

Зиньковский А. П.

Круглий Я. Д.

Петришин Д. В.

*Институт проблем
прочности
имени Г.С. Писаренко
НАН Украины*

Zinkovskii A. P.

Krugliy Y. D.

Petryshyn D. V.

*G.S. Pisarenko Institute
for Problems of Strength
of the National Ac. Sci.
of Ukraine***УДК 534.1;539.433;620.179.12:62-26****ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК
КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЙ
МОДЕЛИ ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА
НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЕГО
СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ
ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ**

Приведены данные вычислительных экспериментов по установлению закономерностей влияния типа и количества конечных элементов при создании моделей бандажированных венцов, отличающихся геометрическими формами пера лопаток, на результаты определения их спектра собственных частот колебаний с учетом наличия поля центробежных сил.

Ключевые слова: турбинная лопатка, бандажная связь, конечный элемент, собственная частота колебаний.

Постановка задачи. В практике расчетного определения спектра (частот и форм) собственных колебаний лопаточных венцов турбомашин, как первого этапа решения задачи о вибрационном состоянии любой механической системы, широко используется метод конечных элементов (МКЭ). Он является одним из наиболее общих способов дискретизации систем с бесконечным числом степеней свободы и развитых методов их компьютерного моделирования. Именно этот метод для решения указанной выше задачи реализован в большинстве современных программных продуктов, в том числе и ANSYS.

Однако анализ научно-технических публикаций, относящихся к расчетному определению спектра собственных колебаний различных механических систем с применением МКЭ показывает, что точность получаемых результатов существенно зависит от типа конечного элемента и его размеров, то есть густоты конечно-элементной (КЭ) сетки модели исследуемого объекта. В работе [1] рассматривается влияние указанных характеристик конечного элемента, а также упорядоченности КЭ сетки на распределение интенсивности напряжений в стержне и детали простой геометрической формы. Влияние типа и количества конечных элементов на характеристики статического и динамического напряженного состояния лопаточных венцов рассмотрено в [2,3].

На основании проведенного анализа результатов известных исследований можно

сделать вывод, что недостаточно изученным является вопрос оптимального выбора КЭ модели лопаточных венцов турбомашин с учетом влияния их геометрических размеров с точки зрения времени расчета и точности определения спектра их собственных частот колебаний, что и является целью данной работы.

Объекты исследования и их конечноэлементное моделирование. В качестве объектов исследований были выбраны лопаточные венцы 4-й ступени цилиндра низкого давления паровой турбины (венец 1) и турбины среднего давления (ТСД) АГТД Д-18Т (венец 2), лопатки которых снабжены Z-образными бандажными полками. Такой выбор венцов объясняется следующими обстоятельствами. Во-первых, их лопатки характеризуются существенной разницей отношения длины L пера к хорде b концевого сечения. Во-вторых, некоторые данные расчетных и экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния (НДС) рассматриваемых венцов представлены в [3,4], что позволяет проводить сравнение получаемых в данной работе результатов исследований.

Рассмотрим некоторые конструктивные особенности выбранных венцов, фрагменты которых приведены на рис.1.

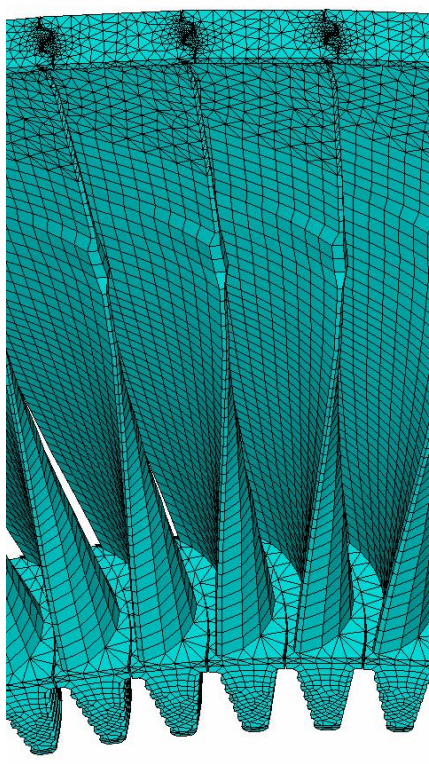
Венец 1 состоит из 90 лопаток, перо которых длиной 628 мм характеризуется большой закруткой. Венец 2 включает 134 лопатки с длиной пера 117 мм незначительной



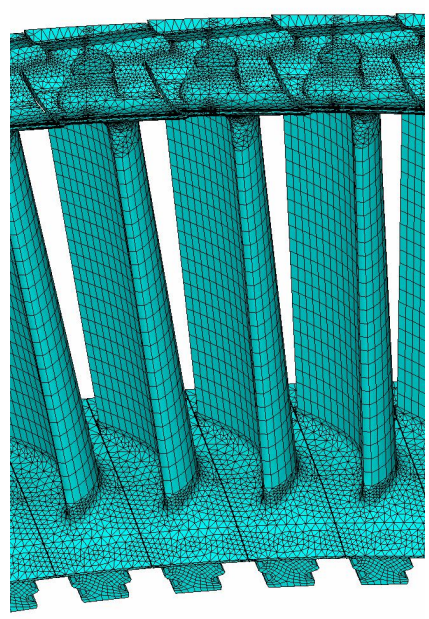
закрутки. Отношение L/b для лопаток выбранных венцов равно 6.3 и 3.7 соответственно.

При КЭ моделировании современных лопаточных венцов в большинстве случаев используются линейный 8-узловой (SOLID45) или квадратичный 20-узловой (SOLID95) элементы, которые показаны на рис. 2. В

последних версиях программного комплекса ANSYS для расчетов НДС в библиотеке конечных элементов наряду с уже указанными предлагаются элементы, а именно: SOLID185 (8-узловой) и SOLID186 (20-узловой). Все перечисленные типы элементов были выбраны в данном исследовании для решения поставленной задачи.



а



б

Рис. 1. Фрагменты лопаточного венца 1 (а) и венца 2 (б) с КЭ сеткой

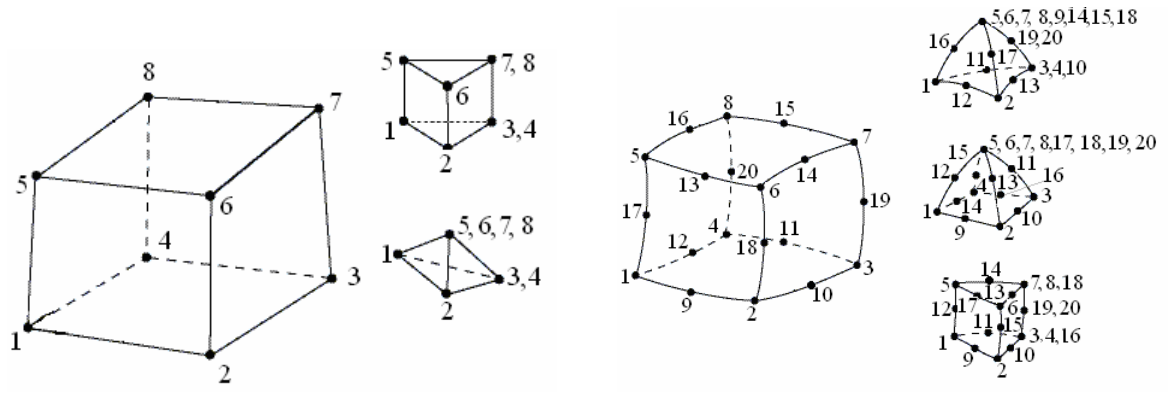


Рис. 2. Конечные элементы и их модификации: а - линейный 8-узловой; б - квадратичный 20-узловой

При моделировании выбранных лопаточных венцов предполагалась их конструктивная поворотная симметрия. В этом случае, как известно [4], определение их характеристик НДС, в том числе и спектра

собственных колебаний, осуществляется на основе рассмотрения отдельного периода в виде одной или нескольких лопаток с соответствующими граничными условиями. В данном случае рассматривался период,



состоящий из одной лопатки.

В предположении жесткой заделки лопаток в диске определяющим моментом в определении граничных условий является моделирование бандажной связи лопаток, а именно: сопряжения контактных поверхностей K соседних бандажных полок. Для моделирования выбранного вида периода бандажная полка разрезалась как показано на рис. 3,а таким образом, чтобы узлы ее частей 1 и 2 на поверхности разреза C совпадали.

Затем часть 2 перемещалась в цилиндрической системе координат на угол, равный $2\pi/N$, где N – число лопаток венца, что на рис. 3,а показано стрелкой. Таким образом обеспечивался натяг по контактным поверхностям K бандажных полок, а на поверхностях разреза $C1$ и $C2$ задавались условия сопряжения (рис. 3, б). Общий вид КЭ моделей периодов рассматриваемых лопаточных венцов приведен на рис.4.

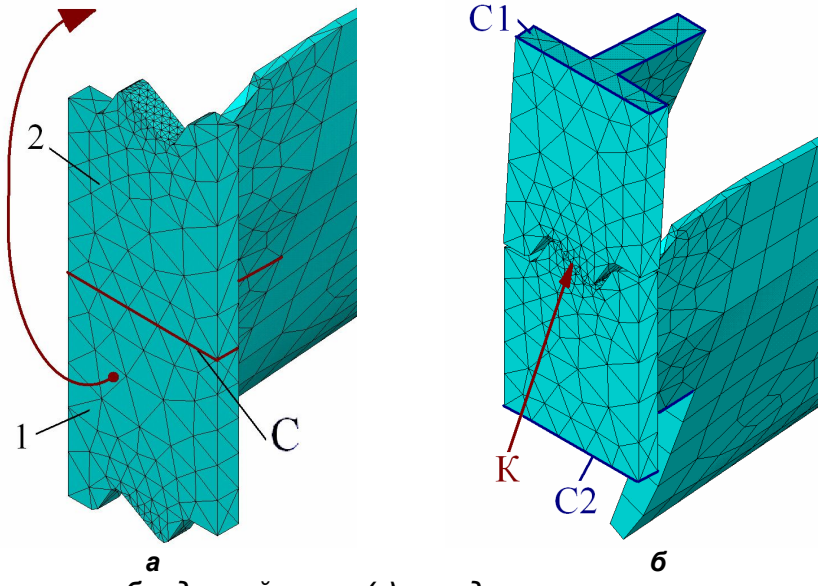


Рис. 3. Схемы разреза бандажной полки (а) и моделирования сопряжения контактных поверхностей соседних полок (б)

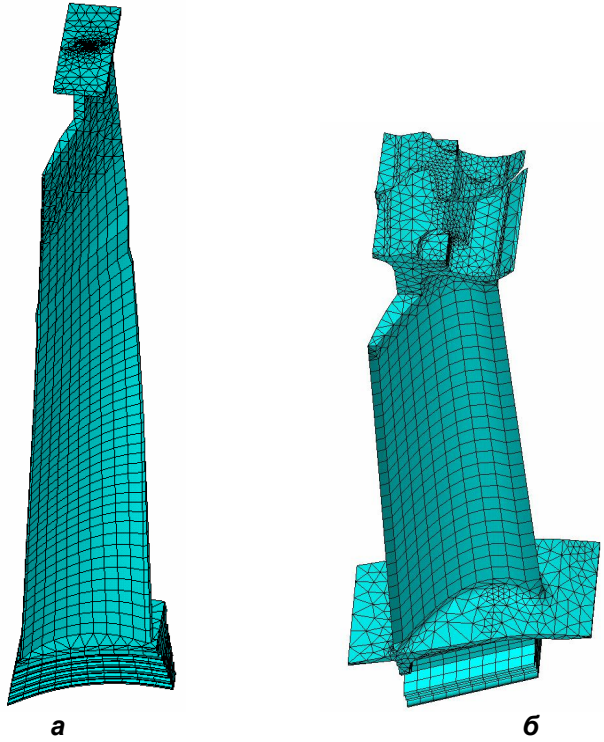
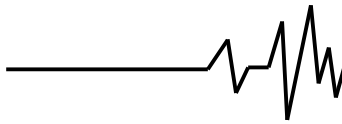


Рис. 4. Вид КЭ модели периодов лопаточных венцов 1 (а) и 2 (б)



Ввиду сложности геометрии бандажной полки, для создания ее КЭ сетки были использованы тетраэдрические модификации выбранных конечных элементов, которые для SOLID45 и SOLID95 показаны на рис. 2. Как видно из рис. 3, КЭ сетка бандажной полки в целом является равномерной, однако в зоне контакта она измельчалась. Контактное взаимодействие бандажных полок моделировалось с помощью условий совместности перемещений по контактирующим узлам, что подробно описано в работе [5].

Результаты вычислительных экспериментов. С использованием разработанных КЭ моделей периодов выбранных лопаточных венцов были проведены вычислительные эксперименты по установлению влияния вида и размера конечного элемента на спектр их собственных частот колебаний. Расчеты проводились при различной густоте КЭ сетки, которая определяется количеством k конечных элементов.

Первоначально было проведено решение задачи при отсутствии бандажной связи лопаток, что соответствует рассмотрению отдельной или изолированной лопатки. Как пример результатов расчетов, на рис. 5 приведена диаграмма значений первых четырех собственных частот колебаний p_i ($i = 1, 2, 3, 4$) лопатки венца 1 при варьировании густоты ее КЭ сетки из выбранных элементов. Аналогичные результаты были получены и для лопаток венца 2.

Анализ представленных данных показывает, что на величину собственных частот колебаний рассматриваемых лопаток практически не влияет как тип конечного элемента (за исключением SOLID185), так и густота КЭ сетки. Подтверждением этого являются приведенные в табл. 1 данные о расхождении ε собственных частот исследуемых лопаток, рассчитанных с использованием их моделей на основе конечных элементов SOLID45 и SOLID95, при

средней густоте КЭ сетки ($k \approx 7000$). Как видно, величина параметра ε , определяемого как

$$\varepsilon = \frac{P_{solid95} - P_{solid45}}{P_{solid95}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

не превышает 2,2%. При этом следует обратить внимание на то, что для лопатки венца 1 его величина не превышает 1,1%. Однако скорость расчета спектра собственных частот колебаний лопаток, независимо от величины L/b , с использованием моделей на основе 8-узловых конечных элементов по сравнению с таковыми из 20-узловых существенно возрастает.

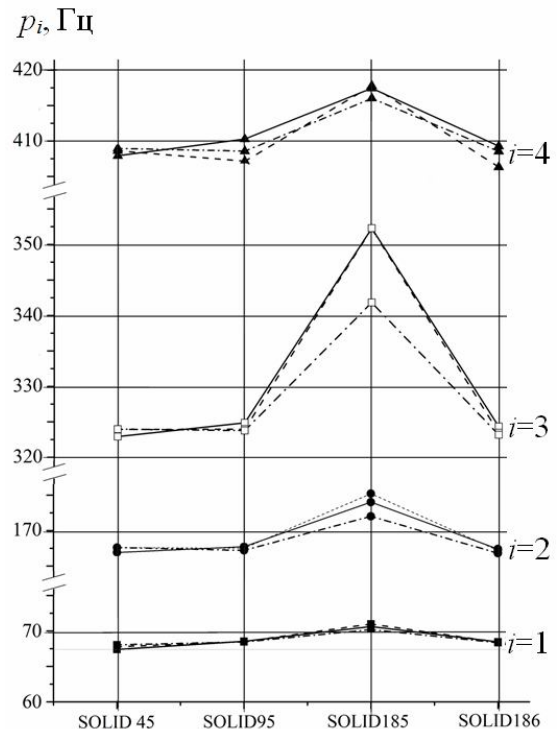
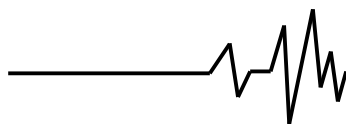


Рис. 5. Диаграмма значений 1-й (■), 2-й (●), 3-й (□) и 4-й (▲) собственных частот колебаний лопатки венца 1 от типа конечного элемента, используемого для создания КЭ сетки при варьировании её густоты: сплошная линия – $k \approx 5000$; штриховая – $k \approx 7000$; штрих-пунктирная – $k \approx 12000$

Таблица 1

Значения собственных частот колебаний в Гц исследуемых лопаток, определенные с использованием их моделей на основе конечных элементов SOLID45 и SOLID 95 при $k \approx 7000$

Номер собственной частоты, i	Венец 1		$\varepsilon, \%$	Венец 2		$\varepsilon, \%$
	SOLID 45	SOLID95		SOLID 45	SOLID95	
1	67,75	68,49	1,08	396	397	0,2
2	167,59	167,50	0,0005	1070	1070	0
3	323,92	323,96	0,0001	1969	1942	1,3
4	408,61	407,14	0,3	2224	2226	0,008
5	571,01	573,00	0,34	4849	4742	2,2



Рассмотрим теперь вопрос, как влияет тип конечного элемента и густота КЭ сетки на спектр собственных колебаний исследуемых лопаточных венцов как систем с циклической симметрией. Расчеты проводились с использованием КЭ моделей их периодов, представленных на рис. 4 при монтажном натяге, $\Delta_{mn} = 0,03\text{мм}$, как без вращения ($\omega=0$), так и при наличии поля центробежных сил ($\omega \neq 0$), где ω - скорость вращения рабочего колеса. Здесь следует отметить, что при определении влияния поля центробежных сил скорость вращения ω конкретного венца

соответствовала условиям его эксплуатации. Так для венца 1 она равнялась 50 об/с, а для венца 2 – 612 об/с.

По результатам проведенных расчетов определялись собственные частоты колебаний p_{mn} венцов, где m и n – число узловых диаметров и окружностей соответственно. Проведем анализ результатов расчетов, полученных при отсутствии поля центробежных сил ($\omega=0$). В табл.2 приведены числовые значения собственных частот некоторых форм колебаний исследуемых венцов.

Таблица 2

Значения собственных частот колебаний p_{m0} в Гц исследуемых лопаточных венцов, определенные с использованием их моделей на основе конечных элементов SOLID45 и SOLID 95 при $k \approx 7000$

m	Венец 1			Венец 2		
	SOLID 45	SOLID95	$\epsilon, \%$	SOLID 45	SOLID95	$\epsilon, \%$
0	98,15	86,251	11	553,72	539,67	2,5
1	131,54	121,82	8	618,75	598,14	3,3
2	157,03	149,83	5	746,43	719,84	3,4
3	163,82	156,94	4,2	841,1	820,73	2,4
4	167,98	160,52	4	889,42	876,76	1,4
5	172,09	163,68	5	915,3	906,82	1
6	176,71	167,1	5,8	923,37	925,78	0,2
7	181,99	171,07	6	946,1	940,16	0,6
8	188,01	175,67	7	958,88	952,79	0,7
9	194,77	180,97	7,7	971,87	965,06	0,6
10	202,24	187,0	7,4	985,77	977,7	0,8
11	210,36	193,74	8	1001	991,18	0,9
12	219,02	201	9	1017	1005,8	1,1
13	228,07	209	8,3	1036	1021	1,4
14	237,32	217,28	8,4	1057	1039	1,7
15	246,53	225,63	8,5	1080	1058	2
25	289	266	7,9	1442	1353	6
35	281	263,4	6,8	1893	1759	7

Как видно из полученных данных, максимальная разница ϵ в значениях собственных частот колебаний, определенных с использованием для моделирования конечных элементов SOLID45 и SOLID95 при средней густоте сетки ($k \approx 7000$) составляет примерно 11% для лопаток венца 1 и 7% - для венца 2. Кроме того, следует отметить, что для венца 2 эта разница при $m < 20$ равна около 1%. Такую ее величину можно объяснить размерами самих элементов, поскольку при одинаковом их количестве для венца 1 он будет в 4 раза больше, чем для венца 2. Однако уменьшение размера элемента также не приведет к совпадению результатов, полученных с использованием разных типов и

одинаковой густоте КЭ сетки, так как количество узлов в этом случае будет разным.

Учитывая полученные результаты, представляет интерес установить влияние густоты КЭ сеток модели лопаточных венцов на результаты определения спектра их собственных колебаний. Решение этой задачи было проведено на примере венца 1. При этом густота сетки выбиралась таким образом, чтобы сохранилось равенство узлов модели. Так, при использовании элемента SOLID 45 и количество k было равным 12000, а SOLID95 – 5000. Полученные частотные функции, как зависимости собственных частот p_{mn} от числа волн деформации (узловых диаметров) m по окружности системы, приведены на рис. 6.

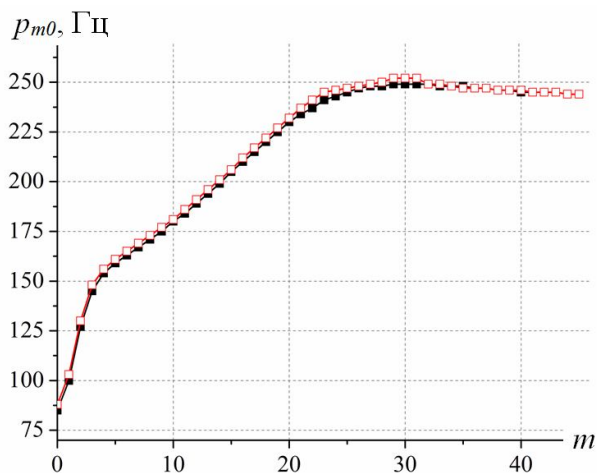
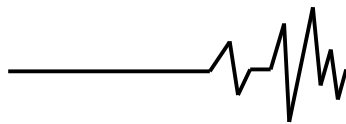
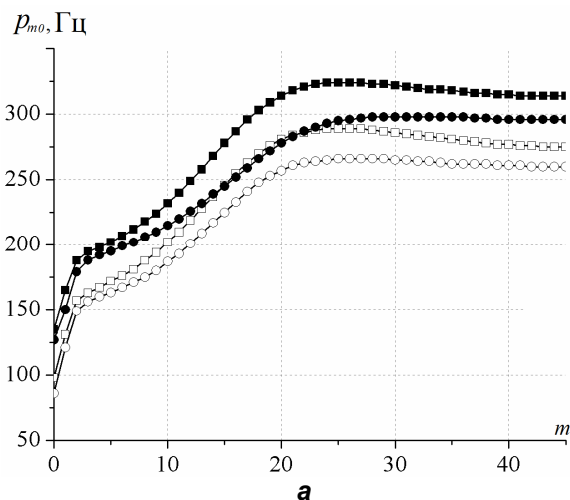


Рис. 6. Частотные функции лопаточного венца 1 для КЭ моделей с 8-узловыми при $k=12000$ (□) и 20-узловыми (■) при $k=5000$ элементами в случае отсутствия поля центробежных сил ($\omega = 0$)

Из представленных данных следует, что частотные функции практически совпадают, а значения параметра ϵ не превышает 2,3%, что подтверждает вышеупомянутое предположение о влиянии количества узлов на результаты расчетов. Однако здесь следует



обратить внимание на то, что скорость проведения расчетов с использованием модели на основании элемента SOLID45 в три раза выше, чем в случае элемента SOLID95.

Для анализа влияния поля центробежных сил на результаты определения собственных частот колебаний исследуемых лопаточных венцов рассмотрим их частотные функции при средней густоте КЭ сетки моделей, построенных с использованием элементов SOLID45 и SOLID95, которые приведены на рис.7.

Видно, что влияние типа конечного элемента на их формирование зависит от уровня центробежных сил. Так, для венца 1 ($\omega = 50$ об/с) тип конечного элемента не оказывает влияния на характер частотных функций, что согласуется с данными известными исследований [6]. Для венца 2 ($\omega = 612$ об/с) при его моделировании с использованием элемента SOLID95 наблюдается существенное изменение частотной функции. Возможно, что это вызвано большой размерностью системы уравнений, описывающих колебания системы, вследствие чего происходит накопление суммарной погрешности расчетов, что требует дополнительного исследования.

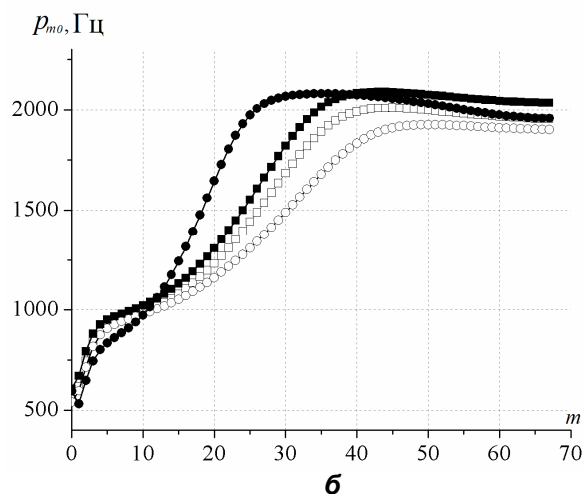
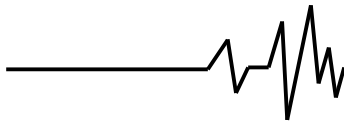


Рис. 7. Частотные функции венцов 1 (а) и 2 (б) для их КЭ моделей со средней густотой сетки ($k \approx 7000$) на основании элементов SOLID45 (□, ■) и SOLID 95 (○, ●) при скорости вращения рабочего колеса ω , равной 0 (□, ○); 50 об/с (венце 1) и 612 об/с (венце 2) (■, ●)

Выводы. На основании выполненных вычислительных экспериментов установлены закономерности влияния типа элемента и густоты КЭ сетки на спектр собственных частот и форм колебаний бандажированных лопаточных венцов турбин, характеризующихся различными закруткой пера лопаток и отношением его длины L к хорде b концевой сечения, установлено, что на результаты расчета собственных частот колебаний

единичных лопаток рассматриваемых венцов практически не оказывают влияния как тип конечного элемента (за исключением SOLID185), так и густота КЭ сетки. Однако при этом от указанных характеристик КЭ сетки существенно зависят результаты определения спектра собственных частот колебаний лопаточных венцов. Так, например, при $\omega = 0$ и средней густоте КЭ сеток разница ϵ в значениях собственных частот колебаний,



полученная с использованием моделей на основании конечных элементов SOLID45 и SOLID95 при $L/b = 6,3$ составляет примерно 11%, а $L/b = 3,7$ около 7%.

Создание моделей с использованием указанных конечных элементов при сохранении одинакового количества узлов приводит к сближению результатов расчетов и величина параметра ϵ не превышает 2,3%.

Показано, что влияние типа конечного элемента на результаты определения собственных частот колебаний существенно возрастает при учете поля центробежных сил. Особенно это проявляется при использовании элемента SOLID95. В этом случае при повышении скорости вращения рабочего колеса имеют место изменения в закономерностях формирования частотных функций венца.

Список использованных источников

1. Белобородов А.В. Оценка качества построения конечноэлементной модели в ANSYS / А.В.Белобородов // Матер. 2 Рос. межвуз. научн.-техн. конф. "Компьютерный инженерный анализ". – Екатеринбург, 2005. – С. 78–84.

2. Воробьев Ю.С. Анализ колебаний турбинного лопаточного аппарата со связями на основе трехмерных моделей / Ю.С. Воробьев, С. Янецки, Е.В. Тишковец, С.П. Канило // Вибрации в технике и технологиях. 2001. – № 4 (20). – С. 19–23.

3. Петров А.В. Основные пути повышения точности расчетного определения собственных частот и форм колебаний лопаток ГТД / А.В. Петров, В.В. Тихомиров, В.В. Донченко // Вестник двигателестроения. – 2013. – № 2. – С. 163–167.

4. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин / В.П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

5. Зиньковский А.П. Влияние нарушений идентичности контактного взаимодействия бандажных полок на характеристики статического и динамического напряженного состояния лопаточных венцов / А.П. Зиньковский, Я.Д. Круглий // Пробл. прочности. – 2012. – № 2. – С. 44 – 60.

6. Воробьев Ю.С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин / Ю.С. Воробьев. – Киев: Наук. думка, 1988. – 220 с.

Список источников в транслитерации

1. Beloborodov A. V. Otsenka kachestva postroeniya konechnoelementnoy modeli v ANSYS / A. V. Beloborodov // Mater. 2 Ros. mezhvuz. nauchn.-tekhn. konf. "Kompyuternyy

inzhenernyy analiz". – Ekaterinburg, 2005. – S. 78– 84.

2. Vorobev Yu. S. Analiz kolebaniy turbinnogo lopatochnogo apparata so svyaziyami na osnove trekhmernykh modeley / Yu. S. Vorobev, S. Janetski, E. V. Tishkovets, S. P. Kanilo // Vibratsii v tekhnike i tekhnologiyah. – 2001. – № 4 (20). – S. 19–23.

3. Petrov A.V. Osnovnye puti povysheniya tochnosti raschetnogo opredeleniya sobstvennykh chastot i form kolebaniy lopatok GTD / A. V. Petrov, V. V. Tikhomirov, V. V. Donchenko // Vestnik dvigatelestroeniya. – 2013. – № 2.- S. 163–167.

4. Ivanov V. P. Kolebaniya rabochikh koles turbomashin / V. P. Ivanov. – M.: Mashinostroenie, 1983. – 224 s.

5. Zinkovskii A. P. Effect of identity violations of contact interaction between shrouds on the static and dynamic stress state characteristics of blade rings / A. P. Zinkovskii, Ya. D Kruglii // Strength of Materials. – 2012. – Vol. 44, No. 2. – P. 144–150.

6. Vorobev Yu. S. Kolebaniya lopatochnogo apparata turbomashin / Yu. S. Vorobev. – Kiev: Nauk. dumka, 1988. – 220 s.

ВПЛИВ ХАРАКТЕРИСТИК СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ЛОПАТКОВОГО ВІНЦЯ НА РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ЙОГО СПЕКТРА ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАНЬ

Анотація. Наведено дані обчислювальних експериментів зі встановлення закономірностей впливу типу і кількості скінченних елементів при розробці моделей бандажованих вінців, що відрізняються геометричними формами пера лопаток, на результати визначення їх спектру власних частот коливань з урахуванням впливу поля відцентрових сил.

Ключові слова: турбінна лопатка, бандажний зв'язок, скінченний елемент, власна частота коливань.

INFLUENCE OF FINITE ELEMENT MODEL CHARACTERISTICS OF BLADE RING ON THE RESULTS OF ITS NATURAL VIBRATIONS SPECTRUM CALCULATION

Annotation. The paper presents the results of computational investigations on determination of the mechanisms of influence of the type and number of finite elements in the development of blade ring models, which are distinct in geometric shapes of blade airfoil portion, on the results of their natural vibrations spectrum determination considering the presence of centrifugal force field.

Key words: turbine blade, shrouded coupling, finite element, natural vibration frequency.