

№ 3 (75)

Вібрації в техніці та технологіях

2014

Мойсишин В. М.

Левчук К. Г.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Moisyshyn V. M.

Levchuk K. G.

National Technical University of Oil and Gas УДК 622.242:534-16

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІКВІДАЦІЇ ПРИХОПЛЕНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ УДАРНИМ СПОСОБОМ

На основі хвильової теорії та теорії локальних деформацій розроблено математичну модель стаціонарних і нестаціонарних поздовжніх коливань багаторозмірної прихопленої бурильної колони (БК). Запропоновано роз'єднати замкову пару аварійної та прихопленої компоновок БК. Пружні деформацій обох компоновок приводять до спрацювання ударного пристрою. Математично змодельовано ударні навантаження, що послаблюють і як наслідок руйнують механічні в'язі (прихоплення) БК. Отримані аналітичні залежності для оцінки впливу основних конструктивних параметрів окремих частин і характеристик міцності БК на можливість ліквідації її аварійного стану кожним ударом. Розроблена модель дозволяє створити алгоритм чисельного розв'язування нелінійних динамічних рівнянь за допомогою комп'ютерних пакетів символьної математики.

Ключові слова: бурильна колона, прихоплення, поздовжній удар, математична модель, хвильова теорія, коливання, диференціальні рівняння.

Постановка проблеми. Оскільки нагальною залишається потреба у сировинних і паливно-енергетичних ресурсах, актуальним є удосконалення техніки і технології буріння свердловин. Переважно порушеннями технологічного процесу буріння свердловин викликано заклинюваннями колони бурильних труб – прихопленнями. Такі прихоплення можуть виникнути внаслідок перепаду тиску між БК і свердловиною, виробітку у жолобі, заклинювання БК (обвал гірських порід, осідання шламу, звуження свердловини тощо).

Ліквідація прихоплень зводиться до усунення або зменшення сил, що утримують БК до рівня, який вдається подолати. Ефективність ліквідації прихоплень визначається вибором способу. На практиці найкраще себе зарекомендували механічні способи, засновані на створенні ударних навантажень.

Аналіз останніх публікацій. Буріння роторним способом супроводжується інтенсивними динамічними явищами у вигляді хвильових коливальних рухів деталей і вузлів нафтопромислових пристроїв [1-4]. У ході їх роботи нерідко виникають аварії, найскладнішим й найпоширенішим видом яких прихоплення колони £ труб бурильної установки [5, 6]. Для вивільнення прихопленої БК застосовують різноманітні механізми, зокрема, в екстремальних випадках – ударні [7-9]. Разом з тим, узагальненої математичної моделі, яка б враховувала особливості динаміки аварійної, прихопленої частин БК та ударного пристрою, нема.

Основну увагу в запропонованій статті відведено вивченню спектра коливань всіх елементів бурових установок в залежності від її параметрів та залежностей між ними. Незважаючи на те, що в роботах можна ознайомитись з постановкою даної проблеми, але розв'язку математично змодельованих таких процесів на сьогодні не знайдено.

Мета дослідження. Метою цієї роботи є розробка математичної моделі ударного способу ліквідації прихоплень БК для застосування чисельних методів розрахунку промислових установок.

Динамічні рівняння руху БК. Коливання механічної системи з колони труб моделюємо ступінчастими стрижнями з розподіленими по довжині параметрами. Талеву систему подамо масою рухомих частин *m*₀ і жорсткістю канатів

 C_0 . Відлік поточних координати x_i (i = 1, 4) пов'яжемо з верхніми торцями відповідних



секцій труб і спрямуємо в бік свердловини. Рух секцій бурильних (i = 1, 2) труб, обтяженої бурильної труби (i = 3), приєднаної до бойка ударного механізму, і прихопленої секції

(i = 4) труб $u_i(x_i, t)$ описуємо відомим з теорії пружності диференціальним рівнянням [3, 4]

$$\ddot{u}_{i}(x_{i},t) + 2h_{i}\dot{u}_{i}(x_{i},t) - a_{i}^{2}u_{i}''(x_{i},t) = g, \quad i = \overline{1,3};$$
⁽¹⁾

$$\ddot{u}_{4}(x_{4},t) + 2h_{4}\dot{u}_{4}(x_{4},t) - a_{4}^{2}u_{4}''(x_{4},t) = g - f_{0}sign[\dot{u}_{4}(x_{4},t)], \qquad (2)$$

де $a_i = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}}$ (ρ_i – густина одиниці довжини,

 E_i – модуль пружності Юнга), g– прискорення вільного падіння, f_0 – коефіцієнт сухого тертя,

 x_i – поточна координата, $h_i=rac{lpha_i}{2
ho_i F_i l_i}$ –

зведений коефіцієнт в'язкого опору (α_i – коефіцієнт в'язкого тертя взаємодії промивальної рідини з i -ою секцією труби,

 F_i – площа поперечного перерізу, l_i – довжина i-ої секції труби), $i=\overline{1,4}$.

Крайові умови БК. До динамічних рівнянь руху БК додамо крайові умови на стику секцій труб, у місці установки ударного механізму та взаємодії аварійної секції з бурильною установкою на проміжку часу $t \in [0, t_y]$, який передуватиме удару.

На верхньому торці першої секції бурильної колони (рис. 1, *а*)

$$E_{1}F_{1}u_{1}'(0,t) + m_{0}g = c_{0}u_{1}(0,t) + m_{0}a_{1}^{2}u_{1}''(0,t);$$
(3)

у місці контакту першої і другої секцій бурильної труби (рис. 1, б)

$$u_1(l_1,t) = u_2(0,t); \quad E_1 F_1 u_1'(l_1,t) = E_2 F_2 u_2'(0,t) + q(F_2 - F_1)gl_1, \tag{4}$$

де *q* – густина промивальної рідини;

на нижньому кінці другої секції бурильної труби (рис. 1, є)

$$E_{2}F_{2}u_{2}'(l_{2},t) = -qF_{2}g(l_{1}+l_{2}); \quad (5)$$

на верхньому торці 3-ої секції прихопленої компоновки бурильної труби (рис. 1, *г*)

$$E_{3}F_{3}u_{3}'(0,t) = -qF_{3}g(l_{1}+l_{2}); \qquad (6)$$



Рис. 1. Стики першої і другої секцій та країв ударної і прихопленої секцій БК



у місці контакту третьої вільної і четвертої прихопленої компоновок бурильної труби (рис. 2, а)

$$u_{3}(l_{3},t) = u_{4}(0,t);$$

$$E_{3}F_{3}u'_{3}(l_{3},t) = E_{4}F_{4}u'_{4}(0,t) +$$

$$+q(F_{4}-F_{3})g(l_{1}+l_{2}+l_{3})$$
; (7)

на кінцях прихопленої частини четвертої секції бурильної труби (рис. 2, б)



Рис. 2. Прихоплена компоновка БК

Початкові умови руху БК. Для визначення початкових умов руху спочатку запишемо умови статичної рівноваги сил, прикладених у поточних перерізах секцій бурильних труб.

Для поточного перерізу першої секції бурильної труби (рис. 3, *а*)

$$-E_{1}F_{1}u_{1}'(x_{1},0) + \rho_{1}F_{1}g(l_{1}-x_{1}) + \rho_{2}F_{2}gl_{2} + q(F_{2}-F_{1})gl_{1} - qF_{2}g(l_{1}+l_{2}) + F_{p} = 0; (10)$$

де F_n – сила розчеплення замкової пари;

для поточного перерізу другої секції бурильної труби (рис. 3, б)

$$-E_{2}F_{2}u_{2}'(x_{2},0) + \rho_{2}F_{2}g(l_{2}-x_{2}) - qF_{2}g(l_{1}+l_{2}) + F_{p} = 0; \qquad (11)$$

для голови прихопленої компоновки бурильної труби (рис. 3, в)

$$E_{3}F_{3}u'_{3}(x_{3},0) + \rho_{3}F_{3}gx_{3} + qF_{3}g(l_{1}+l_{2}) - F_{p} = 0;$$
(12)



Рис. 3. Перерізи першої, другої секцій та голови прихопленої компоновки БК

№ 3 (75) Вібрації в техніці 2014

$$u_{4}\left(l_{0}^{*},t\right) = u_{4}\left(l_{0},t\right) = 0;$$

$$u_{4}'\left(l_{0}^{*},t\right) = u_{4}'\left(l_{0},t\right) = 0$$
(8)

на кінці четвертої секції бурильної труби (рис. 2, в)

$$E_4 F_4 u'_4 (l_4, t) = -q F_4 g (l_1 + l_2 + l_3 + l_4).$$
(9)



для частин четвертої прихопленої секції бурильної труби: розтягненої: $F_p > \rho_3 F_3 g l_3 + q F_3 g \left(l_1 + l_2 \right),$ $0 \le x_4 < l_0^*$ (рис. 4, *a*)

$$E_{4}F_{4}u_{4}'(x_{4},0) + \rho_{3}F_{3}gl_{3} + \rho_{4}F_{4}gx_{4} + qF_{4}g(l_{1}+l_{2}) + q(F_{4}-F_{3})gl_{3} + F_{0}x_{4} - F_{p} = 0,$$
(13)

де F_0 – розподілена по довжині секції труб прихоплювальна сила; прихопленої: $l_0^* \leq x_4 \leq l_0$

 $u_4(x_4,0) = 0; \quad u'_4(x_4,0) = 0$ (14)







б

Рис. 4. Перерізи прихопленої компоновки БК

стиснутої
$$l_0 < x_4 \le l_4$$
 (рис. 4, б)

$$-E_4 F_4 u'_4 (x_4, 0) + \rho_4 F_4 g (l_4 - x_4) - q F_4 g (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) + F_0 (l_4 - x_4) = 0, \quad (15)$$

В момент розчеплення замкової пари швидкості

$$\dot{u}_1(x_1,0) = \dot{u}_2(x_2,0) = 0; \quad \dot{u}_3(x_3,0) = \dot{u}_4(x_4,0) = 0.$$
(16)

Шляхом інтегрування (10) - (15) з урахуванням крайових умов (3) - (9) отримуємо початкові умови руху БК

$$u_{1}(x_{1},0) = \frac{1}{E_{1}F_{1}} \left[-\frac{1}{2}F_{1}\rho_{1}gx_{1}^{2} + \left(F_{1}(\rho_{1}-q)gl_{1}+F_{2}(\rho_{2}-q)gl_{2}+F_{p}\right)x_{1} \right] + \frac{1}{c_{0}} \left[F_{1}(\rho_{1}-q)gl_{1}+F_{2}(\rho_{2}-q)gl_{2}+F_{p}+2m_{0}g\right];$$

$$u_{2}(x_{2},0) = \frac{1}{E_{2}F_{2}} \left[-\frac{1}{2}F_{2}\rho_{2}gx_{2}^{2} + \left(F_{2}\rho_{2}gl_{2}-F_{2}qg\left(l_{1}+l_{2}\right)+F_{p}\right)x_{2} \right] + \frac{l_{1}}{E_{1}F_{1}} \left[F_{1}(0,5\rho_{1}-q)gl_{1}+F_{2}(\rho_{2}-q)gl_{2}+F_{p}\right] + \frac{1}{c_{0}} \left[F_{1}(\rho_{1}-q)gl_{1}+F_{2}(\rho_{2}-q)gl_{2}+F_{p}+2m_{0}g\right];$$
(18)

№ 3 (75) Вібрації в техніці та технологіях

$$u_{3}(x_{3},0) = -\frac{1}{E_{3}F_{3}} \left[\frac{1}{2}F_{3}\rho_{3}gx_{3}^{2} + \left(F_{3}qg\left(l_{1}+l_{2}\right)-F_{p}\right)x_{3} \right] - \frac{l_{3}}{E_{3}F_{3}} \left[F_{p}-F_{3}g\left(\frac{1}{2}\rho_{3}l_{3}+q\left(l_{1}+l_{2}\right)\right)\right] - \frac{\left[g\left(F_{3}\rho_{3}l_{3}+F_{4}q\left(l_{1}+l_{2}+l_{3}\right)-F_{3}ql_{3}\right)-F_{p}\right]^{2}}{2E_{4}F_{4}\left(F_{0}+g\rho_{4}F_{4}\right)};$$
(19)

у перерізі $0 \leq x_4 < l_0^*$

$$u_{4}(x_{4},0) = -\frac{1}{E_{4}F_{4}} \left[\frac{1}{2} (F_{0} + \rho_{4}F_{4}g) x_{4}^{2} - (F_{p} - F_{3}\rho_{3}gl_{3} - F_{4}qg(l_{1} + l_{2}) - (F_{4} - F_{3})qgl_{3}) x_{4} \right] - \frac{\left[g(F_{3}\rho_{3}l_{3} + qF_{4}(l_{1} + l_{2}) + q(F_{4} - F_{3})l_{3}) - F_{p} \right]^{2}}{2E_{4}F_{4}(F_{0} + g\rho_{4}F_{4})};$$
⁽²⁰⁾

у перерізі $l_0 \leq x_4 \leq l_4$

де

 u_2

$$u_{4}(x_{4},0) = -\frac{1}{E_{4}F_{4}} \left(\frac{1}{2} \left(F_{0} + F_{4}\rho_{4}g \right) \left(x_{4} - 2l_{4} \right) + F_{4}qg \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4} \right) \right)^{2} \right) x_{4} - \frac{1}{2E_{4}F_{4}} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{4}g} \left(l_{4} - \frac{F_{4}qg}{F_{0} + F_{4}\rho_{$$

Стаціонарні розв'язки в перерізах БК. Оскільки динамічні рівняння (1) і (2) неоднорідні, то їх розв'язок подаємо у вигляді суми стаціонарного і однорідного розв'язків де стаціонарні розв'язки відповідно до початкових умов (17) — (21) подамо многочленами вертикальних переміщень перерізів БК другого порядку у вигляді

$$u_{i}(x_{i},t) = u_{i1}(x_{i}) + u_{i2}(x_{i},t), \ i = \overline{1,4} \ (22) \qquad u_{i1}(x_{i}) = b_{i0} + b_{i1}x_{i} + b_{i2}x_{i}^{2}, \ i = \overline{1..3} \ (23)$$

$$u_{41}(x_4,t) = \begin{cases} b_{40} + b_{41}x_4 + b_{42}x_4^2, \ 0 \le x_4 < l_0^* \\ 0, \ l_0^* \le x_4 < l_0 \\ b_{60} + b_{61}x_4 + b_{62}x_4^2, \ l_0 \le x_4 < l_4 \end{cases}$$
(24)

Шляхом підстановки $u_{i1}(x_i)$ в рівняння (1) і (2) знаходимо

$$u_{11}(x_{1}) = -\frac{\rho_{1}g}{2E_{1}}x_{1}^{2} + \frac{g}{E_{1}F_{1}} \Big[F_{1}(\rho_{1}-q)l_{1} + F_{2}(\rho_{2}-q)l_{2}\Big]x_{1} + \frac{g}{c_{0}} \Big[F_{1}(\rho_{1}-q)l_{1} + F_{2}(\rho_{2}-q)l_{2} + m_{0}\Big];$$

$$(25)$$

$$+\frac{g}{c_{0}} \Big[F_{1}(\rho_{1}-q)l_{1} + F_{2}(\rho_{2}-q)l_{2} + m_{0}\Big];$$

$$+2F_{2}l_{2}(\rho_{2}-q)\Big]l_{1} + \frac{g}{E_{2}} \Big[\rho_{2}l_{2} - q(l_{1}+l_{2})\Big]x_{2} + \frac{g}{2E_{1}} \Big[F_{1}(\rho_{1}-2q)l_{1} + 2F_{2}l_{2}(\rho_{2}-q)\Big]l_{1} + \frac{g}{c_{0}} \Big[F_{1}(\rho_{1}-q)l_{1} + F_{2}(\rho_{2}-q)l_{2} + m_{0}\Big];$$

$$(26)$$

_________ № 3 (75) Вібрації в техніці та технологіях

$$u_{31}(x_{3}) = -\frac{\rho_{3}g}{2E_{3}}x_{3}^{2} - \frac{qg(l_{1}+l_{2})}{E_{3}}x_{3} + \frac{gl_{3}}{E_{3}}\left[q(l_{1}+l_{2}) + \frac{1}{2}\rho_{3}l_{3}\right] - \frac{g^{2}}{2E_{4}F_{4}^{2}\rho_{4}g_{1}}\left[F_{3}(\rho_{3}-q)l_{3} + qF_{4}(l_{1}+l_{2}+l_{3})\right]^{2};$$
(27)

у перерізі $0 \le x_4 < l_0^*$

$$u_{41}(x_{4}) = -\frac{\rho_{4}g_{1}}{2E_{4}}x_{4}^{2} - \frac{g}{E_{4}F_{4}} \Big[F_{3}(\rho_{3}-q)l_{3} + qF_{4}(l_{1}+l_{2}+l_{3})\Big]x_{4} - \frac{g^{2}}{2E_{4}F_{4}^{2}\rho_{4}g_{1}} \Big[F_{3}(\rho_{3}-q)l_{3} + qF_{4}(l_{1}+l_{2}+l_{3})\Big]^{2};$$

$$(28)$$

у перерізі $l_0 \leq x_4 \leq l_4$

$$u_{41}(x_{4}) = -\frac{\rho_{4}g_{1}}{2E_{4}}x_{4}^{2} + \frac{1}{E_{4}}\left[\rho_{4}l_{4}g_{1} - qg\left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4}\right)\right]x_{4} - \frac{1}{2E_{4}\rho_{4}g_{1}}\left[\rho_{4}l_{4}g_{1} - qg\left(l_{1} + l_{2} + l_{3} + l_{4}\right)\right]^{2},$$
(29)

де $g_1 = g - f_0 sign [\dot{u}_4(x_4, t)].$

Власні частоти коливань БК. Розв'яжемо поставлену задачу методом Фур'є (з методом Д'Аламбера можна ознайомитись в [7]), тобто запишемо загальний розв'язок однорідних рівнянь, що відповідають неоднорідним (1) і (2), у вигляді $u_{i2}(x_i,t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = \overline{1,4} \quad (30)$

Після підстановки (30) в однорідні початкові умови руху, що відповідають неоднорідним (17) – (21), отримуємо рівняння для визначення власних частот коливань БК

$$\frac{F_2\sqrt{\rho_2 E_2}}{F_1\sqrt{\rho_1 E_1}} \left[\left(c_0 - m_0 p_1^2 \right) \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_1} l_1 + 1 \right] \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_2} l_2 = c_0 - m_0 p_1^2 - F_1\sqrt{\rho_1 E_1} p_1 \operatorname{tg} \frac{p_1}{a_1} l_1; \quad (31)$$
$$\frac{F_3\sqrt{\rho_3 E_3}}{F_4\sqrt{\rho_4 E_4}} \operatorname{tg} \frac{p_2}{a_3} l_3 = -\operatorname{tg} \frac{p_2}{a_4} l_4 \quad (32)$$

Оскільки частотні рівняння (31) і (32) у загальному випадку – трансцендентні, то вони не мають розв'язків в елементарних функціях, тому частотні спектри p_{1k} , p_{2k} ($k = \overline{1,\infty}$) коливань перерізів БК можна вирахувати

чисельно за допомогою математичного комп'ютерного пакета.

Нестаціонарні розв'язки в перерізах БК. Отриманому спектру частот відповідають наступні загальні розв'язки динамічних рівнянь (1) і (2)

$$u_{12}(x_1,t) = \sum_{k=1}^{\infty} B \mathbf{1}_{1k} H_{1k} e^{-h_1 t} \left(\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{F_1 \sqrt{\rho_1 E_1} p_{1k}} \sin \frac{p_{1k}}{a_1} x_1 + \cos \frac{p_{1k}}{a_1} x_1 \right);$$
(33)

№ 3 (75) Вібрації в техніці 2014

$$u_{22}(x_{2},t) = \sum_{k=1}^{\infty} B \mathbf{1}_{1k} H_{2k} e^{-h_{2}t} \left(\operatorname{ctg} \frac{p_{1k}}{a_{2}} l_{2} \cos \frac{p_{1k}}{a_{2}} x_{2} + \frac{a_{2}}{F_{2}E_{2}p_{1k}} \times \left[\left(c_{0} - m_{0}p_{1k}^{2} \right) \cos \frac{p_{1k}}{a_{1}} l_{1} - F_{1}\rho_{1}a_{1}p_{1k} \sin \frac{p_{1k}}{a_{1}} l_{1} \right] \sin \frac{p_{1k}}{a_{2}} x_{2} \right];$$
(34)

√-{/\r

$$u_{32}(x_3,t) = \sum_{k=1}^{\infty} B \mathbf{1}_{2k} H_{3k} e^{-h_3 t} \cos \frac{p_{2k}}{a_3} x_3 ; \qquad (35)$$

$$u_{42}(x_4,t) = \sum_{k=1}^{\infty} B l_{2k} H_{4k} e^{-h_4 t} \left(\cos \frac{p_{2k}}{a_3} l_3 \cos \frac{p_{2k}}{a_4} x_4 - \frac{F_3}{F_4} \sqrt{\frac{\rho_3 E_3}{\rho_4 E_4}} \sin \frac{p_{2k}}{a_3} l_3 \sin \frac{p_{2k}}{a_4} x_4 \right), (36)$$

$$\mathbf{p} \mathbf{e} \quad H_{ik} = \begin{bmatrix} e^{\mathbf{v}_{ik}t} + \frac{\mathbf{v}_{ik} - h_{i}}{\mathbf{v}_{ik} + h_{i}} e^{-\mathbf{v}_{ik}t}, & h_{i} > p_{1k}; \\ 1 + h_{i}t, & h_{i} = p_{1k}; \\ \sin \mathbf{v}_{ik}^{*}t + \frac{\mathbf{v}_{ik}}{h_{i}} \cos \mathbf{v}_{ik}^{*}t, & h_{i} < p_{1k}, \\ \sin \mathbf{v}_{ik}^{*}t + \frac{\mathbf{v}_{ik}}{h_{i}} \cos \mathbf{v}_{ik}^{*}t, & h_{i} < p_{1k}, \\ \end{bmatrix}$$

$$H_{ik} = \begin{bmatrix} e^{\mathbf{v}_{ik}t} + \frac{\mathbf{v}_{ik} - h_{i}}{\mathbf{v}_{ik} + h_{i}} e^{-\mathbf{v}_{ik}t}, & h_{i} > p_{2k}; \\ 1 + h_{i}t, & h_{i} = p_{2k}; \\ 1 + h_{i}t, & h_{i} = p_{2k}; \\ \sin \mathbf{v}_{ik}^{*}t + \frac{\mathbf{v}_{ik}}{h_{i}} \cos \mathbf{v}_{ik}^{*}t, & h_{i} < p_{2k}, \\ \end{bmatrix}$$

а амплітуди коливань $B1_{ik}$ (i=1,2) у перерізах БК знаходимо з умов ортогональності Максвелла-Бетті

$$B1_{1k} = 8\left\{\frac{d_1}{p_{1k}}\left[\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{d_1 p_{1k}}\left[D_0\left(1 - \cos\frac{p_{1k}}{a_1}l_1\right) - D_1\left(\cos\frac{p_{1k}}{a_1}l_1 - \frac{a_1}{p_{1k}}\sin\frac{p_{1k}}{a_1}l_1\right) + \frac{D_1a_1}{p_{1k}}\left(\cos\frac{p_{1k}}{a_1}l_1 - 1\right) + (D_0 + D_1)\sin\frac{p_{1k}}{a_1}l_1\right] + \frac{1}{p_{1k}}\left[\left(\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{p_{1k}}\cos\frac{p_{1k}}{a_1}l_1 - \frac{1}{p_{1k}}d_1\right)\right] - \frac{1}{p_{1k}}\left[\left(D_0 + D_1\right)\left(1 - \cos\frac{p_{1k}}{a_2}l_2\right) + D_2\left(\frac{a_2}{p_{1k}}\sin\frac{p_{1k}}{a_2}l_2 - \cos\frac{p_{1k}}{a_2}l_2\right)\right]\right] + \frac{1}{p_{1k}}\left[\left(D_0 + D_1\right)\left(1 - \cos\frac{p_{1k}}{a_2}l_2\right) + D_2\left(\frac{a_2}{p_{1k}}\sin\frac{p_{1k}}{a_2}l_2 - \cos\frac{p_{1k}}{a_2}l_2\right)\right]\right] + \frac{1}{p_{1k}}\left[\frac{F_pl_2}{p_{1k}}\left(\cos\frac{p_{1k}}{a_2}l_2 - 1\right) + d_2\left(D_0 + D_2\right)\sin\frac{p_{1k}}{a_2}l_2\right]\right]\right] \times$$



Доударний рух БК. Момент зустрічі бойка і ковадла t_y (до контакту) визначаємо з виразу

$$u_{2}(l_{2},t_{y}) - u_{2}(l_{2},0) - [u_{3}(0,t_{y}) - u_{3}(0,0)] = s'$$
(39)

S – вільний хід ударного механізму.

Якщо відносне переміщення нижнього кінця 2-го перерізу і верхнім кінцем 3-го перерізу перевищує переміщення, викликане відносною швидкістю

$$u_{2}(l_{2},t) + u_{3}(0,t) > \left[\dot{u}_{3}(0,t_{y}) - \dot{u}_{2}(l_{2},t_{y})\right]t,$$

$$t_{y} > t,$$

то удару не відбудеться.

У зворотному випадку відбудеться зближення тіл за рахунок контактних деформацій *W*, яке можна визначити з рівності

$$w = \left[\dot{u}_{3}(0, t_{y}) - \dot{u}_{2}(l_{2}, t_{y}) \right] t - (40) - \left[u_{2}(l_{2}, t) + u_{3}(0, t) \right]$$

Зближення тіл *W* пов'язане з контактною (ударною) силою залежністю

$$P = kw^n$$
, $1 \le n \le 1,5$, (41)

де
$$k = \frac{4}{3\sqrt{R_1 + R_2}} \frac{E_1 E_2 \sqrt{R_1 R_2}}{E_2 (1 - \mu_1^2) + E_1 (1 - \mu_2^2)}$$

(μ_1 , μ_2 – коефіцієнти Пуассона).

Коли швидкість зближення тіл $\dot{w} = 0$, тобто

$$\dot{w} = \dot{u}_3(0, t_y) - \dot{u}_2(l_2, t_y) - [\dot{u}_2(l_2, t_y) + \dot{u}_3(0, t)] = 0$$

або

$$\dot{u}_{3}(0,t_{y}) = \dot{u}_{2}(l_{2},t_{y}) + \\ + \left[\dot{u}_{2}(l_{2},t) + \dot{u}_{3}(0,t) \right]'$$

ударна сила досягає свого максимального значення

$$P_{\max} = k \left(\left[\dot{u}_2(l_2, t) + \dot{u}_3(0, t) \right] t - \left[u_2(l_2, t) + u_3(0, t) \right] \right)^n.$$
(42)

Висновки

1. Побудова динамічна математична модель ударного механізму бурильної установки, що враховує її збурювальний рух.

 Отримана модель дозволяє детально аналізувати, обґрунтовувати і підбирати раціональні параметри для ліквідації прихоплень колони труб бурильної установки.

Список використаних джерел

1. Калинин С. Г. Динамика несущих конструкций буровых установок: монография /С. Г. Калинин, Е. В. Харченко. – Львов: Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1988. – 144 с.

2. Султанов Б. З. Управление устойчивостью и динамикой бурильной колонны /Б. З. Султанов. – М.: Недра, 1991. – 208 с.

3. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: учебник для студ. высш. учебн. завед. / В. Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

4. Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные

концепции, парадоксы и ошибки / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М. : Комкнига, 2007. – 352 с.

5. Дудля Н. А. Аварии при бурении скважин: Учебник / Н. А. Дудля, Тайнин Янь, А. Я. Третяк. – Днепропетровск: Нац. горный ун-т, 2005. – 287 с.

6. Мислюк М. А. Буріння свердловин: довідник у 5-ти т. Т. 5: Ускладнення. Аварії. Екологія /М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук – К. : Інтерпрес ЛТД, 2004. – 373 с.

7. Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твёрдых тел. Удар /Н. А. Кильчевский. – К.: Наукова думка, 1976. – 318 с.

 8. Огородніков П. І. Теоретичні передумови вивчення коливальних процесів під час ліквідації прихоплень у бурильній колоні /П. І. Огородніков, В. М. Світлицький, Б. М. Малярчук, М. П. Мельник // Нафтова і газова промисловість. – 2005. – №4. – С. 9–11.

9. Харченко Є. В. Дослідження динаміки вивільнення прихопленої колони труб / Є. В. Харченко, А. В. Гутий // Технічні вісті. – 2007. – №1(25), 2(26). – С. 28-32.



Список джерел в транслітерації

1. Kalinin S. G. Dinamika nesushchikh konstruktsyi burovykh установок: monografiya / S. G. Kalinin, Ye. V. Khaarchenko. – Lvov: Vyshcha shchkola, Izd-vo pri Lvov. un-te, 1988. – 144 s.

2. Sultanov B. Z. Upravlenie ustoichivostyu i dinamikoy byrilnoy kolony /B. Z. Sultanov. – M. : Nedra, 1991. – 208 s.

3. Biderman V. L. Teoriya mechanicheskikh kolebaniy: uchebnik dlya stud. vysshch. uchebn. zaved.] /V. L. Biderman. – M. : Vysshchaya shchkola, 1980. – 408 s.

4. Panovko Ya. G. Ustoichivost i kolebaniya uprugikh system: Sovremennye kontseptsii, paradoksy i oshchibki /Ya. G. Panovko, I. I. Gubanova. – M.: Komkniga, 2007. – 352 s.

5. Dudlya N. A. Avarii pri burenii skvazhin: Uchebnik / N. A. Dudlya, Tainin Yan, A. Ya. Tretyak. – Dnepropetrovsk: Nats. gornii unt, 2005. – 287 s.

6. Myslyuk M. A. Burinnya sverdlovyn: dovidnyk u 5-ty t. T. 5: Uskladnennya. Avapiyi. Ekologiya /M. A. Myslyuk, I. Y. Rybchych, R. S. Yaremiychuk – K. : Interpres LTD, 2004. – 373 s.

7. Kilchevskiy N. A. Dinamicheskoe kontaktnoe szhatie tvyerdykh tel. Udar /N. A. Kilchevskiy. – K. : Naukova dumka, 1976. – 318 s.

8. Ogorodnikov P. I. Teoretychni peredumovy vyvchennya kolyvalnykh protsesiv pid chas likvidatsiyi prykhoplen u burylniy koloni / P. I. Ogorodnikov, V. M. Svitlytskyi, B. M. Malyarchuk, M. P. Melnyk // Naftova i gazova promyslovist. – 2005. – №4. – S. 9–11.

9. Kharchenko Ye. V. Doslidzhennya dynamiky vyvilnennya prykhoplenoyi kolony trub /Ye. V. Kharchenko, A. V. Gutyi // Tekhnichni visti. – 2007. – №1(25), 2(26). – S. 28–32.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛИКВИДАЦИИПРИХВАТОВ БУРОВОЙ КОЛОННЫ УДАРНЫМ СПОСОБОМ

Аннотация. На основании волновой теории локальных деформаций разработано

№ 3 (75) Вібрації в техніці 2014

математическую модель стационарных и нестационарных продольных колебаний многоразмерной прихваченной буровой колоны (БК). Предложено рассоединить замковую пару аварийной и прихваченной компоновок БК, которая вследствие упругих деформаций приводит к срабатыванию ударного *vстройства. Математически смоделировано* ослабление и как следствие разрушение связей (прихватов) БК. Получены аналитические зависимости оценки влияния основных конструктивных параметров отдельных частей и характеристик прочности БК на возможность ликвидации её аварийного состояния при каждом ударе. Разработанная модель позволяет создать алгоритм числового решения нелинейных динамических уравнений помощью С компьютерных символьной пакетов математики.

Ключевые слова: буровая колона, прихваты, продольный удар, математическая модель, волновая теория, колебания, дифференциальные уравнения.

MATHEMATICAL MODELING OF DIFFERENTIAL STICKINGS' LIQUIDATION OF DRILL PIPE VIA SHOCK METHOD

Annotation. The mathematical model of multi-dimensional drill pipe's stationary and unsteady longitudinal vibrations is elaborated on the basis of the wave principle and the theory of local deformations. In this study we propose to separate emergency and sticking components. Due to elastic deformations a triggering of the shock mechanism is induced. Therefore, we remodel the weakening process with further destruction of mechanical linkage of the pipe. As a result, we obtain analytical dependences enabling to assess the influence of the constructions' principal parameters, their robustness on the above mentioned shock impact. The proposed model permits to create an algorithm of numerical solutions for nonlinear dynamic equations with the help of symbolic computation software packages.

Key words: Drill string, differential sticking, longitudinal impact, mathematical model, wave theory, vibrations, and differential equations.