_\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (7)$$

$i$  є конструктивними параметрами, що характеризують досліджувану конфігурацію ПП.

Вираз (6) у матричній формі має вигляд  $\Delta L_i = (d_i \ a_i \ b_i) \cdot (\Delta h \ \Delta \varphi \ \Delta \theta)^T$ . (8)

Зауважимо, що вирази (8) можна отримати також використовуючи матрицю Якобі  $J$  від (5) [13] у вигляді

$$\begin{pmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \\ \Delta L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 & a_1 & b_1 \\ d_2 & a_2 & b_2 \\ d_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta h \\ \Delta \varphi \\ \Delta \theta \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \Delta h \\ \Delta \varphi \\ \Delta \theta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} d_i &= \frac{\partial(L_i)^2}{\partial h}; \quad a_i = \frac{\partial(L_i)^2}{\partial \varphi}; \quad b_i = \frac{\partial(L_i)^2}{\partial \theta}; \\ i &= 1, 2, 3; \quad J = \begin{pmatrix} d_1 & a_1 & b_1 \\ d_2 & a_2 & b_2 \\ d_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\}.$$

Формули (9) визначають систему залежностей пружних лінійних деформацій  $\Delta L_i$  ланок  $A_i B_i$  від пружних переміщень  $(\Delta h, \Delta \varphi, \Delta \theta)$  ПП у заданій просторовій конфігурації  $(h, \varphi, \theta)$ . Розв'язок системи рівнянь (9) відносно  $(\Delta h, \Delta \varphi, \Delta \theta)$  визначає пружні переміщення ПП в залежності від деформацій  $\Delta L_i$  ланок.

**Визначення характеристик жорсткості ПП.** При прикладенні сил у напрямі  $OP$  та моментів сил  $M_\varphi$  і  $M_\theta$  відносно відповідних осей  $OX$  і  $OY$  система отримує пружні лінійні деформації і залишається в рівновазі. Відповідні сили пружності штанг дорівнюють

$$F_i = c_i \Delta L_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

де  $c_i$  – коефіцієнти жорсткості ланок з урахуванням жорсткості штока, лінійних приводів, кінематичних пар тощо.

Використовуючи принцип Лагранжа (принцип можливих переміщень), отримано залежність деформацій від сил і моментів.

Можливі переміщення ПП згідно (6) зв'язані залежностями

$$\delta(\Delta L_i) = (d_i \ a_i \ b_i) \cdot [\delta(\Delta h) \ \delta(\Delta \varphi) \ \delta(\Delta \theta)]^T$$

Надамо приріст першій узагальненій координаті  $\delta(\Delta h)$ , вважаючи інші константами:

$$\delta(\Delta h) \neq 0; \quad \Delta \varphi = \text{const}; \quad \Delta \theta = \text{const};$$

$$\delta(\Delta \varphi) = 0; \quad \delta(\Delta \theta) = 0.$$

Складемо рівняння можливих робіт сил  $F_h$  та  $F_i$  на можливому (віртуальному) переміщенні  $\delta(\Delta h)$  у вигляді

$$F_h \delta(\Delta h) = \sum_{i=1}^3 c_i \Delta L_i \delta(\Delta L_i) = \sum_{i=1}^3 c_i d_i \Delta L_i \delta(\Delta h).$$

Після скорочення на  $\delta(\Delta h)$  отримано

$$F_h = \sum_{i=1}^3 c_i d_i \Delta L_i = \sum_{i=1}^3 c_i d_i (d_i \Delta h + a_i \Delta \varphi + b_i \Delta \theta).$$

Аналогічно складено рівняння можливих робіт усіх сил на незалежних можливих переміщеннях  $\delta(\Delta \varphi)$  і  $\delta(\Delta \theta)$  та визначено наступні залежності пружних моментів

$$\left. \begin{aligned} M_\varphi &= \sum_{i=1}^3 c_i a_i \Delta L_i = \sum_{i=1}^3 c_i a_i (d_i \Delta h + a_i \Delta \varphi + b_i \Delta \theta), \\ M_\theta &= \sum_{i=1}^3 c_i b_i \Delta L_i = \sum_{i=1}^3 c_i b_i (d_i \Delta h + a_i \Delta \varphi + b_i \Delta \theta) \end{aligned} \right\}.$$

Залежності для сили та моментів об'єднані в єдине матричне рівняння

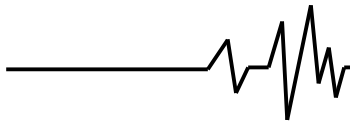
$$\begin{pmatrix} F_h \\ M_\varphi \\ M_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{hh} & c_{h\varphi} & c_{h\theta} \\ c_{\varphi h} & c_{\varphi\varphi} & c_{\varphi\theta} \\ c_{\theta h} & c_{\theta\varphi} & c_{\theta\theta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta h \\ \Delta \varphi \\ \Delta \theta \end{pmatrix} \quad (11)$$

або

$$(F_h \ M_\varphi \ M_\theta)^T = C_T \cdot (\Delta h \ \Delta \varphi \ \Delta \theta)^T,$$

де  $c_{ij}$  ( $i, j = h, \varphi, \theta$ ) – коефіцієнти жорсткості МПСК, що визначені так

$$\left. \begin{aligned} c_{hh} &= \sum_{i=1}^3 c_i d_i^2; \quad c_{h\varphi} = c_{\varphi h} = \sum_{i=1}^3 c_i d_i a_i; \\ c_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^3 c_i a_i^2; \quad c_{\varphi\theta} = c_{\theta\varphi} = \sum_{i=1}^3 c_i a_i b_i; \\ c_{\theta\theta} &= \sum_{i=1}^3 c_i b_i^2; \quad c_{h\theta} = c_{\theta h} = \sum_{i=1}^3 c_i d_i b_i \end{aligned} \right\} (12)$$



Матрицю жорсткості  $C_T$  платформи верстата-трицепта можна отримати також за матрицею Якобі та діагональною матрицею  $C_D$  жорсткості штанг у вигляді

$$\begin{aligned}
 C_T &= J^T C_D J = \\
 &= \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 & a_1 & b_1 \\ d_2 & a_2 & b_2 \\ d_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^3 c_i d_i^2 & \sum_{i=1}^3 c_i d_i a_i & \sum_{i=1}^3 c_i d_i b_i \\ \sum_{i=1}^3 c_i d_i a_i & \sum_{i=1}^3 c_i a_i^2 & \sum_{i=1}^3 c_i a_i b_i \\ \sum_{i=1}^3 c_i d_i b_i & \sum_{i=1}^3 c_i a_i b_i & \sum_{i=1}^3 c_i b_i^2 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} c_{hh} & c_{h\varphi} & c_{h\theta} \\ c_{\varphi h} & c_{\varphi\varphi} & c_{\varphi\theta} \\ c_{\theta h} & c_{\theta\varphi} & c_{\theta\theta} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Матриця (13) жорсткості  $C_T$  характеризує пружні властивості МПСК верстата-трицепта для даної просторової конфігурації у напрямках відповідно до пружних переміщень  $\Delta h$ ,  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\theta$ , тобто у напрямі сили  $F_h$  та у напрямках

моментів  $M_\varphi$  та  $M_\theta$ . Елементи матриці залежать від сталих коефіцієнтів  $c_i$ ,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $d_i$ , які розраховуються для заданої конкретної конфігурації, визначеної узагальненими параметрами  $h$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ . Діагональні складові матриці жорсткості є основними, інші характеризують пружну зв'язність коливань у відповідних напрямках.

Проведено розрахунки для наступної компоновки МПСК верстата-трицепта:  $R=0,3$  м;  $r=0,2$  м;  $c_1=c_2=c_3=c_0$ .

Точки горизонтальної площини діаграми (рис. 4) відповідають конкретній конфігурації МПСК платформи з кутами орієнтації  $\varphi$  і  $\theta$ .

Згідно діаграми визначають жорсткість  $c_{hh}/c_0$  платформи для заданої просторової конфігурації з довжиною середньої напрямної  $h=0,25$  м.

Діаграма (див. рис. 4) характеризує розподіл основної компоненти  $c_{hh}/c_i$  жорсткості для множини конфігурацій МПСК верстата-трицепта. Наприклад, точка  $D_1$  діаграми відповідає значенню відносної жорсткості  $c_{hh}/c_i=1,46$  для кутів  $\varphi=-25^\circ$ ,  $\theta=25^\circ$  при довжині середньої напрямної  $h=0,25$  м.

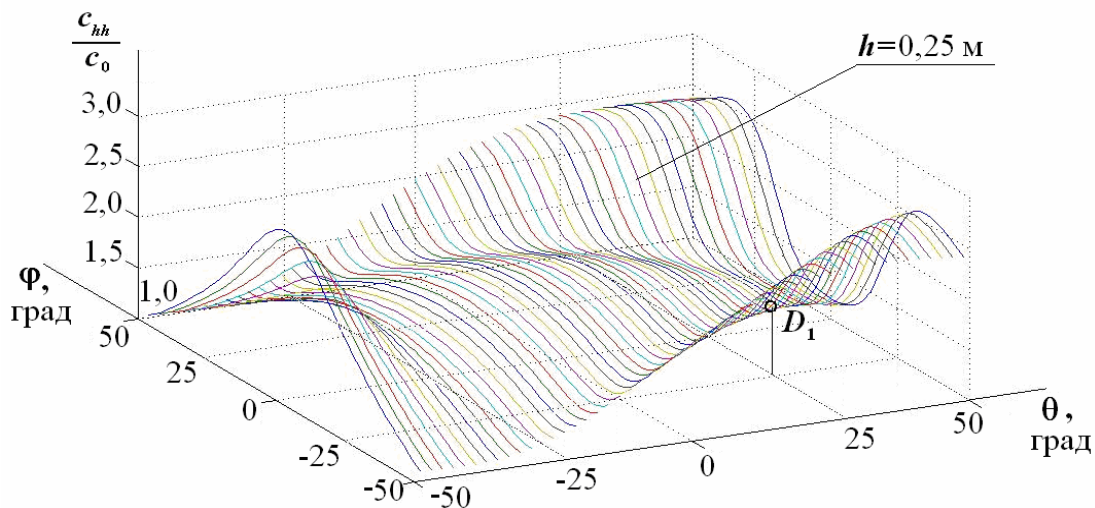
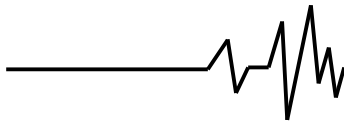


Рис. 4. Діаграма розподілу за кутами орієнтації  $\varphi$ ,  $\theta$  відносної жорсткості  $c_{hh}/c_0$  для МПСК верстата-трицепта

Якщо коефіцієнти жорсткості штанг взяти рівними  $c_1=c_2=c_3=c_0=10^8$  Н/м, то характеристики жорсткості (елементи матриці

$C_T$ ) приймають для точки  $D_1$  діаграми наступні значення:  $c_{hh}=1,46 \cdot 10^8$  Н/м;



$$c_{h\varphi} = c_{\varphi h} = -0,21 \cdot 10^8 \text{ Н}; \quad c_{h\theta} = c_{\theta h} = 0,1 \cdot 10^8 \text{ Н};$$

$$c_{\varphi\theta} = c_{\theta\varphi} = 1,45 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$c_{\varphi\varphi} = 0,1 \cdot 10^8 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad c_{\theta\theta} = 0,22 \cdot 10^8 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для інших значень  $h$  отримують аналогічні діаграми.

**Висновки.** Розроблено аналітичні залежності характеристик жорсткості верстата-трицепта від просторової конфігурації МПСК, яка визначається трьома узагальненими координатами (довжиною середньої напрямної штанги та двома кутами орієнтації платформи). За результатами чисельного моделювання на прикладі певної конструкції верстата-трицепта визначено область конфігурацій МПСК з незадовільними пружними властивостями. Встановлено, що відхилення платформи від вертикалі на кути понад  $\pm 45^\circ$  призводять до зниження жорсткості МПСК майже втричі. Визначено область конфігурацій в інтервалах зміни кутів  $\varphi$  і  $\theta$  ( $0 \dots \pm 25^\circ$ ), яка відповідає більш рівномірному розподілу характеристик жорсткості, ніж інші конфігурації МПСК, що забезпечує більш сприятливі умови проведення необхідних технологічних операцій. Отримані результати є необхідною основою для визначення головних частот верстата-трицепту та дослідження резонансних режимів в залежності від просторової конфігурації МПСК.

#### Список використаних джерел

1. Афонин, В.Л. Обработка нового поколения. Концепция проектирования [Текст] / В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е. Ковалев. – М.: Машиностроение, 2001. – 256 с.

2. Кузнецов, Ю.М. Компоновки верстатів з механізмами паралельної структури [Текст] / Ю.М. Кузнецов, Д.О. Дмитрієв, Г.Ю. Діневич. – Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2009. – 456 с.

3. Кузнецов, Ю.Н. Проектирование многоцелевых токарных станков с механизмами параллельной структуры [Текст] / Ю.Н. Кузнецов, Д.А. Дмитриев, Г.Ю. Диневич // Вестник национ. техн. ун-та Украины "КПИ". Машиностроение. – К.: НТУУ "КПИ", 2008. – Т. 52. – С. 156–170.

4. Глазунов, В.А. Пространственные механизмы параллельной структуры [Текст] / В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, А.Ф. Крайнев. – М.: Наука, 1991. – 95 с.

5. Merlet, J.P. Parallel Robots [Text] // J.P. Merlet. – The Netherlands, Dordrecht: Springer, 2006. – 417 p.

6. Струтинський, В.Б. Теоретичний аналіз жорсткості шестикоординатного механізму паралельної структури [Текст] / В.Б.

Струтинський, А.М. Кириченко // Вісник национ. техн. ун-та України «КПИ». Машинобудування, Т. 57. – К.: НТУУ "КПИ", 2009. – С. 198–207.

7. Кириченко, А.М. Приведення до зони обробки жорсткості та податливості обладнання з механізмами паралельної структури [Текст] / А.М. Кириченко // Вісник национ. техн. ун-та України «КПИ». Машинобудування, Т. 59. – К.: НТУУ "КПИ", 2009. – С. 205–210.

8. Кириченко, А.М. Моделювання жорсткості верстата-гексапода [Текст] / А.М. Кириченко // 36. наук. праць Кіровоградського НТУ. Техніка в сільгоспвиробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Вип. 20. – Кіровоград: КНТУ, 2008. – С. 122–126.

9. Вайнштейн, И.В. Экспериментальное исследование статической жесткости пятикоординатного фрезерного станка с параллельной кинематикой [Текст] / И.В. Вайнштейн, Н.А. Серков, Р.О. Сироткин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007, № 5. – С. 102–109.

10. Яглинский, В.П. Кинематика оборудования на основе механизмов параллельной структуры [Текст] / В.П. Яглинский // Раздел 6 коллективной монографии: Прогрессивное машиностроительное оборудование. – Орел, Изд. дом "Спектр", 2011. – 455 с.

11. Yaglinsky, V.P. Kinematics of robots with parallel structure [Text] / V. P. Yaglinsky, S. Rost, D. M. Chlizov // MOTROL, Motorization and Power Industry in Agriculture. – Lublin, 2008. – Vol. 10A. – P. 105–114.

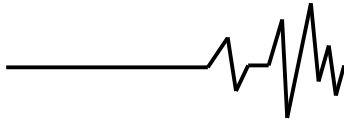
12. Yaglinsky, V.P. Mechanisms of parallel Structure in modern Machine-Building Manufacture [Text] / V.P. Jaglinsky, S.S. Gutyrva // Les Problemes Contemporains du Technosphere et de la Formation des Cadres D'Ingenieurs, de IV Conf. Intern. Scientifique et Methodique, Hammamet: Tunisie. – Donetsk: DonNTU, 2010. – P. 37–40.

13. Яглинський, В.П. Кінематика комбінованого модульного динамічного тренажера [Текст] / В.П. Яглинський, А. Обайді // Технологічний аудит і резерви виробництва. – 2014. – № 2/1 (16). – С. 38–41.

14. Яглинский, В.П. Имитационная обобщенная модель работа агрегатно-модульного построения [Текст] / В.П. Яглинский, С. Рост, Д.Н. Хлицов // 3-я Всероссийск. научн. конф. "Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB". – С.-Петербург: – 2007. – С. 455–462.

#### Список джерел в транслітерації

1. Afonin, V.L., Krainev, A.F., Kovalev,



V.E. (2001). Obrabatyvaushee oborudovanie novogo pokolenia. Konzepcia projektirovania. M. : Mashinostroenie, 2001. – 256 c.

2. Kuznezov, Ur.M. (2009). Komponovka verstativ z mehanizmy parallelnoi struktury. Kherson: PP Vishemirsky, 2009. – 456 c.

3. Kuznezov, Ur.N., Dmitriev, D.A., Dinevych G.Yu. (2008). Projektirovanie mnogocelevyck tokarnykh stankov z mehanizmy parallelnoi struktury. Vestnik nacion. techn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 52. S. 156–170.

4. Glazunov, V.A., Koliskor, A.SH., Krainev, A.F. (1991). Prostranstvennye mehanizmy parallelnoi struktury. M. : Nauka. 95.

5. Merlet, J.P. (2006). Parallel Robots. The Netherlands, Dordrecht: Springer. 417.

6. Strutinsky, V.B., Kiritschenko, A.M. (2009). Theoretitshesky analiz jorstkosti shestikoordynatnoho mehanizmu parallelnoi struktury. Visnyk nacion. techn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 57. 198–207.

7. Kiritschenko, A.M. (2009). Pryvedennia o zony obrobky jorstkosti ta podatlyvosti obladnannia z mehanizmy parallelnoi struktury. Visnyk nacion. techn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 59. 205–210.

8. Kiritschenko, A.M. (2008). Modeluvannia jorstkosti verstata-hexapoda. Zb. nauk. prac Kirovohradskoho NTU. Technika u silhospyvrobnyctvi, haluzeve mashynobuduvannia, avtomatyzacia. Vyp. 20. 122–126.

9. Vainstein, I.V., Serkov, N.A., Siotkin, R.O. (2007). Experimentalnoe issledovanie statitsheskoy jorstkosti piatikoordynatnoho frezernoho stanka s parallelnoi kinematikoi. Problemy mashinostroenia i nadejnosti mashin. № 5. 102–109.

10. Yaglinsky, V.P. Kinematika oborudovania na osnove mehanizmov parallelnoi struktury. (2011). Razdel 6 kollektivnoy monografii: Prohressivnoe mashinostroitelnoe oborudovanie. Orel, Izd. dom "Spektr". 455 c.

11. Yaglinsky, V.P., Rost, S, Chlizov, D.M. (2008). Kinematics of robots with parallel structure. MOTROL, Motorization and Power Industry in Agriculture. Lublin. Vol. 10A. 105–114.

12. Yaglinsky, V.P., Gutyrva, S.S. (2010). Mechanisms of parallel Structure in modern Machine-Building Manufacture. Les Problemes Contemporains du Technosphere et de la Formation des Cadres D'Ingenieurs, de IV Conf. Intern. Scientifique et Methodique, Hammamet: Tunisie. Donetsk: DonNTU. 37–40.

13. Yaglinsky, V.P., Obaidi. Aimen. (2014). Kinematika kombinovanoho modulnoho dynamitshnoho trenajera. Technolohitsheski audit I rezervy proizvodstva. № 2/1 (16). 38–41.

14. Yaglinsky, V.P., Rost, S, Chlizov, D.M. (2007). Imitacionnaia obobshchennaia model robota ahrehatno-modulnoho postroenia. 3-ia Vserosiyskaia nautshn. konf. "Proektirovanie injenernykh I nautcsnykh prilozheniy v srede MATLAB". S,-Peterburg. 455–462.

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖЕСТКОСТИ СТАНКА-ТРИЦЕПТА В ОБОБЩЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ

**Аннотация.** Предложена расчетная схема движения промышленной платформы типа трицепт и получены зависимости упругих перемещений платформы от линейных деформаций штанг. По принципу Лагранжа получены зависимости для характеристик жесткости трицепта в обобщенных параметрах для любой пространственной ориентации платформы. Выявлено, что значительные отклонения платформы от вертикали на углы более  $\pm 45^\circ$  приводят к снижению жесткости трицепта почти втрое. Установлено, что область конфигураций платформы в интервале углов вращения относительно осей неподвижного базиса ( $-25^\circ \dots + 25^\circ$ ) обеспечивает более равномерное распределение характеристик жесткости, чем другие конфигурации, и более благоприятные условия для выполнения различных технологических операций.

**Ключевые слова:** механизм параллельной структуры и кинематики, упругие деформации звеньев, матрица Якоби.

#### FEATURES OF STIFFNESS OF MACHINE-TRICEPT IN GENERALIZED PARAMETERS

**Annotation.** Proposed a design scheme of movement of industrial platform type tricept and the dependences of the elastic displacement of the platform from the linear deformation of rods. According to the principle of Lagrange obtained the characteristics of stiffness of tricept in generalized parameters for any orientation of the platform. Revealed that significant platform deviations from the vertical at angles more than  $\pm 45^\circ$  lead to a decrease in stiffness of tricept nearly tripled. It is found that the area of platform configurations in the range of angles of rotation about the axes of the fixed basis ( $-25^\circ \dots + 25^\circ$ ) provides a more uniform distribution of stiffness characteristics than other configurations, and more favorable conditions for performing operations.

**Key words:** mechanism of parallel structure and kinematics, the elastic deformation of links, the Jacobi matrix.